

## L'AGGIORNAMENTO DEI PARAMETRI DEMOGRAFICI PER LA REVISIONE DEI COEFFICIENTI DI TRASFORMAZIONE DEL MONTANTE CONTRIBUTIVO

L'art.1, comma 11 della Legge 8 agosto 1995, n.335, prevede che il Ministero del lavoro e della previdenza sociale, di concerto con il Ministero del Tesoro, provveda ogni dieci anni alla rideterminazione dei coefficienti di trasformazione del montante contributivo. L'art.1, comma 15, della Legge 24 dicembre 2007, n. 247, riduce a tre anni il periodo entro il quale i coefficienti vanno rideterminati. La revisione deve avvenire *“sulla base delle rilevazioni demografiche e dell'andamento effettivo del tasso di variazione del Pil di lungo periodo rispetto alle dinamiche dei redditi soggetti a contribuzione previdenziale, rilevati dall'Istat”*.

Il presente documento ha lo scopo di rendere pubblica la metodologia con la quale sono stati aggiornati i parametri demografici che intervengono nelle formule di calcolo dei coefficienti di trasformazione<sup>1</sup>. Tali parametri sono quattro e, precisamente:

- 1) le probabilità di sopravvivenza della popolazione residente
- 2) la frequenza di decessi di coniugati sul totale dei decessi
- 3) la probabilità del superstite di essere eliminato per morte o per nuove nozze
- 4) il differenziale medio di età tra i coniugi al decesso del dante causa.

I successivi paragrafi illustrano nel dettaglio le scelte operative e metodologiche con le quali si è pervenuti alla determinazione dei predetti parametri con riferimento all'anno 2008, dopo che un primo insieme informativo era stato prodotto dall'Istat nel 2005 su dati relativi al 2002.

È opportuno ricordare che l'Istat produce ufficialmente i parametri demografici in oggetto (oltre che le informazioni riguardo al tasso di variazione del Pil) affinché il Ministero del lavoro e della previdenza sociale, di concerto col Ministero dell'Economia delle Finanze (MEF), possa costruire la revisione dei coefficienti di trasformazione. La formulazione finale dei coefficienti di trasformazione non è materia istituzionale di competenza dell'Istat, il quale si limita a mettere a disposizione i dati demografici necessari, ottenuti in conformità a riconosciuti standard di scientificità e trasparenza.

### Scelte operative e metodologiche

Prima di illustrare le particolarità metodologiche relative alle formulazioni degli indicatori demografici oggetto d'analisi, è opportuno richiamare alcuni cenni sulle principali scelte d'insieme compiute. Queste hanno riguardato i seguenti aspetti definitori:

- a) il riferimento territoriale e temporale dello studio;
- b) la scelta delle classi d'età;
- c) la definizione puntuale di una tipologia ottimale d'indicatori demografici;
- d) le ipotesi d'indipendenza riguardo l'accadimento di eventi demografici tra loro concorrenti.

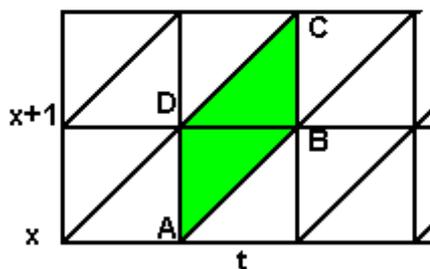
<sup>1</sup> Per le formule dei coefficienti di trasformazione si è fatto ricorso a quelle pubblicate nel volume “Le tendenze di medio-lungo periodo del sistema pensionistico e sanitario”, Rapporto n° 6-dicembre 2004, RGS-Ministero dell'Economia e delle Finanze.

Riguardo al primo punto, come **unità d'analisi territoriale** è stato adottato il livello nazionale. Benché sia noto che le condizioni di sopravvivenza in Italia siano molto eterogenee sul piano territoriale – ad esempio, per gli uomini la speranza di vita alla nascita dei residenti nelle Marche è di 2,6 anni superiore a quella dei residenti in Campania (dati 2008) – questa scelta è coerente con il dettato normativo che non fa riferimento ad alcuna differenza di trattamento tra i cittadini residenti in diversi luoghi del territorio nazionale. Come riferimento temporale è stato considerato il 2008, ultimo anno per il quale si dispone di un set completo d'informazioni statistiche desumibili da rilevazioni correnti dell'Istat.

Questo lavoro ha come obiettivo la determinazione di parametri demografici riferibili a **classi d'età annuali**. Per quanto riguarda l'ampiezza dell'intervallo, si sono prese in esame le classi d'età annuali oltre i 50 anni, fino a un massimo di 114 anni.

In merito al terzo punto, è stata affrontata una riflessione sulla **tipologia d'indicatori** che era necessario produrre. Tale attività è stata condotta con il fine non solo di valutare gli indicatori demografici alla luce della precisione e della correttezza statistica, ma anche di compiere una scelta appropriata per quel che riguarda l'inserimento "esogeno" degli indicatori medesimi in successivi modelli di natura economico-finanziaria (come, per l'appunto, quello sottostante il calcolo dei coefficienti di trasformazione). Questi aspetti hanno riguardato soprattutto il problema di quale misura di "probabilità" fosse necessario introdurre considerando le finalità del lavoro. Tali finalità si concretano principalmente nella determinazione annuale (cioè dal 1° gennaio al 31 dicembre) delle risorse economiche necessarie a finanziare la spesa pensionistica a carico di una popolazione che, configurabile come stock di individui allineati al 1° gennaio dell'anno e aggregati secondo caratteristiche comuni (sexo, età, stato civile...), è "esposta" nel corso dell'anno al rischio di subire una serie di possibili eventi demografici (matrimonio, divorzio, morte, vedovanza...). Ciò considerato, la misura statistica che si presta alle suddette finalità è quella che va sotto il nome di probabilità prospettiva. Con questo tipo di misura, infatti, è possibile valutare il rischio di vivere un certo evento nel corso di un anno di calendario per un individuo d'età compiuta  $x$  al 1° gennaio, prima che lo stesso abbia raggiunto l'età compiuta  $x+1$  al 31 dicembre. La rappresentazione grafica (in schema di Lexis) e la formulazione di una probabilità prospettiva per età ( ${}_t q_x$ ) sono di seguito riportate:

FIGURA 1. RAPPRESENTAZIONE GRAFICA  
DI UNA MISURA DI PROBABILITÀ  
PROSPETTIVA



$${}_t q_x = \frac{{}_t M_{x,x+1}}{{}_t P_x \pm \frac{1}{2} {}_t E_{x,x+1}} = \frac{M(ABCD)}{L(AD) \pm \frac{1}{2} E(ABCD)}$$

In una probabilità prospettiva (come in una qualunque altra formula di probabilità) gli eventi al numeratore sono rapportati alla popolazione "esposta" a rischio di subire l'evento studiato. Quest'ultima sarà data dalla popolazione al 1° gennaio "più o meno" una serie di altri eventi demografici concorrenti, detti "perturbatori", che intervengono durante l'anno mutando il contingente iniziale di soggetti. Ad esempio, volendo determinare la probabilità di nozze per un vedovo, gli elementi che compariranno nella formula di probabilità saranno i seguenti: al numeratore si considereranno i matrimoni dell'anno dei vedovi; al denominatore si considererà la popolazione al 1° gennaio con stato civile di vedovo alla quale andrà aggiunta metà di coloro che in corso d'anno transitano nello status di vedovanza (esponendosi di nuovo al rischio di nuove nozze), mentre andrà detratta metà dei deceduti con stato civile vedovo, trattandosi di individui definitivamente eliminati. In altri termini, si formula l'ipotesi che gli eventi perturbatori siano vissuti uniformemente tra il 1° gennaio e il 31 dicembre e che, pertanto, i nuovi soggetti da aggiungere/sottrarre al contingente di popolazione iniziale siano esposti a rischio di subire l'evento studiato mediamente per metà anno.

Tra i possibili eventi perturbatori non sono presi in considerazione quelli riguardanti i flussi migratori, accordando l'ipotesi che in ciascuna classe d'età la popolazione abbia un saldo (entrate-uscite) migratorio nullo. Tale semplificazione è da ritenersi motivata dal fatto che le operazioni di calcolo sono sviluppate su base nazionale e riguardano soggetti di età superiore ai 50 anni.

Nell'impostare il calcolo delle probabilità suddette si assumono implicitamente alcune ipotesi di fondo, che riguardano nel loro insieme l'**indipendenza tra l'accadimento di eventi demografici tra loro concorrenti**. In primo luogo si assume che gli individui appartenenti a una data classe d'età della popolazione siano tra loro omogenei e che, pertanto, la probabilità di subire l'evento studiato sia identica per tutti i soggetti che la compongono. Inoltre, si assume che sia gli eventi relativi al fenomeno studiato sia gli eventi perturbatori agiscano sugli individui appartenenti a una stessa classe d'età in maniera indipendente. Ciò comporta che gli individui appartenenti a una certa classe d'età che entrano o escono dall'osservazione per aver subito un fenomeno perturbatore abbiano, nei confronti del fenomeno studiato, un comportamento identico a quello di coloro che sono rimasti in osservazione dall'inizio alla fine dell'anno. Infine, il fatto che il contingente osservato all'inizio dell'anno sia composto da soggetti che, provenendo da biografie individuali differenti, possiedono uno "status" diverso, non rappresenta un fattore selettivo nei confronti dell'evento perturbatore. In altre parole, il rischio di vivere l'evento perturbatore è lo stesso per tutti i soggetti appartenenti a una certa classe d'età qualunque sia la storia individuale dalla quale provengono.

### Le probabilità di sopravvivenza della popolazione italiana

Una delle attività istituzionali dell'Istat è quella che riguarda la produzione di informazioni sulle condizioni di sopravvivenza della popolazione italiana. Tale attività si manifesta principalmente nella predisposizione corrente e regolare delle tavole di mortalità della popolazione residente, dal livello nazionale a quello provinciale, mediante una metodologia unica e consolidata<sup>2</sup>. L'ultimo anno per il quale si dispone delle tavole di mortalità è il 2008.

Nelle tavole figurano una serie di parametri demografici di sopravvivenza che fanno riferimento alla popolazione residente distinta per sesso ed età (disponibile in classi annuali o quinquennali).

Ai fini della revisione dei coefficienti di trasformazione viene tenuta in conto la funzione:

$$p_{x,x+1}^s = L_{x+1}^s / L_x^s,$$

nota come probabilità prospettiva di sopravvivenza per sesso (s) tra l'età x e l'età x+1, ovvero il suo complemento:

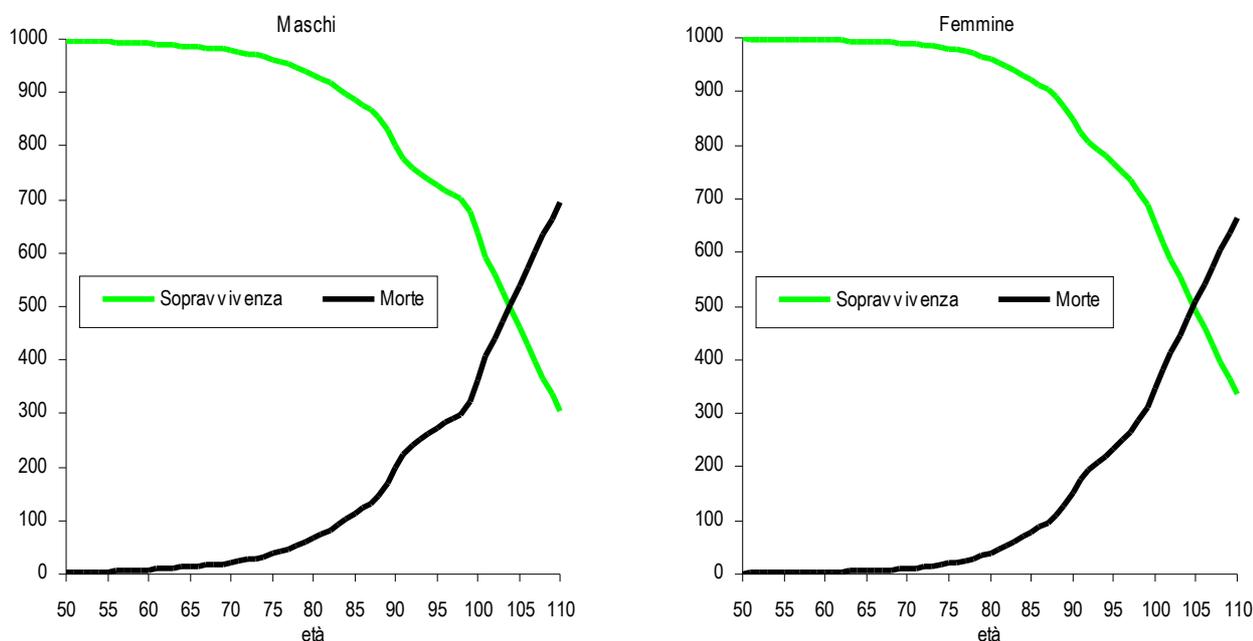
$$q_{x,x+1}^s = 1 - L_{x+1}^s / L_x^s$$

nota come probabilità prospettiva di morte per sesso (s) tra l'età x e l'età x+1. Nelle formule l'elemento  $\{L_x\}$  è il parametro di sopravvivenza noto come funzione degli anni vissuti.

La figura 2 mostra nel dettaglio l'andamento per età delle probabilità prospettive di sopravvivenza e morte, per le età superiori a 50 anni in Italia per l'anno 2008. La figura evidenzia come, per l'Italia, il rischio di morte risulti particolarmente contenuto, perlomeno fino all'età di 80 anni, età in cui risulta inferiore al 10%, contro un 90% di possibilità di sopravvivere. Si evidenzia, inoltre, così come confermato dai diversi valori della vita media (78,8 anni gli uomini contro gli 80,1 anni delle donne), una più alta probabilità di sopravvivenza per le donne. Infine, si denota come l'andamento regolare delle quattro curve sia interessato da un tratto d'inflessione corrispondente alle età comprese tra i 90 e i 94 anni. Si tratta di un fenomeno riconosciuto in analisi demografica come "effetto di coorte". Nel caso specifico, tal effetto interessa le coorti nate nel periodo della prima guerra mondiale, coorti che sono state caratterizzate da rischi di morte mediamente più elevati nel corso di tutta l'esistenza.

<sup>2</sup> La metodologia completa di calcolo è riportata nella pubblicazione: Istat, 2002, "Tavole di mortalità della popolazione italiana per provincia e regione di residenza - Anno 1998", Informazioni n.19, 2002.

FIGURA 2. PROBABILITÀ PROSPETTIVE DI MORTE E SOPRAVVIVENZA, DA 50 ANNI DI ETÀ IN POI, PER SESSO. ITALIA. Anno 2008, valori per mille



Fonte: Istat, Tavole di mortalità della popolazione residente.

### La frequenza di coloro che lasciano famiglia

In questo contesto, con il termine “lasciare famiglia” s’intende il decesso di uno dei due coniugi. L’interesse per una sua misura, ai fini della revisione dei coefficienti di trasformazione, sta nella determinazione dell’importo della pensione di reversibilità che l’assicurato (dante causa), morendo, lascia al coniuge superstite.

Per definire il concetto di lasciare famiglia per morte si è operato soltanto in riferimento ai principali componenti della famiglia, il marito o la moglie, a prescindere dalla presenza d’eventuali altri membri come, ad esempio, i figli legittimi o altri componenti aggregati al nucleo familiare.

Ciò premesso, per valutare il montante corrispondente alle pensioni di reversibilità attese in un determinato anno sulla base degli eventi demografici di decesso, non occorre far altro che calcolare il peso relativo dei morti tra i coniugati rispetto all’ammontare complessivo dei morti. Tenendo conto delle variabili età e sesso, e ricorrendo ai dati dell’Indagine Istat sulle cause di morte per l’anno 2008, il valore richiesto è dunque pari a:

$${}_1m_x^s = \frac{{}_1M_x^s}{\sum_{c=1}^5 {}_cM_x^s}$$

dove il termine a numeratore a destra dell’uguale rappresenta l’ammontare di morti con stato civile di coniugato, sesso “s” ed età compiuta “x”, mentre a denominatore è riportato l’ammontare complessivo di morti a parità di sesso ed età (con la variabile stato civile “c” che assume le modalità: 1) coniugato/a, 2) separato/a, 3) divorziato/a, 4) celibe/nubile, 5) vedovo/a).

La giurisprudenza riconosce che la pensione di reversibilità spetta in primo luogo al legittimo consorte, ossia a quello legato al defunto da un matrimonio, anche se separato legalmente.

Ma qualche possibilità esiste anche per i coniugi divorziati, purché siano soddisfatti alcuni requisiti<sup>3</sup>. Utilizzando un concetto di reversibilità esteso anche ai coniugi separati e agli ex-coniugi

<sup>3</sup> La pensione di reversibilità può spettare anche al coniuge divorziato purché questi sia titolare di assegno di divorzio e che non si sia risposato.

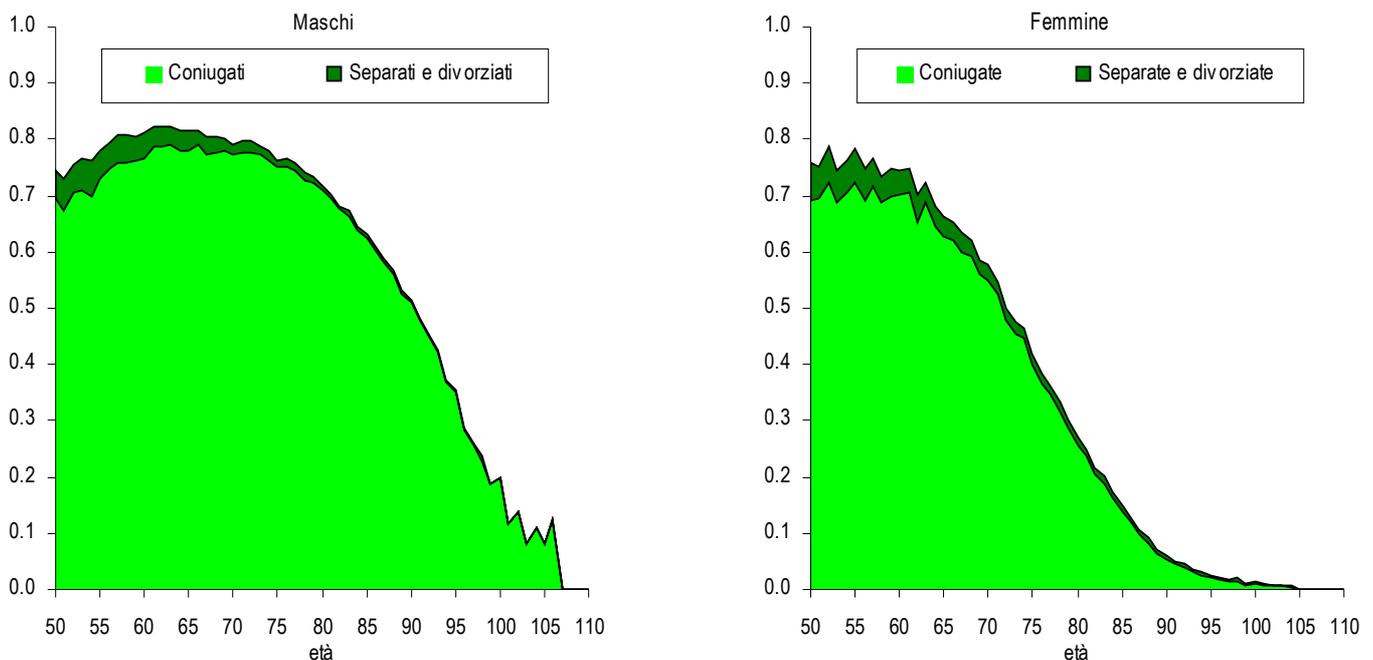
si dovranno, pertanto, prendere in considerazione anche le frequenze relative:

$${}_2m_x^s = {}_2M_x^s / \sum_{c=1}^5 {}_cM_x^s \quad \text{e} \quad {}_3m_x^s = {}_3M_x^s / \sum_{c=1}^5 {}_cM_x^s$$

rispettivamente valide per i decessi di separati e di divorziati a parità di sesso "s" ed età "x".

La figura 3 illustra, rispettivamente, l'andamento per età della frequenza dei decessi per i coniugati (indicatore  ${}_1m_x^s$ ) e per i separati/divorziati (ottenuto sommando  ${}_2m_x^s$  con  ${}_3m_x^s$ ). Tale immagine, intrinsecamente influenzata dalla struttura per stato civile della popolazione nell'anno oggetto di studio, mostra che la frequenza di deceduti tra i coniugati (legittimi o non) è più elevata tra gli uomini. Questi ultimi, infatti, potendo contare su di una speranza di vita inferiore, corrono più precocemente il rischio di lasciare famiglia. In secondo luogo, si evidenzia che con l'avanzare dell'età, qualunque genere si prenda in considerazione, la frequenza di deceduti coniugati tende a zero, lasciando il passo alle più elevate frequenze di decesso che si riscontrano (in particolar modo per le donne) tra gli individui vedovi.

FIGURA 3. DECESSI DI INDIVIDUI CONIUGATI, SEPARATI O DIVORZIATI SUL TOTALE DEI DECESSI, DA 50 ANNI COMPIUTI IN POI, PER SESSO. ITALIA. Anno 2008, frequenze relative



Fonte: Istat, Rilevazione delle cause di morte

L'ex-coniuge defunto deve però risultare assicurato prima della sentenza di scioglimento o della cessazione degli effetti civili del matrimonio. La legge prevede, inoltre, che il coniuge divorziato abbia diritto alla pensione anche se il defunto si è risposato e sia in vita il nuovo coniuge. In tali casi la pensione non viene attribuita automaticamente ma si deve attendere una specifica sentenza di un Tribunale, cui compete l'onere di dividere la pensione tra i co-interessati (coniuge ed ex coniuge) sia in proporzione alla durata del matrimonio di ciascuno, sia in base alla rispettiva posizione economica.

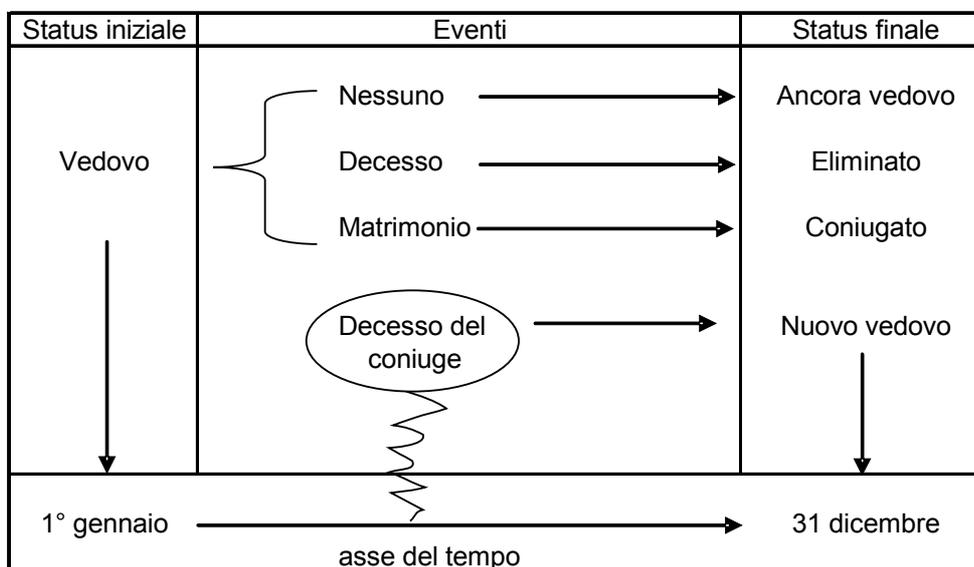
### La probabilità del superstite di essere eliminato per morte o per nuove nozze

Ai fini della determinazione della spesa pensionistica corrente è necessario valutare l'entità dell'ammontare di coloro che, in qualità di beneficiari di pensione di reversibilità, riescono a mantenere tale diritto nel corso dell'anno. Poiché tale diritto si può perdere per morte o per nuove nozze, la probabilità del superstite si configura come probabilità di morire o di contrarre un nuovo matrimonio per un vedovo<sup>4</sup>. Dai due distinti eventi, la morte o il matrimonio, postulati essere tra loro indipendenti, occorre determinare una stima complessiva della probabilità che si possa verificare l'uno o l'altro. Per pervenire a una tale misura si parte dalla determinazione dei rischi di vivere singolarmente uno dei due eventi. Dopodiché, si otterrà la misura composta richiesta facendo la somma dei rischi singoli<sup>5</sup>.

Preliminare al calcolo della probabilità di subire un determinato evento è la definizione degli individui esposti a rischio di subirlo. A tal fine è agevole l'uso di una rappresentazione grafica di "transizione", nella quale è riportato lo status posseduto da un individuo al 1° gennaio dell'anno, gli eventi (studiato o perturbatori) che da egli potranno essere vissuti in corso d'anno e lo status, conservato o mutato, posseduto al 31 dicembre. L'eliminazione del superstite per morte o nuove nozze è rappresentata nello schema di transizione della figura 4.

A seconda del fenomeno studiato, il rischio di morte o quello di matrimonio, l'evento che in un determinato caso è l'evento studiato, nell'altro può giocare il ruolo di evento perturbatore e viceversa. Ad esempio, se si considera la mortalità dei vedovi l'evento studiato corrisponde, naturalmente, alla morte, mentre l'eventuale matrimonio è un evento perturbatore di uscita dallo stato vedovile; al contrario, se si considera la nuzialità dei vedovi l'evento studiato in tal caso corrisponde al matrimonio, mentre l'eventuale morte è l'evento perturbatore di uscita (definitiva) dallo stato vedovile. Le due misure sono, invece, accomunate dal medesimo evento in entrata tra coloro a rischio di subire l'evento studiato, ossia il decesso del coniuge che fa entrare nel nuovo status di vedovanza il coniuge superstite.

FIGURA 4. SCHEMA DI TRANSIZIONE DEL CONIUGE SUPERSTITE



In conformità a tali considerazioni gli esposti a rischio (riferimento dati 2008) sono stati così calcolati:

- per l'evento "morte"

<sup>4</sup> Come per l'indicatore "frequenza di coloro che lasciano famiglia", anche nella valutazione della probabilità del superstite non si è tenuto conto della presenza di altri soggetti nel nucleo familiare.

<sup>5</sup> Denominato m l'evento morte e n l'evento matrimonio la probabilità studiata è in questo caso  $p(m \cup n) = p(m) + p(n) - p(m \cap n)$ . L'evento intersezione è nel caso specifico pari a zero. Infatti, i due eventi non possono aversi entrambi nel medesimo anno se il primo dei due a verificarsi è la morte. Se al contrario si verifica prima il matrimonio, questo evento comporta l'uscita dalla popolazione a rischio di morire nello status di vedovo. Ne consegue che la probabilità che si verifichi uno dei due eventi nel corso dell'anno è data dalla somma delle singole probabilità.

$${}_v P_{x,x+1}^s = {}_v P_x^s + 0.5 \cdot (V_{x,x+1}^s - {}_v N_{x,x+1}^s)$$

espressione nella quale il primo termine a destra dell'uguale rappresenta il contingente di vedovi al 1° gennaio dell'anno di sesso s ed età x, mentre i termini tra parentesi rappresentano, rispettivamente, il numero di individui di sesso s ed età x,x+1 che transita nello status di vedovanza<sup>6</sup> e il numero di matrimoni celebrati da individui vedovi di sesso s ed età x,x+1.

- per l'evento "matrimonio"

$${}_v P_{x,x+1}^s = {}_v P_x^s + 0.5 \cdot (V_{x,x+1}^s - {}_v M_{x,x+1}^s)$$

dove, diversamente dal caso precedente, l'ultimo termine tra parentesi rappresenta il numero di deceduti vedovi di sesso s ed età x,x+1.

Le rispettive probabilità di prima approssimazione sono state conseguentemente calcolate come segue:

$${}_v \bar{q}_x^s = {}_v M_{x,x+1}^s / {}_v P_{x,x+1}^s$$

$${}_v \bar{n}_x^s = {}_v N_{x,x+1}^s / {}_v P_{x,x+1}^s$$

Nel caso della probabilità di nuove nozze il passaggio dalle probabilità di prima approssimazione alle probabilità allo stato puro è stato compiuto con la seguente formula perequativa:

$${}_v n_x^s = \left[ 7 {}_v \bar{n}_x^s + 6 \cdot \left( {}_v \bar{n}_{x-1}^s + {}_v \bar{n}_{x+1}^s \right) + 3 \cdot \left( {}_v \bar{n}_{x-2}^s + {}_v \bar{n}_{x+2}^s \right) - 2 \cdot \left( {}_v \bar{n}_{x-3}^s + {}_v \bar{n}_{x+3}^s \right) \right] / 21$$

per x=50, ... , 86 con s=1 e per x=50, ... , 84 con s=2.

L'evento matrimonio del superstite in età avanzata risulta abbastanza raro. Nel 2008, dalla rilevazione Istat sui Matrimoni, risulta che il più anziano vedovo convolato a nuove nozze avesse l'età di 90 anni mentre la più anziana vedova ne avesse 88. Per questa ragione il calcolo della probabilità di nuove nozze del superstite è stato elaborato fino all'età di 90 anni per gli uomini e fino all'età di 88 anni per le donne. Oltre tali età si è assunta una probabilità nulla.

Denominando con  $\omega$  la classe di età estrema per le nozze dei vedovi/e osservata nel 2008, le probabilità allo stato puro relative alle età 87-90 anni per gli uomini, e alle età 85-88 per le donne, sono state ottenute per perequazione dalle seguenti formule:

$${}_v n_{\omega-3}^s = \left[ -15 {}_v \bar{n}_{\omega}^s + 21 {}_v \bar{n}_{\omega-1}^s + 42 {}_v \bar{n}_{\omega-2}^s + 48 {}_v \bar{n}_{\omega-3}^s + 39 {}_v \bar{n}_{\omega-4}^s + 15 {}_v \bar{n}_{\omega-5}^s - 10 {}_v \bar{n}_{\omega-6}^s \right] / 140$$

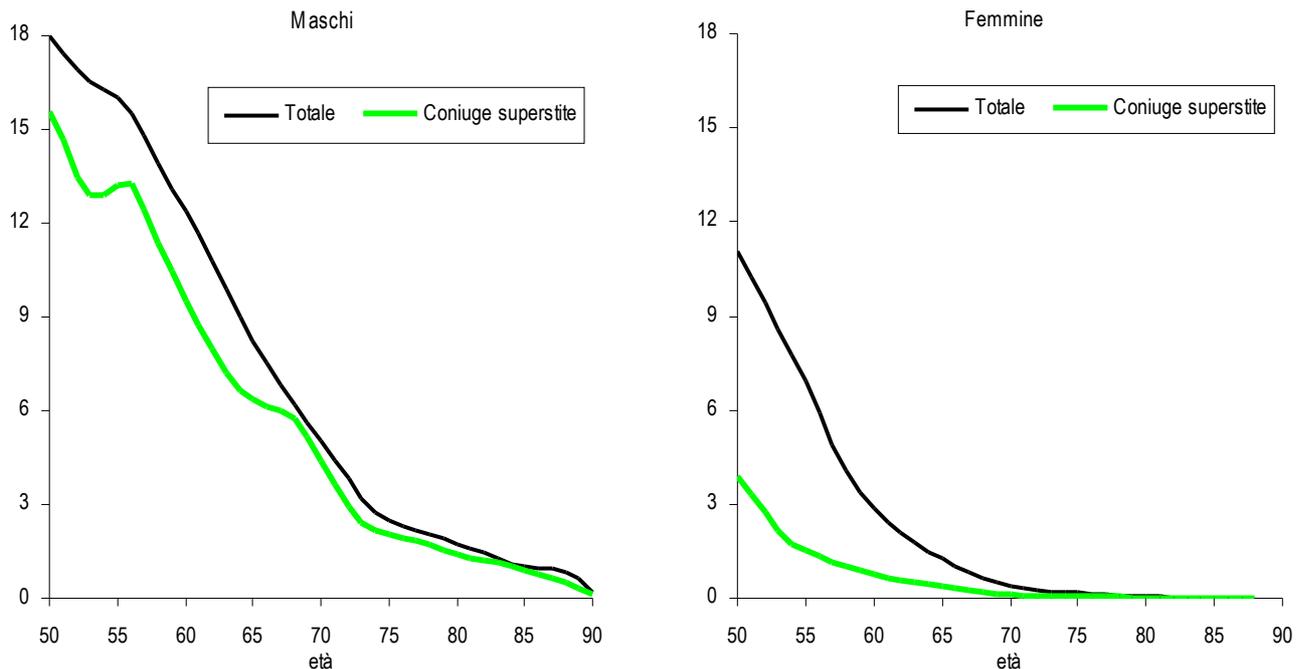
$${}_v n_{\omega-2}^s = \left[ - {}_v \bar{n}_{\omega}^s + 39 {}_v \bar{n}_{\omega-1}^s + 54 {}_v \bar{n}_{\omega-2}^s + 44 {}_v \bar{n}_{\omega-3}^s + 9 {}_v \bar{n}_{\omega-4}^s + 5 {}_v \bar{n}_{\omega-5}^s - 10 {}_v \bar{n}_{\omega-6}^s \right] / 140$$

$${}_v n_{\omega-1}^s = \left[ 79 {}_v \bar{n}_{\omega}^s + 98 {}_v \bar{n}_{\omega-1}^s + 87 {}_v \bar{n}_{\omega-2}^s + 46 {}_v \bar{n}_{\omega-3}^s - 25 {}_v \bar{n}_{\omega-4}^s - 5 {}_v \bar{n}_{\omega-6}^s \right] / 280$$

$${}_v n_{\omega}^s = \left[ 31 {}_v \bar{n}_{\omega}^s + 9 {}_v \bar{n}_{\omega-1}^s - 3 {}_v \bar{n}_{\omega-2}^s - 5 {}_v \bar{n}_{\omega-3}^s + 3 {}_v \bar{n}_{\omega-4}^s \right] / 35$$

FIGURA 5. PROBABILITÀ PROSPETTIVE DI MATRIMONIO DEL CONIUGE SUPERSTITE, DA 50 ANNI DI ETÀ IN POI, PER SESSO. ITALIA. Anno 2008, valori per mille

<sup>6</sup> L'ammontare di individui che transitano dallo status di coniugato allo status vedovile si determina classificando i decessi di coniugati per età del coniuge superstite, informazione quest'ultima disponibile dalla rilevazione Istat sulle Cause di morte.



I risultati della procedura di calcolo relativa alle probabilità di matrimonio del superstite sono illustrati nella figura 5, nella quale viene riportata per confronto anche la curva di nuzialità riguardante la popolazione nel suo complesso. Si nota, in linea con le attese, che la nuzialità ha un andamento decrescente all'aumentare dell'età e che quella dei soli vedovi è significativamente più bassa di quella relativa al totale della popolazione. A qualunque età si nota, inoltre, un significativo divario di genere della propensione alla nuzialità, sia con riferimento alla popolazione totale sia, ancor più accentuato, con riferimento alla popolazione di stato vedovile.

Per l'evento decesso del superstite il passaggio dalle probabilità di prima approssimazione alle probabilità allo stato puro è stato effettuato con la seguente formula perequativa:

$${}_v q_x^s = \left[ 7 \cdot {}_v \bar{q}_x^s + 6 \cdot \left( {}_v \bar{q}_{x-1}^s + {}_v \bar{q}_{x+1}^s \right) + 3 \cdot \left( {}_v \bar{q}_{x-2}^s + {}_v \bar{q}_{x+2}^s \right) - 2 \cdot \left( {}_v \bar{q}_{x-3}^s + {}_v \bar{q}_{x+3}^s \right) \right] / 21$$

formula pressoché identica a quella utilizzata per perequare le probabilità di nuove nozze e utilizzata per le tutte le età  $x=50, \dots, 96$  anni.

Con lo scopo di chiudere la predetta curva fino alle età più avanzate, in linea con quanto viene prodotto per le tavole di mortalità correntemente rilasciate dall'Istat, si è utilizzata la seguente procedura. Per tutte le età comprese tra 101 e 114 anni si è ottenuto:

$${}_v q_x^s = {}_{std} q_x^s \cdot K_x^s$$

espressione dove  ${}_{std} q_x^s$  è una funzione di mortalità logistica ottenuta sviluppando il modello:

$${}_{std} q_x^s = \alpha^s \cdot e^{\beta^s x} / (1 + \alpha^s \cdot e^{\beta^s x})$$

modello che è lo stesso utilizzato per il calcolo corrente della mortalità alle età senili nella costruzione delle tavole di mortalità ufficiali dell'Istat<sup>7</sup>. Inoltre

$$K_x^s = \exp \left( \frac{125 - x}{28} \cdot \ln \frac{{}_v q_{97}^s}{{}_{std} q_{97}^s} \right)$$

è una funzione di passaggio tale da assumere il valore  $\ln \left( {}_v q_{97}^s / {}_{std} q_{97}^s \right)$  in corrispondenza

<sup>7</sup> Vedi nota 3

dell'età 97 e valore unitario all'età 125. Il valore  ${}_v q_{97}^s$  viene a sua volta determinato per perequazione delle sette probabilità di prima approssimazione tra le età 93 e 99:

$${}_v q_{97}^s = \left[ -2 {}_v \bar{q}_{93}^s + {}_v \bar{q}_{94}^s + 3 {}_v \bar{q}_{95}^s + 4 {}_v \bar{q}_{96}^s + 4 {}_v \bar{q}_{97}^s + 3 {}_v \bar{q}_{98}^s + {}_v \bar{q}_{99}^s \right] / 14$$

Per lisare possibili discontinuità tra le probabilità calcolate fino ai 97 anni e la serie di probabilità da 101 a 114 anni, le probabilità di morte del superstite per le età da 98 a 100 anni sono state computate attraverso un procedimento misto, frutto per metà dei dati osservati e per metà del modello di approssimazione logistica. Si calcolano in primo luogo i seguenti valori con delle medie mobili sulle probabilità di prima approssimazione:

$$M {}_v q_{98}^s = \left[ - {}_v \bar{q}_{93}^s + {}_v \bar{q}_{94}^s + 2 {}_v \bar{q}_{95}^s + 3 {}_v \bar{q}_{96}^s + 4 {}_v \bar{q}_{97}^s + 5 {}_v \bar{q}_{99}^s \right] / 14$$

$$M {}_v q_{99}^s = \left[ 5 {}_v \bar{q}_{93}^s - 3 {}_v \bar{q}_{94}^s - 6 {}_v \bar{q}_{95}^s - 4 {}_v \bar{q}_{96}^s + 3 {}_v \bar{q}_{97}^s + 15 {}_v \bar{q}_{98}^s + 32 {}_v \bar{q}_{99}^s \right] / 42$$

$$M {}_v q_{100}^s = \left[ 3 {}_v \bar{q}_{93}^s - {}_v \bar{q}_{94}^s - 3 {}_v \bar{q}_{95}^s - 3 {}_v \bar{q}_{96}^s - {}_v \bar{q}_{97}^s + 3 {}_v \bar{q}_{98}^s + 9 {}_v \bar{q}_{99}^s \right] / 7$$

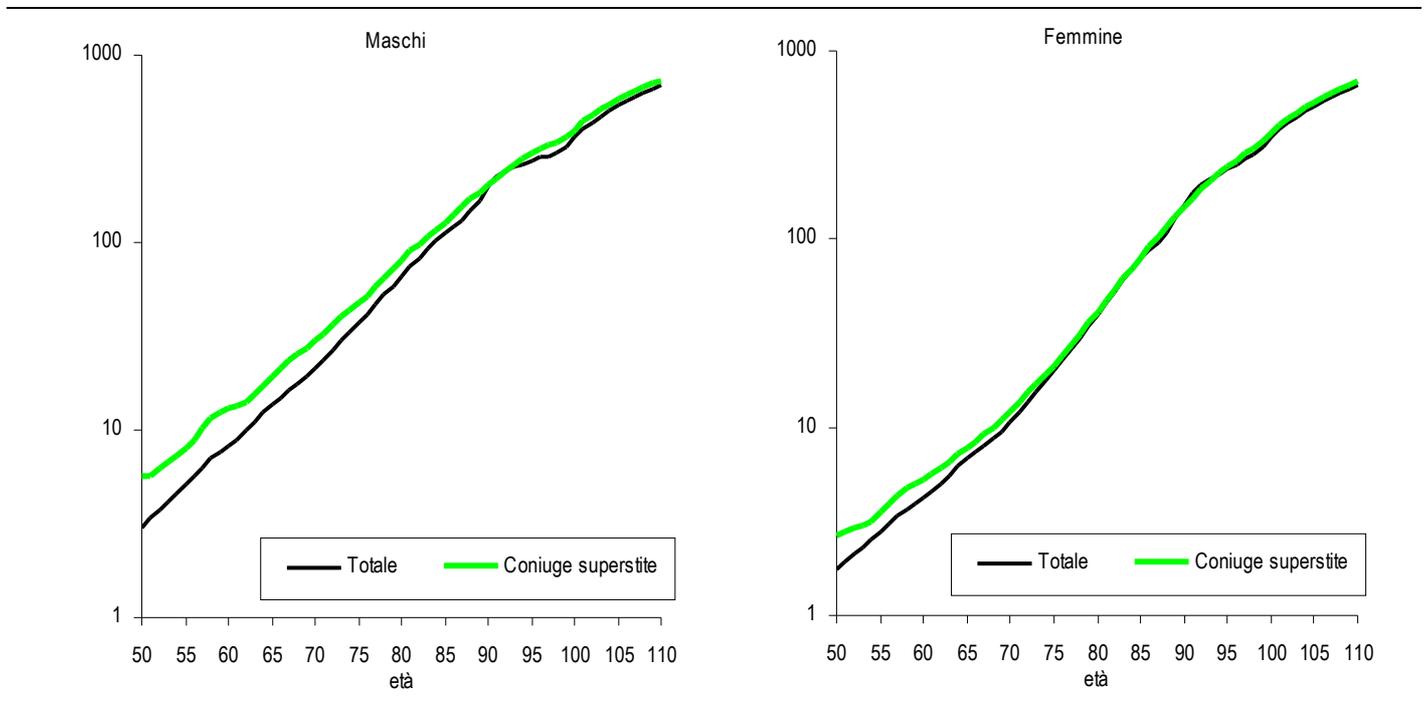
Quindi, si determinano i tre valori per approssimazione alla funzione logistica:

$$K {}_v q_{98}^s = {}_{std} q_{98}^s \cdot K_{98}^s \quad K {}_v q_{99}^s = {}_{std} q_{99}^s \cdot K_{99}^s \quad K {}_v q_{100}^s = {}_{std} q_{100}^s \cdot K_{100}^s$$

Infine, si ottengono i valori finali da 98 a 100 anni per effetto delle seguenti medie ponderate:

$${}_v q_{98}^s = \left[ 3 M {}_v q_{98}^s + K {}_v q_{98}^s \right] / 4 \quad {}_v q_{99}^s = \left[ M {}_v q_{99}^s + K {}_v q_{99}^s \right] / 2 \quad {}_v q_{100}^s = \left[ M {}_v q_{100}^s + 3 K {}_v q_{100}^s \right] / 4$$

FIGURA 6. PROBABILITÀ PROSPETTIVE DI MORTE DEL CONIUGE SUPERSTITE, DA 50 ANNI DI ETÀ IN POI, PER SESSO. ITALIA. Anno 2008, valori per mille



Le probabilità di morte del superstite sono raffigurate in figura 6 in scala logaritmica, unitamente alle probabilità di morte relative alla popolazione nel suo complesso. Si osserva che la mortalità dei vedovi è significativamente più alta rispetto a quella che si rileva per la media generale della popolazione.

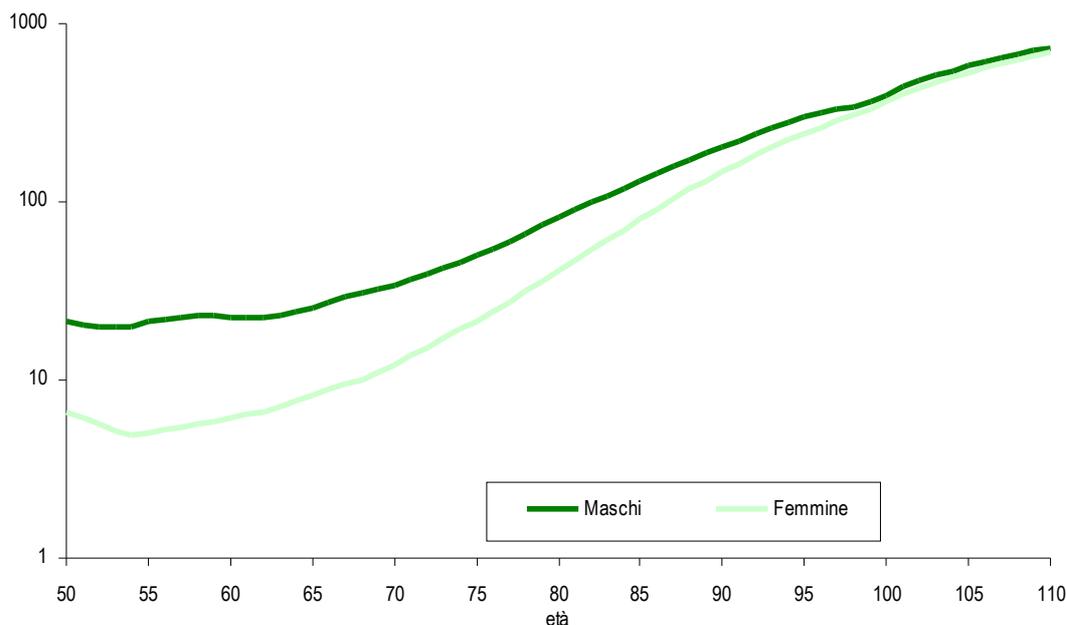
A questo punto la probabilità del supersite per morte o per nuove nozze è stata ottenuta facendo

una somma algebrica della probabilità di morire con quella di sposarsi:

$$\Phi_x^s = {}_v q_x^s + {}_v n_x^s$$

La figura 7 illustra il risultato finale della procedura sin qui descritta.

**FIGURA 7. PROBABILITÀ PROSPETTIVE DI MORTE O NUOVE NOZZE DEL CONIUGE SUPERSTITE, DA 50 ANNI DI ETÀ IN POI, PER SESSO. ITALIA. Anno 2008, valori per mille**



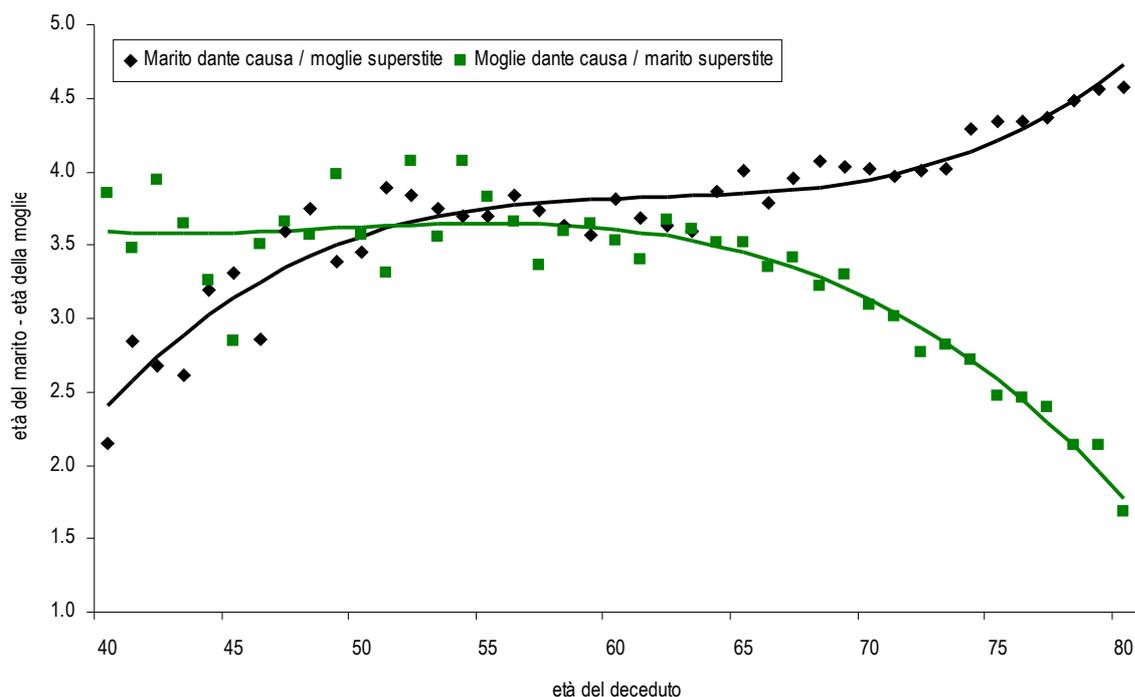
### Il differenziale medio d'età tra i coniugi

L'ultimo parametro demografico preso in considerazione è quello riguardante la differenza media d'età tra i coniugi al momento del decesso di uno dei partner. Per tale indicatore, calcolato sugli individui deceduti nel 2008, si riscontrano risultati diversi a seconda che il deceduto in questione sia il marito o la moglie. Infatti, nel primo caso la differenza d'età media è di oltre 4 anni e mezzo, ossia il marito lascia una vedova mediamente più giovane di 4,5 anni. Nel secondo caso la differenza d'età media è di circa 2 anni e mezzo, ossia la moglie lascia un vedovo mediamente più anziano di 2,5 anni.

Tale diversità tra le coppie "marito dante causa/moglie superstite" e "marito superstite/moglie dante causa" suggerisce la necessità di un ulteriore approfondimento del profilo per età dei coniugi. Nella fattispecie sono state calcolate le differenze medie d'età fra i coniugi per singolo anno d'età del coniuge deceduto, limitando l'intervallo delle età tra i 40 e gli 80 anni.

L'evidenza empirica calcolata nel segmento di età in questione suggerisce una realtà abbastanza diversa da quella media generale. Ad esempio, quando è il marito a morire, la differenza media tra l'età dei coniugi cresce dai circa 2,4 anni del marito 40enne agli oltre 4,5 anni nel caso del marito 80enne. Quando, invece, è la moglie a morire, la differenza media d'età tra i coniugi ha una tendenza opposta: rimane in vita un vedovo mediamente più vecchio di circa 3,5 anni alle più giovani età della moglie, di poco oltre l'anno e mezzo alle età più senili.

**FIGURA 8. DIFFERENZA MEDIA D'ETÀ TRA I CONIUGI PER ETÀ DEL CONIUGE DECEDUTO. ITALIA. Anno 2008, valori osservati e stimati in anni e decimi di anno**



Oscillazioni del caso a parte, frutto in particolare della minor frequenza di eventi alle età giovanili dei coniugi, la presenza di tendenze così delineate nelle età oggetto di studio e, tutto sommato, di valori di riferimento abbastanza differenti da quelli medi calcolati sull'intera popolazione (+4,5 anni in caso di morte del marito, +2,5 anni in caso di morte della moglie) evidenzia l'opportunità di stimare singoli parametri demografici per ciascuna classe d'età del deceduto e tipologia della coppia. Indicando, quindi, con  $\delta_x^s$ , la differenza media d'età tra i coniugi osservata in corrispondenza del coniuge deceduto di sesso  $s$  ed età  $x$ , è stato applicato il modello di regressione:

$$\begin{cases} Y^i = \delta_x^s = \alpha^s x^3 + \beta^s x^2 + \gamma^s x + \lambda^s + \varepsilon_x^s, & \varepsilon_x^s \approx N(0, \sigma_s^2) \\ \sum (Y^i - \bar{Y}^i)^2 = \min \end{cases}$$

I valori teorici,  $\bar{\delta}_x^s$ , frutto dell'imposizione del passaggio per i valori osservati di una curva di 3° grado in  $x$ , costituiscono le stime finali della differenza d'età media dei coniugi. La figura 8 riporta i valori osservati e stimati.

PROSPETTO 1. PARAMETRI DEL MODELLO DI REGRESSIONE PER LA STIMA DEL DIFFERENZIALE MEDIO DI ETÀ TRA I CONIUGI AL MOMENTO DEL DECESSO DI UNO DEI PARTNER

	Marito dante causa	Moglie dante causa		Marito dante causa	Moglie dante causa
STATISTICHE DI REGRESSIONE			STIMA DEI PARAMETRI		
R-quadro	0.902	0.858	Stime puntuali		
Errore standard	0.173	0.220	$\alpha$	0.00013	-0.00007
			$\beta$	-0.02394	0.01022
ANALISI DELLA VARIANZA			$\gamma$	1.48036	-0.49196
Modello (3 gdl)			$\lambda$	-26.79704	11.37108
Somma dei quadrati SQ	10.194	10.848	Errore standard delle stime		
Media dei quadrati MQ	3.398	3.616	$\alpha$	0.00002	0.00003
Residuo (37 gdl)			$\beta$	0.00375	0.00478
SQ	1.105	1.794	$\gamma$	0.22099	0.28159
MQ	0.030	0.048	$\lambda$	4.24808	5.41296
			Significatività stime Pr >  t		
SQ totale	11.299	12.641	$\alpha$	<.0001	0.0115
			$\beta$	<.0001	0.0089
Statistica F	113.8	74.6	$\gamma$	<.0001	0.0091
Significatività F	<.0001	<.0001	$\lambda$	<.0001	0.0125

## Allegato statistico

PROSPETTO 1. PROBABILITÀ PROSPETTIVE DI MORTE E SOPRAVVIVENZA, DA 50 ANNI DI ETÀ IN POI, PER SESSO. ITALIA.  
Anno 2008

Età	Sopravvivenza		Morte		Età	Sopravvivenza		Morte	
	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine		Maschi	Femmine	Maschi	Femmine
50	0.996961	0.998243	0.003039	0.001757	83	0.907891	0.939803	0.092109	0.060197
51	0.996626	0.998056	0.003374	0.001944	84	0.897251	0.930573	0.102749	0.069428
52	0.996267	0.997885	0.003733	0.002115	85	0.886836	0.921360	0.113164	0.078640
53	0.995869	0.997690	0.004131	0.002310	86	0.877523	0.913110	0.122477	0.086890
54	0.995398	0.997457	0.004602	0.002544	87	0.867521	0.903759	0.132479	0.096241
55	0.994866	0.997188	0.005134	0.002812	88	0.853328	0.890773	0.146672	0.109227
56	0.994300	0.996893	0.005700	0.003107	89	0.831001	0.871157	0.168999	0.128843
57	0.993683	0.996637	0.006317	0.003363	90	0.802839	0.846325	0.197161	0.153675
58	0.992979	0.996338	0.007021	0.003662	91	0.777873	0.823994	0.222127	0.176006
59	0.992359	0.996058	0.007641	0.003942	92	0.759347	0.806259	0.240653	0.193741
60	0.991810	0.995801	0.008190	0.004199	93	0.747956	0.792326	0.252044	0.207674
61	0.991049	0.995408	0.008951	0.004592	94	0.738288	0.780610	0.261712	0.219390
62	0.990052	0.994931	0.009948	0.005069	95	0.725575	0.765888	0.274425	0.234113
63	0.988936	0.994436	0.011064	0.005564	96	0.715965	0.749715	0.284035	0.250285
64	0.987564	0.993810	0.012436	0.006190	97	0.710750	0.734637	0.289250	0.265364
65	0.986199	0.993128	0.013801	0.006872	98	0.701181	0.715523	0.298819	0.284477
66	0.985074	0.992549	0.014926	0.007451	99	0.678876	0.689195	0.321124	0.310805
67	0.983786	0.991955	0.016214	0.008045	100	0.637952	0.654096	0.362048	0.345904
68	0.982384	0.991286	0.017616	0.008714	101	0.593261	0.617314	0.406739	0.382686
69	0.980855	0.990469	0.019145	0.009531	102	0.561203	0.586348	0.438797	0.413652
70	0.978815	0.989407	0.021185	0.010593	103	0.528581	0.554732	0.471419	0.445268
71	0.976224	0.987977	0.023776	0.012023	104	0.495654	0.522711	0.504346	0.477289
72	0.973364	0.986304	0.026636	0.013696	105	0.462692	0.490538	0.537309	0.509462
73	0.970163	0.984496	0.029837	0.015504	106	0.429962	0.458469	0.570038	0.541531
74	0.966398	0.982277	0.033602	0.017723	107	0.397727	0.426754	0.602273	0.573246
75	0.962444	0.979787	0.037556	0.020213	108	0.366228	0.395628	0.633772	0.604372
76	0.958365	0.977186	0.041636	0.022814	109	0.335686	0.365303	0.664314	0.634697
77	0.953291	0.973947	0.046709	0.026053	110	0.306293	0.335971	0.693707	0.664029
78	0.947519	0.970070	0.052481	0.029930	111	0.278208	0.307789	0.721792	0.692211
79	0.941081	0.965685	0.058919	0.034315	112	0.251556	0.280883	0.748444	0.719117
80	0.933507	0.960290	0.066493	0.039710	113	0.226428	0.255348	0.773572	0.744652
81	0.925350	0.954080	0.074650	0.045920	114	0.202882	0.231248	0.797118	0.768752
82	0.917168	0.947523	0.082832	0.052477					

PROSPETTO 2. DECESSI DI INDIVIDUI CONIUGATI, SEPARATI O DIVORZIATI SUL TOTALE DEI DECESSI, DA 50 ANNI COMPIUTI IN POI, PER SESSO. ITALIA. Anno 2008, frequenze relative

Età	Maschi			Femmine		
	Coniugati	Separati	Divorziati	Coniugate	Separate	Divorziate
50	0.693678	0.000000	0.050757	0.692635	0.000000	0.065156
51	0.674308	0.002372	0.053755	0.695775	0.001408	0.054930
52	0.704545	0.002273	0.047727	0.725031	0.002466	0.059186
53	0.709934	0.000662	0.053642	0.688470	0.001109	0.056541
54	0.697201	0.004453	0.060433	0.707399	0.000000	0.056054
55	0.730814	0.003488	0.045349	0.722613	0.001005	0.059296
56	0.748654	0.002153	0.041981	0.691149	0.002825	0.052731
57	0.760563	0.001408	0.045540	0.715205	0.001609	0.049879
58	0.758503	0.002126	0.046344	0.687690	0.004559	0.043313
59	0.761239	0.001511	0.043823	0.698745	0.003487	0.047420
60	0.765094	0.001980	0.044870	0.700748	0.000000	0.042394
61	0.787546	0.000916	0.035714	0.704848	0.000000	0.042621
62	0.787850	0.001259	0.035253	0.653823	0.000000	0.049200
63	0.790338	0.000329	0.030891	0.686946	0.000591	0.034849
64	0.779007	0.001135	0.035745	0.644398	0.001052	0.035771
65	0.781283	0.000521	0.034150	0.626837	0.000474	0.036510
66	0.789708	0.000990	0.023751	0.622054	0.001334	0.029791
67	0.772099	0.001466	0.030582	0.600756	0.001512	0.033270
68	0.775373	0.000766	0.027384	0.590745	0.000985	0.027896
69	0.780077	0.000175	0.020694	0.561801	0.000958	0.023954
70	0.771794	0.000164	0.020030	0.551378	0.000861	0.024110
71	0.776539	0.000666	0.019468	0.523144	0.000000	0.022460
72	0.776764	0.001702	0.018100	0.479093	0.000252	0.021411
73	0.772231	0.000553	0.015489	0.452255	0.000663	0.022546
74	0.762840	0.000257	0.015794	0.445860	0.000193	0.017950
75	0.752287	0.000618	0.010754	0.398953	0.000000	0.019307
76	0.752588	0.000230	0.014723	0.366645	0.000000	0.015906
77	0.746280	0.000419	0.011738	0.346446	0.000414	0.016563
78	0.728161	0.000101	0.011587	0.316327	0.000000	0.015369
79	0.722716	0.000489	0.010161	0.287902	0.000234	0.012858
80	0.708586	0.000552	0.008641	0.256145	0.000205	0.012905
81	0.693353	0.000370	0.008690	0.238268	0.000096	0.011565
82	0.675937	0.000179	0.006349	0.205908	0.000087	0.010915

PROSPETTO 2. (SEGUE) DECESSI DI INDIVIDUI CONIUGATI, SEPARATI O DIVORZIATI SUL TOTALE DEI DECESSI, DA 50 ANNI  
COMPIUTI IN POI, PER SESSO. ITALIA. Anno 2008, frequenze relative

Età	Maschi			Femmine		
	Coniugati	Separati	Divorziati	Coniugate	Separate	Divorziate
83	0.663937	0.000182	0.007915	0.188139	0.000159	0.012210
84	0.637613	0.000181	0.007414	0.164716	0.000150	0.009751
85	0.622852	0.000283	0.006421	0.139147	0.000071	0.008657
86	0.603892	0.000191	0.005915	0.120218	0.000263	0.007756
87	0.582082	0.000000	0.005882	0.098170	0.000067	0.009283
88	0.560824	0.000353	0.005529	0.082278	0.000214	0.008256
89	0.525000	0.000000	0.005435	0.063902	0.000243	0.007639
90	0.510005	0.000500	0.004502	0.053326	0.000385	0.006922
91	0.478645	0.000245	0.003682	0.044642	0.000122	0.006082
92	0.447700	0.000000	0.003689	0.039309	0.000000	0.005235
93	0.421262	0.000221	0.003101	0.030942	0.000000	0.006264
94	0.367034	0.000000	0.004840	0.024894	0.000213	0.005745
95	0.349462	0.000336	0.004368	0.021516	0.000122	0.004523
96	0.284799	0.000916	0.002747	0.017857	0.000161	0.003218
97	0.254271	0.000000	0.005913	0.012640	0.000000	0.004845
98	0.227964	0.002026	0.007092	0.013621	0.000284	0.007378
99	0.187097	0.000000	0.000000	0.007842	0.000000	0.003302
100	0.198830	0.000000	0.000000	0.010746	0.000000	0.002985
101	0.118182	0.000000	0.000000	0.007286	0.000000	0.001821
102	0.137681	0.000000	0.000000	0.007386	0.000000	0.000000
103	0.083333	0.000000	0.000000	0.007075	0.000000	0.000000
104	0.111111	0.000000	0.000000	0.004348	0.000000	0.004348
105	0.083333	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
106	0.125000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
107	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
108	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
109	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
110	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
111	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
112	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
113	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
114	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

PROSPETTO 3. PROBABILITÀ PROSPETTIVE DEL CONIUGE SUPERSTITE PER MORTE O NUOVE NOZZE, DA 50 ANNI COMPIUTI

IN POI, PER SESSO. ITALIA. Anno 2008

Età	Maschi	Femmine	Età	Maschi	Femmine
50	0.021191	0.006528	83	0.108247	0.061292
51	0.020287	0.006087	84	0.118191	0.069847
52	0.019706	0.005643	85	0.130100	0.079821
53	0.019625	0.005134	86	0.143096	0.091381
54	0.020074	0.004910	87	0.157658	0.104141
55	0.021172	0.005059	88	0.171964	0.117795
56	0.022118	0.005249	89	0.186944	0.132136
57	0.022607	0.005471	90	0.203273	0.147546
58	0.022895	0.005716	91	0.221364	0.164492
59	0.022987	0.005857	92	0.239873	0.183459
60	0.022599	0.006058	93	0.259937	0.203217
61	0.022245	0.006363	94	0.280110	0.223141
62	0.022195	0.006666	95	0.298755	0.242338
63	0.022719	0.007088	96	0.313677	0.260836
64	0.023883	0.007614	97	0.329849	0.285068
65	0.025582	0.008166	98	0.342863	0.305290
66	0.027471	0.008742	99	0.363877	0.333361
67	0.029354	0.009406	100	0.397322	0.365849
68	0.031076	0.010119	101	0.443954	0.402812
69	0.032718	0.011011	102	0.477599	0.434885
70	0.034203	0.012234	103	0.511649	0.467553
71	0.036284	0.013668	104	0.545801	0.500542
72	0.039153	0.015307	105	0.579740	0.533565
73	0.042563	0.017168	106	0.613154	0.566333
74	0.045998	0.019168	107	0.645741	0.598560
75	0.049817	0.021428	108	0.677223	0.629982
76	0.054168	0.024210	109	0.707349	0.660356
77	0.059726	0.027477	110	0.735909	0.689471
78	0.066524	0.031375	111	0.762730	0.717151
79	0.074396	0.035994	112	0.787688	0.743261
80	0.082404	0.041267	113	0.810696	0.767702
81	0.090977	0.047225	114	0.831713	0.790415
82	0.099453	0.053855			

PROSPETTO 4. DIFFERENZIALE MEDIO DI ETÀ TRA I CONIUGI AL DECESSO DEL PARTNER, PER SESSO ED ETÀ DEL DANTE CAUSA. ITALIA. Anno 2008, in anni e decimi di anno

Età	Marito dante causa / moglie superstite	Moglie dante causa / marito superstite
50	3.56	3.62
51	3.61	3.63
52	3.66	3.64
53	3.70	3.64
54	3.73	3.64
55	3.75	3.65
56	3.77	3.64
57	3.79	3.64
58	3.80	3.63
59	3.81	3.62
60	3.82	3.61
61	3.82	3.59
62	3.83	3.56
63	3.83	3.53
64	3.84	3.49
65	3.85	3.45
66	3.86	3.40
67	3.88	3.35
68	3.89	3.28
69	3.92	3.21
70	3.95	3.13
71	3.98	3.04
72	4.03	2.94
73	4.08	2.83
74	4.14	2.72
75	4.21	2.59
76	4.29	2.45
77	4.38	2.30
78	4.49	2.13
79	4.60	1.96
80	4.73	1.77