

I metodi di costruzione degli indici sintetici

Numerosi sono i metodi disponibili per la sintesi di indicatori elementari. Gli applicativi che consentono il calcolo di tali indici di sintesi sono solitamente legati alla loro implementazione. Per tale motivo, il confronto tra i risultati ottenuti con un metodo piuttosto che con un altro generalmente non è agevole.

Lo scopo di questo strumento software generalizzato denominato “Ranker”, è quello di raccogliere una “user friendly” componente computazionale ed un’adeguata valutazione, comparando i risultati prodotti attraverso più metodi di sintesi statistica degli indicatori elementari riconosciuti in letteratura.

Ranker nella versione desktop è uno software generalizzato, che consente di:

- a) acquisire in formato Excel (.xls) i valori dei diversi indicatori elementari disponibili per ogni entità, già calcolati e normalizzati;
- b) effettuare il calcolo, per ogni entità, di uno o più metodi tra quelli implementati;
- c) visualizzare i valori e le graduatorie risultanti dall’applicazione di ogni singolo metodo;
- d) porre a confronto le graduatorie mediante i diversi metodi.



Particolare attenzione deve essere posta al fatto che il risultato finale (la graduatoria tra entità) può rivelarsi poco o molto dipendente dal particolare metodo scelto. Se molto dipendente, occorre individuare i metodi che si comportano in modo simile e quelli che divergono dagli altri.

All’interno delle graduatorie, inoltre, è utile verificare su quali entità la scelta del metodo influisce maggiormente.

Il software Ranker prende in considerazione e consente di implementare otto diversi metodi:

- il metodo Mazziotta-Pareto Index (MPI) nelle due varianti (positivo e negativo);
- il metodo tassonomico di Wroclaw (Wroclaw);
- la media della media dei valori standardizzati (M1Z);
- il metodo delle graduatorie (Grad.RNK);

- il metodo degli indici relativi (IR);
- il metodo della media aritmetica dei numeri indici base media (ANIM);
- il metodo della media geometrica dei numeri indici base media (GNIM);
- il metodo della media quadratica dei numeri indici base media (QNIM).

Nell'applicazione del software Ranker sono effettuate le operazioni di seguito descritte.

L'organizzazione e la lettura dei dati.

Partendo dai dati in forma tabellare, espressione di una matrice statistica a “variabili” e “osservazioni”, dove a ciascuna entità ad esempio territoriale (riga) è associato il valore di tutti gli indicatori selezionati (colonna).

Per ciascun indicatore considerato si è provveduto, inoltre, a specificare il verso, distinguendo quelli che descrivono un effetto “positivo” rispetto alle dinamiche di sviluppo settoriale e quelli che, al contrario, sono correlati in senso inverso e ai quali corrisponde una graduatoria decrescente delle province. La prima riga contiene i nomi degli indicatori: con lettere maiuscole i nomi degli indicatori che hanno un effetto “positivo” sulle graduatorie finali, con lettere minuscole quelli che hanno un effetto “negativo”.

	A	B	C	D	E	F
1	Territorio	REDDITO	LAVORO	WELFARE	povertà	ISTRUZIONE
2	Piemonte	0,29	5,05	128,24	7,03	46,04
3	Valle d'Aosta/Vallée d'Aoste	0,26	3,26	359,47	7,85	51,98
4	Lombardia	0,30	3,73	110,38	5,31	44,02
5	Trentino-Alto Adige	0,25	3,26	253,26	5,87	37,26
6	Veneto	0,27	3,54	109,05	3,37	46,13
7	Friuli-Venezia Giulia	0,26	4,28	197,31	6,80	42,88
8	Liguria	0,29	5,37	112,06	10,47	37,80
9	Emilia-Romagna	0,30	3,19	151,03	6,77	42,45
10	Toscana	0,28	5,03	121,91	4,12	47,71
11	Umbria	0,30	4,82	84,90	8,25	39,14
12	Marche	0,28	4,65	98,20	6,98	44,45
13	Lazio	0,33	7,51	117,42	9,24	36,39
14	Abruzzo	0,28	6,56	59,51	12,36	43,54
15	Molise	0,31	9,09	41,28	14,27	47,42
16	Campania	0,34	12,58	44,45	23,94	56,55
17	Puglia	0,33	11,58	47,14	21,92	56,36
18	Basilicata	0,27	11,07	49,29	27,94	47,47
19	Calabria	0,35	12,11	25,01	25,74	51,05
20	Sicilia	0,35	13,79	75,28	31,83	56,17
21	Sardegna	0,30	12,22	120,02	24,55	56,84

Definita la matrice di partenza e selezionata dal menu principale, il sistema abilita i pulsanti di “Elaborazione metodi” e di “Comparazione metodi”.

Premendo il pulsante relativo all'esecuzione dell'elaborazione dei metodi, il software predispone la visualizzazione della matrice come qui di seguito mostrata.

Multidimensional Ranker Tool

Elaborazione automatica Metodo

Matrice dei dati

Territorio	REDDITO	LAVORO	WELFARE	povertà	ISTRUZIONE
Piemonte	0,2900	5,0498	128,2352	7,0312	46,0429
Valle d'Aosta/Vallée d'Aoste	0,2560	3,2560	359,4744	7,8514	51,9799
Lombardia	0,3040	3,7258	110,3830	5,3141	44,0182
Trentino-Alto Adige	0,2530	3,2631	253,2650	5,8673	37,2594
Veneto	0,2710	3,5360	109,0474	3,3664	46,1330
Friuli-Venezia Giulia	0,2620	4,2797	197,3148	6,7987	42,8757
Liguria	0,2920	5,3655	112,0639	10,4658	37,8000
Emilia-Romagna	0,3040	3,1885	151,0310	6,7697	42,4488
Toscana	0,2810	5,0330	121,9118	4,1158	47,7065
Umbria	0,3010	4,8216	84,9030	8,2519	39,1450
Marche	0,2780	4,6502	98,1989	6,9760	44,4540
Lazio	0,3280	7,5067	117,4216	9,2423	36,3940
Abruzzo	0,2840	6,5552	59,5053	12,3578	43,5427
Molise	0,3050	9,0922	41,2760	14,2731	47,4210
Campania	0,3430	12,5841	44,4519	23,9356	56,5506
Puglia	0,3280	11,5813	47,1438	21,9240	56,3567
Basilicata	0,2730	11,0731	49,2699	27,9375	47,4718
Calabria	0,3480	12,1099	25,0052	25,7387	51,0482
Sicilia	0,3460	13,7906	75,2763	31,8282	56,1674
Sardegna	0,3040	12,2225	120,0217	24,5519	56,8359

Matrice dei risultati

Indice Sintetico C:\Documents and Settings\broccoli\Desktop\Dati_AISRE-10.xls | BLOC.MAIJSC | BLOC.NUM | INS | 24/02/2015 | 11.16

Le colonne con sfondo verde sono gli indicatori con verso positivo, i restanti invece sono conteggiati con verso negativo.

L'utente può selezionare il singolo metodo da elaborare oppure premendo il pulsante "Elaborazione automatica" il sistema prevede l'esecuzione di tutti i metodi disponibili.

La standardizzazione

La standardizzazione è finalizzata a ottenere indicatori depurati dalle specifiche unità di misura, che abbiano eguale ampiezza (per es. tra 0 e 100) o ordine di grandezza (per es. media 0 e scarto 1).

Multidimensional Ranker Tool

Elaborazione automatica Metodo MPI+ Metodo Mazziotta Pareto Index positivo

Visualizzazione matrice dei dati Sorgente Trasformata

Visualizzazione matrice dei risultati Valori Ranghi

Matrice dei dati

Territorio	Z_REDDITO	Z_LAVORO	Z_WELFARE	Z_povertà	Z_ISTRUZIONE
Piemonte	97,3740	94,2840	101,6711	106,9872	99,1564
Valle d'Aosta/Vallée d'Aoste	85,3894	89,3652	131,4550	106,0628	108,4365
Lombardia	102,3088	90,6534	99,3717	108,9228	95,9916
Trentino-Alto Adige	84,3319	89,3846	117,7751	108,2993	85,4269
Veneto	90,6767	90,1330	99,1997	111,1183	99,2973
Friuli-Venezia Giulia	87,5043	92,1723	110,5686	107,2494	94,2058
Liguria	98,0789	95,1499	99,5882	103,1157	86,2720
Emilia-Romagna	102,3088	89,1800	104,6072	107,2821	93,5385
Toscana	94,2016	94,2380	100,8566	110,2736	101,7568
Umbria	101,2513	93,6582	96,0898	105,6113	88,3743
Marche	93,1441	93,1882	97,8024	107,0495	96,6729
Lazio	110,0635	101,0212	100,2783	104,4949	84,0742
Abruzzo	95,2590	98,4121	92,8186	100,9830	95,2483
Molise	102,6613	105,3691	90,4706	98,8241	101,3104
Campania	116,0558	114,9446	90,8797	87,9322	115,5810
Puglia	110,7685	112,1947	91,2264	90,1997	115,2779
Basilicata	91,3817	110,8012	91,5028	83,4212	101,3900
Calabria	117,8182	113,6443	88,3749	85,8998	106,9802
Sicilia	117,1132	118,2530	94,8499	79,0355	114,9820
Sardegna	102,3088	113,9530	100,6132	87,2376	116,0269

Matrice dei risultati

Territorio	MPI+
Piemonte	100,0784
Valle d'Aosta/Vallée d'Aoste	106,7116
Lombardia	99,8262
Trentino-Alto Adige	98,9225
Veneto	98,6778
Friuli-Venezia Giulia	99,1566
Liguria	96,7774
Emilia-Romagna	99,8593
Toscana	100,6161
Umbria	97,3653
Marche	97,8369
Lazio	100,7390
Abruzzo	96,6279
Molise	99,9867
Campania	106,6465
Puglia	105,0760
Basilicata	96,6345
Calabria	104,2091
Sicilia	107,1340
Sardegna	105,0642

Indice Sintetico C:\Documents and Settings\broccoli\Desktop\Dati_AISRE-10.xls | BLOC.MAIJSC | BLOC.NUM | INS | 24/02/2015 | 11.29

La visualizzazione

Attraverso l'applicazione del software Ranker si sono potuti visualizzare sia i valori ottenuti, sia le graduatorie da essi derivate.

Multidimensional Ranker Tool

Elaborazione automatica: Metodo MPI+ Metodo Mazziotta Pareto Index positivo

Visualizzazione matrice dei dati: Sorgente Trasformata

Visualizzazione matrice dei risultati: Valori Ranghi

Mati dei dati

Territorio	Z_REDDITO	Z_LAVORO	Z_WELFARE	Z_povertà	Z_ISTRUZIONE
Piemonte	97,3740	94,2840	101,6711	106,9872	99,1564
Valle d'Aosta/Vallée d'Aoste	85,3894	89,3652	131,4550	106,0628	108,4365
Lombardia	102,3088	90,6534	99,3717	108,9228	95,9916
Trentino-Alto Adige	84,3319	89,3846	117,7751	108,2993	85,4269
Veneto	90,6767	90,1330	99,1997	111,1183	99,2973
Friuli-Venezia Giulia	87,5043	92,1723	110,5686	107,2494	94,2058
Liguria	98,0789	95,1499	99,5882	103,1157	86,2720
Emilia-Romagna	102,3088	89,1800	104,6072	107,2821	93,5385
Toscana	94,2016	94,2380	100,8566	110,2736	101,7568
Umbria	101,2513	93,6582	96,0898	105,6113	88,3743
Marche	93,1441	93,1882	97,8024	107,0495	96,6729
Lazio	110,0635	101,0212	100,2783	104,4949	84,0742
Abruzzo	95,2590	98,4121	92,8186	100,9830	95,2483
Molise	102,6613	105,3691	90,4706	98,8241	101,3104
Campania	116,0558	114,9446	90,8797	87,9322	115,5810
Puglia	110,7685	112,1947	91,2264	90,1997	115,2779
Basilicata	91,3817	110,8012	91,5028	83,4212	101,3900
Calabria	117,8182	113,6443	88,3749	85,8998	106,9802
Sicilia	117,1132	118,2530	94,8499	79,0355	114,9820
Sardegna	102,3088	113,9530	100,6132	87,2376	116,0269

Mati dei risultati

Territorio	MPI+
Piemonte	9
Valle d'Aosta/Vallée d'Aoste	2
Lombardia	12
Trentino-Alto Adige	14
Veneto	15
Friuli-Venezia Giulia	13
Liguria	18
Emilia-Romagna	11
Toscana	8
Umbria	17
Marche	16
Lazio	7
Abruzzo	20
Molise	10
Campania	3
Puglia	4
Basilicata	19
Calabria	6
Sicilia	1
Sardegna	5

Indice Sintetico C:\Documents and Settings\broccoli\Desktop\Dati_AISRE-10.xls | BLOC MAIUSC | BLOC NUM | INS | 24/02/2015 | 11.32

La valutazione dei metodi

Per selezionare i metodi da comparare, basterà un doppio click in corrispondenza del metodo disponibile nella lista dei metodi elaborati, tale metodo verrà visualizzato nella lista sottostante.

Il software consente quindi di valutare comparativamente i risultati prodotti dai diversi metodi: in particolare, l'impatto della scelta del metodo sul risultato finale (la graduatoria).

Multidimensional Ranker Tool

Selezione dei metodi elaborati

Valutazione Metodi: Valori Ranghi

Matrice di cograduazione

	Grad.RNK	IR	GNIM	ANIM	M1Z	QNUM	MPI-	MPI+	Wroclaw
Grad.RNK	1,0000								
IR	0,8962	1,0000							
GNIM	0,1218	-0,0932	1,0000						
ANIM	0,2571	0,0707	0,9444	1,0000					
M1Z	0,9023	0,9624	0,1053	0,2617	1,0000				
QNUM	0,2962	0,1248	0,8737	0,9789	0,3053	1,0000			
MPI-	0,9263	0,9789	0,0211	0,1669	0,9744	0,2045	1,0000		
MPI+	0,8662	0,9293	0,1203	0,2707	0,9820	0,3128	0,9368	1,0000	
Wroclaw	0,8541	0,8135	0,2947	0,3699	0,8571	0,3654	0,8887	0,8406	1,0000

Matrice dei risultati

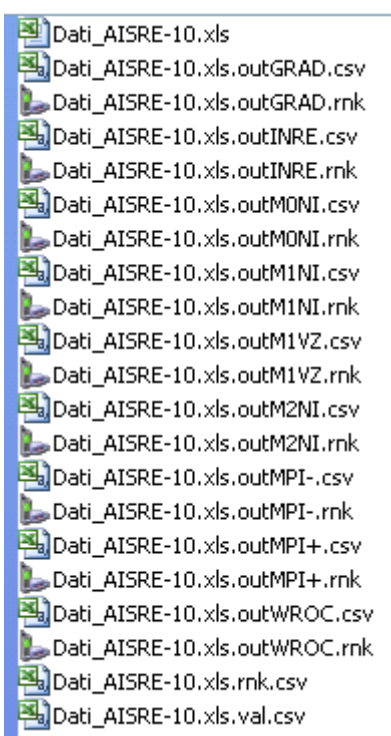
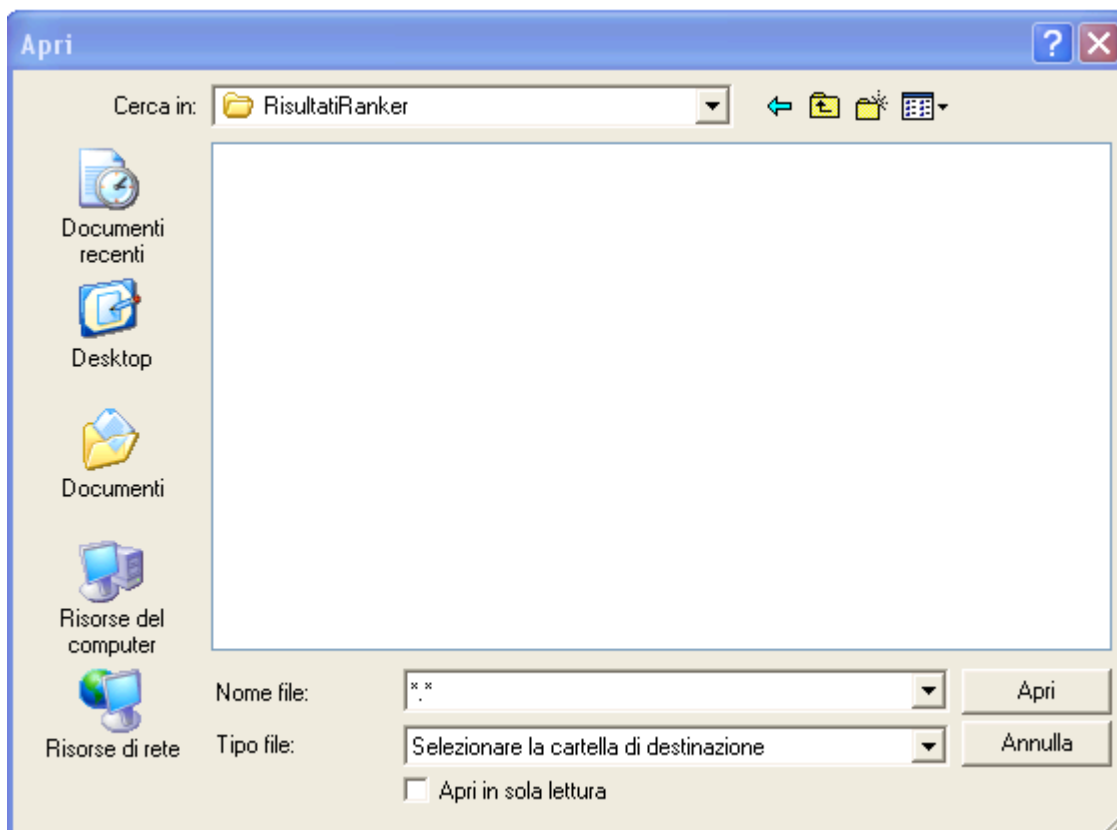
Territorio	Grad.	IR	GNIM	ANIM	M1Z	QNUM	MPI-	MPI+	Wroclaw
Piemonte	6	10	6	7	9	8	8	9	4
Valle d'Aosta/Vallée	11	6	2	2	3	2	5	2	2
Lombardia	8	11	8	6	11	5	11	12	10
Trentino-Alto Adige	18	20	5	4	16	4	19	14	19
Veneto	13	13	3	1	14	1	14	15	15
Friuli-Venezia Giulia	14	14	4	5	13	6	13	13	12
Liguria	16	19	12	16	19	17	18	18	16
Emilia-Romagna	10	12	10	8	12	7	12	11	7
Toscana	4	8	1	3	7	3	7	8	6
Umbria	17	16	14	15	17	16	16	17	17
Marche	15	15	11	12	15	11	15	16	14
Lazio	9	9	7	10	8	13	10	7	9
Abruzzo	19	17	17	19	18	20	17	20	18
Molise	12	7	18	18	10	18	9	10	11
Campania	3	1	16	13	1	12	1	3	5
Puglia	5	3	15	14	5	14	3	4	3
Basilicata	20	18	19	20	20	19	20	19	20
Calabria	7	5	20	17	6	15	6	6	13
Sicilia	2	2	13	11	2	9	4	1	8
Sardegna	1	4	9	9	4	10	2	5	1

Indice Sintetico C:\Documents and Settings\broccoli\Desktop\Dati_AISRE-10.xls | BLOC MAIUSC | BLOC NUM | INS | 24/02/2015 | 11.37

Uno strumento sintetico di comparazione è dato dalla matrice di cograduazione delle graduatorie ottenute con i diversi metodi.

Salvataggio dei risultati

Dal menù principale premendo il pulsante “Salvataggio Risultati”, il sistema aprirà una finestra di dialogo permettendo di creare una specifica cartella di destinazione dei risultati del processo elaborativo.



Ad esempio creando una specifica cartella denominata “RisultatiRanker” e premendo il pulsante “Apri”, il sistema salverà l’intero contenuto visualizzando al suo termine il messaggio “Salvataggio dei dati effettuato con successo”.

Data una matrice di partenza nell’esempio di “Dati_AISRE-10”, vengono memorizzate nella cartella di destinazione la matrice originale, tutti i file in formato .csv con i valori dei singoli metodi, con estensione .rnk (sempre in formato csv) delle graduatorie del singolo metodo.

Infine sono disponibili due file sempre in formato csv relativi alla comparazione tra graduatorie e dei valori di tutti i metodi comparati nel processo di valutazione. Queste ultime due matrici risultano particolarmente utili al fine di creare diagrammi di dispersione calcolato su coppie di metodi selezionati, per individuare le entità su cui maggiore è l’impatto della scelta del metodo.

I metodi di sintesi

Data una matrice dei dati X composta di n righe e p colonne, dove n rappresenta il numero di unità territoriali da classificare (ad esempio le 103 province) e p rappresenta il numero di indicatori territoriali. Il processo di lavorazione può essere così rappresentato in forma matriciale:

$${}_n X_p \Rightarrow {}_n T_p \Rightarrow {}_n I_1 \Rightarrow {}_n R_1$$

Ciascun metodo sintetizza la graduatoria in due fasi: la prima costruendo la matrice dei dati standardizzati T di uguale dimensione a quella di partenza (n per p) applicando l'algoritmo in base al metodo selezionato.

$${}_n X_p \Rightarrow {}_n T_p$$

In seconda battuta sintetizzando per ciascuna unità i risultati ottenuti dalla prima, viene definita una nuova matrice I di dimensioni n per 1 , dove nel vettore viene espresso il valore di sintesi per ciascuna unità.

$${}_n T_p \Rightarrow {}_n I_1$$

Ciò infine permette di classificare le unità secondo una graduatoria di rango della distribuzione mediante la matrice R di uguale dimensione.

$${}_n I_1 \Rightarrow {}_n R_1$$

Ciascun indicatore ha un suo verso (crescente o decrescente) identificabile dalla prima lettera della sua etichetta, rispettivamente maiuscolo o minuscolo. Tale informazione definisce l'unità migliore rispettivamente con il valore massimo o minimo della distribuzione.

I metodi implementati sono:

- Metodo MPI+
- Metodo MPI-
- Metodo tassonomico di Wroclaw
- Metodo della media dei valori standardizzati (Z)
- Metodo delle graduatorie
- Metodo degli indici relativi
- Metodo della media aritmetica dei numeri indici base media
- Metodo della media geometrica dei numeri indici base media
- Metodo della media quadratica dei numeri indici base media.

Di seguito si fornisce una descrizione dettagliata dei metodi di sintesi statistica implementati con l'applicazione del software Ranker.

Metodo MPI+

Gli indicatori elementari vengono trasformati in scarti standardizzati, ovvero in distanze dalla media rapportate allo scarto quadratico medio.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} \in \mathfrak{R}$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = 100 + \left(\frac{(X_{ij} - \bar{X}_j)}{\sigma_j} * 10 \right) \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = 100 - \left(\frac{(X_{ij} - \bar{X}_j)}{\sigma_j} * 10 \right) \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

$$\text{dove } \bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n} \text{ e } \sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{n}}$$

$$\text{Dalla matrice } T_{ij} \text{ si calcola il vettore } cv_i = \frac{\sigma_i}{T_i} \text{ dove } \bar{T}_i = \frac{\sum_{j=1}^p T_{ij}}{p} \text{ e } \sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^p (T_{ij} - \bar{T}_i)^2}{p}}$$

La trasformazione in scarti standardizzati consente di ottenere degli indicatori per unità con media 0 e scarto quadratico medio uguale a 1.

L'indicatore sintetico ha valori crescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$MPI_{+i} = \bar{T}_i (1 + cv_i^2) = \bar{T}_i + \sigma_i cv_i$$

Metodo MPI-

Si trasformano gli indicatori elementari in scarti standardizzati ovvero in scarti dalla media relativizzati allo scarto quadratico medio.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} \in \mathfrak{R}$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = 100 + \left(\frac{(X_{ij} - \bar{X}_j)}{\sigma_j} * 10 \right) \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = 100 - \left(\frac{(X_{ij} - \bar{X}_j)}{\sigma_j} * 10 \right) \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

$$\text{dove } \overline{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n} \text{ e } \sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \overline{X}_j)^2}{n}}$$

$$\text{Dalla matrice } T_{ij} \text{ si calcola il vettore } cv_i = \frac{\sigma_i}{T_i} \text{ dove } \overline{T}_i = \frac{\sum_{j=1}^p T_{ij}}{p} \text{ e } \sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^p (T_{ij} - \overline{T}_i)^2}{p}}$$

La trasformazione in scarti standardizzati consente di ottenere degli indicatori per unità con media 0 e scarto quadratico medio uguale a 1.

L'indicatore sintetico ha valori crescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$MPI_{-i} = \overline{T}_i (1 - cv_i^2) = \overline{T}_i - \sigma_i cv_i$$

Metodo tassonomico di Wroclaw

Si basa sul concetto di "unità ideale": una ipotetica unità che assume i valori migliori tra quelli osservati per ciascuno degli indicatori considerati. La sintesi degli indicatori si ottiene mediante il calcolo della "distanza euclidea" tra i valori effettivi degli indicatori elementari e quelli dell'unità ideale.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} \in \mathfrak{R}$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = \frac{X_{ij} - \overline{X}_j}{\sigma_j} \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = \frac{X_{ij} - \overline{X}_j}{\sigma_j} * (-1) \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

$$\text{dove } \overline{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n} \text{ e } \sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \overline{X}_j)^2}{n}}$$

L'indice sintetico assume valore pari a 0 quando la distanza tra una data unità e quella ideale è nulla (in pratica tutti i valori sono coincidenti) ed è tanto maggiore quanto più i valori differiscono tra loro. Con questo metodo sulla base delle distanze euclidee di tutte le unità dall'unità ideale, è possibile costruire una graduatoria delle unità considerate rispetto alla lontananza dalla situazione ottimale.

L'indicatore sintetico ha valori decrescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$Di = \sqrt{\sum_{j=1}^p (T_{ij} - \max\{T_j\})^2} \text{ e si ottiene quindi l'indicatore sintetico di Wroclaw}$$

$$Wroc_i = \frac{D_i}{D_0} \text{ con } D_0 = \overline{D}_0 + 2\sigma_o \text{ dove } \overline{D}_0 \text{ è la media delle distanze e } \sigma_o \text{ è lo scarto quadratico medio delle distanze.}$$

Con questo metodo si attua implicitamente una ponderazione degli indicatori elementari, che risultano tanto più influenti sull'indice sintetico, quanto maggiori sono le distanze registrate rispetto alla situazione ideale. Il principale limite del metodo di Wroclaw è il criterio arbitrario e soggettivo di determinazione dell'unità ideale.

Metodo della media dei valori standardizzati (M1Z)

Si trasformano gli indicatori elementari in scarti standardizzati ovvero in scarti dalla media relativizzati allo scarto quadratico medio.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} \in \mathfrak{R}$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = \frac{X_{ij} - \overline{X_j}}{\sigma_j} \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = \frac{X_{ij} - \overline{X_j}}{\sigma_j} * (-1) \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

$$\text{dove } \overline{X_j} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n} \text{ e } \sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ij} - \overline{X_j})^2}{n}}$$

La trasformazione in scarti standardizzati consente di ottenere degli indicatori con media 0 e scarto quadratico medio uguale a 1.

L'indicatore sintetico ha valori crescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$M1Z_i = \frac{\sum_{j=1}^p T_{ij}}{p}$$

Metodo delle graduatorie

Si attribuisce il rango assunto da ciascuna unità in modo decrescente che va dalla prima alla n-esima posizione della graduatoria.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} \in \mathfrak{R}$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = \rho_{j=1}^n (X_{ij}) \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = \rho_{j=n}^1 (X_{ij}) \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

dove ρ rappresenta il valore intero della posizione nell'ordinamento della distribuzione del j-esimo indicatore.

La trasformazione in graduatoria consente di svincolare gli indicatori dall'unità di misura e di riportarli in valori interi da 1 a n senza tener conto di alcuna misura di variabilità.

L'indicatore sintetico ha valori decrescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$GradRnk_i = \frac{\sum_{j=1}^p T_{ij}}{p}$$

Metodo degli indici relativi

Si riproporziona il valore assunto da ciascuna unità in modo che oscilli tra il valore più basso assunto dall'indicatore posto uguale a 0 e quello più elevato posto uguale a 1.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} \in \mathfrak{R}$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = \frac{X_{ij} - \min\{X_j\}}{\max\{X_j\} - \min\{X_j\}} \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = 1 - \frac{X_{ij} - \min\{X_j\}}{\max\{X_j\} - \min\{X_j\}} \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

dove $\min\{X_j\}$ e $\max\{X_j\}$ sono rispettivamente il minimo e il massimo del j-esimo indicatore.

La trasformazione in indici relativi consente di svincolare gli indicatori dall'unità di misura e di riportarli in una scala da 0 a 1.

L'indicatore sintetico ha valori crescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$IR_i = \frac{\sum_{j=1}^p T_{ij}}{p}$$

Metodo della media aritmetica dei numeri indici base media (ARIM)

Si divide il valore assunto da ciascuna unità per la media aritmetica della stessa distribuzione.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} \geq 0$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = \frac{X_{ij}}{\bar{X}_j} \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = \frac{\bar{X}_j}{X_{ij}} \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

$$\text{dove } \bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n}$$

La trasformazione in numeri indici consente di svincolare gli indicatori dall'unità di misura e di conservare la distanza relativa tra le diverse unità.

L'indicatore sintetico ha valori crescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$ANIM_i = \frac{\sum_{j=1}^p T_{ij}}{p}$$

Metodo della media geometrica dei numeri indici base media

Si divide il valore assunto da ciascuna unità per la media aritmetica della stessa distribuzione.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} > 0$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = \frac{X_{ij}}{\bar{X}_j} \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = \frac{\bar{X}_j}{X_{ij}} \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

$$\text{dove } \bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n}$$

La trasformazione in numeri indici consente di svincolare gli indicatori dall'unità di misura e di conservare la distanza relativa tra le diverse unità.

L'indicatore sintetico ha valori crescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$GNIM_i = \left(\prod_{j=1}^p T_{ij} \right)^{1/p}$$

Metodo della media quadratica dei numeri indici base media

Si divide il valore assunto da ciascuna unità per la media aritmetica della stessa distribuzione.

L'applicazione di tale metodo è $\forall X_{ij} \geq 0$

In formule, si passa da $X_{ij} \Rightarrow T_{ij}$:

$$T_{ij} = \frac{X_{ij}}{\bar{X}_j} \text{ per indicatori con verso crescente (etichetta maiuscola)}$$

e

$$T_{ij} = \frac{\bar{X}_j}{X_{ij}} \text{ per indicatori con verso decrescente (etichetta minuscola)}$$

$$\text{dove } \bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ij}}{n}$$

La trasformazione in numeri indici consente di svincolare gli indicatori dall'unità di misura e di conservare la distanza relativa tra le diverse unità.

L'indicatore sintetico ha valori crescenti e viene sintetizzato in formule per le i-esime unità da:

$$\overline{QNIM}_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^p T_{ij}^2}{p}}$$