NOTA METODOLOGICA

L'INDIVIDUAZIONE DELLE COMPONENTI "PERSISTENTI" E "NON PERSISTENTI" DELL'INFLAZIONE: UN'APPLICAZIONE DELL'ESPONENTE DI HURST[1]

L'esponente di Hurst (Hurst, 1951), introdotto in ambito idrologico ma ampiamente utilizzato in finanza (Mantegna e Stanley, 1996; Carbone et al., 2004) è un indice che prende spunto dalla teoria sui moti browniani, in cui una particella che si muove in modo erratico copre una distanza che è funzione della radice quadrata del tempo:

$$R = kt^{1/2} \tag{1}$$

dove R è la distanza coperta, t il tempo, k una costante.

In un contesto di analisi di serie storiche si può riscrivere l'equazione (1) nel seguente modo:

$$R/S = kt^{H} \tag{2}$$

dove R/S è il rapporto tra il *range* e la devizione standard delle osservazioni della serie storica in esame; dall'equazione si deduce che R/S cresce all'aumentare di t secondo una legge esponenziale funzione di H.

In particolare il calcolo del R/S comprende i seguenti passi:

1) suddivisione della serie di interesse di lunghezza T in d sottoserie tutte con la stessa lunghezza t, per ognuna delle $m = 1,\ldots,d$ sottoserie[2];
2) calcolo della la media E_m e la standard deviation S_m;
3) normalizzazione dei dati tramite sottrazione della media da ogni osservazione $x_{i,m}$; avremo quindi $z_{i,m} = x_{i,m} - E_m$;
4) creazione di una serie cumulata $y_{i,m} = \sum_{j=1}^{i} z_{i,m}$;
5) calcolo del range $R_m = \max\{y_{1,m},\ldots,y_{t,m}\} - \min\{y_{1,m},\ldots,y_{t,m}\}$;
6) riscalamento della deviazione standard R_m/S_m;
7) calcolo della media $(R/S)_t = \frac{1}{d}\sum_{m=1}^{d} R_m/S_m$.

Una volta calcolato $(R/S)_t$, si ripetono i 6 passi precedenti considerando un numero di sottoserie (d) più contenuto, che porterà a un nuovo t e a un nuovo $(R/S)_t$.

Una volta calcolati i singoli $(R/S)_t$ per ogni coppia d e t, data la (2) è possibile stimare la seguente equazione con lo stimatore OLS:

$$\log(R/S)_t = \log(k) + H\log(t); \tag{3}$$

qualora il numero di osservazioni della serie sia minore di 340, come nel nostro caso, la variabile dipendente della (3) viene corretta per un coefficiente pari a:

$$E(R/S)_t = \frac{t-1/2}{t}\frac{1}{\sqrt{t\pi/2}}\sum_{i=1}^{t-1}\sqrt{\frac{n-i}{i}}\,. \tag{4}$$

1 Nota metodologica redatta da Davide Zurlo.

2 Ad esempio nel nostro caso le serie sono lunghe T=276 e possono essere divise in d=138 serie di lunghezza t=2, d=92 serie di lunghezza t=3, d=69 serie di lunghezza t=4, eccetera.

Nella equazione (3), quindi, la variabile dipendente sarà $\log[(R/S)_t\text{-}E(R/S)_t]$, come illustrato in Weron (2002), ottenendo così la stima "corretta" del coefficiente *H* (H_{ec}).

Mandelbrot (1972) ha dimostrato che *H* stimato nell'equazione (3) può assumere un valore tra 0 e 1; in particolare:

- se *H* è uguale a 0,5, la serie è un *random walk*: il valore corrente è l'unico dato utile per stimare la direzione futura della serie;
- se *H* è minore di 0,5, la serie è *mean reverting*: la serie tende a tornare sempre al suo valore medio, tende quindi a cambiare direzione ogni volta che si allontana dalla media;
- se *H* è maggiore di 0,5, la serie è non stazionaria ma persistente: una variabile che ha mantenuto un andamento crescente in un intervallo di tempo tenderà a mantenerlo anche nell'intervallo successivo.

Partendo dall'equazione (3) e tenendo conto della correzione (4), si è stimato un H empiricamente corretto H_{ec} per ognuna delle serie dei prezzi Coicop a 4 cifre; le serie il cui H_{ec} è risultato minore o uguale a 0.5 sono state etichettate come non persistenti; quelle per le quali H_{ec} è risultato maggiore di 0,5 sono state etichettate come persistenti[3]. Questa classificazione ha permesso di scomporre, sulla base dei tassi di crescita delle singole serie e del loro peso, il tasso di crescita dell'indice IPCA *core* (valori mensili dal gennaio 2021 a dicembre 2023) rispetto alla componente persistente e non persistente (Figura 1.36 del Capitolo 1).

3 Per ogni serie è stata effettuata una prima stima di *H* per il periodo gennaio 2001-gennaio 2021; la stima è stata poi ripetuta aggiungendo un'osservazione alla volta al periodo precedentemente indicato, fino a considerare la finestra temporale gennaio 2001-dicembre 2023. Le differenti stime non hanno però portato a risultati diversi; una serie classificata come persistente nella stima del periodo gennaio 2001-gennaio 2021 si è quindi confermata tale anche nelle successive.