



Olimpiadi italiane di statistica

Anno 2019

Prova individuale

Classi III e IV

Esercizi con soluzioni

1

In una recente indagine gli intervistati sono stati classificati rispetto al sesso, allo stato civile e alla ripartizione geografica di residenza. I dati sono sintetizzati nella seguente tabella:

Ripartizione geografica	Celibe/nubile		Sposato/a		Totale
	Maschio	Femmina	Maschio	Femmina	
Nord-Ovest	32	31	29	25	117
Nord-Est	31	26	7	23	87
Centro	28	22	27	22	99
Sud	36	24	28	26	114
Isole	23	22	17	21	83
Totale	150	125	108	117	500

Qual è la proporzione degli intervistati celibi e nubili residenti al Sud sul totale?

- 0,08
- 0,10
- 0,12**
- 0,15
- Non so

Soluzione:

Per calcolare il dato richiesto dobbiamo sommare i celibi del Sud (36) alle nubili del Sud (24) e dividere la somma ottenuta (60) per il totale generale (500), ottenendo 0,12, che è la proporzione corretta.

2

Un gruppo di ragazzi si è sottoposto a visita medica ed è stato registrato il peso di ciascuno di loro. L'elenco qui sotto riporta i pesi, espressi in chilogrammi e disposti in ordine crescente, dei primi 10 ragazzi:

47; 48; 48; 49; 50; 52; 52; 54; **56**; 57; ...

Sapendo che la mediana dei loro pesi è di 56 kg, quanti sono in tutto i ragazzi che si sono sottoposti a visita medica?

- 15
- 17**
- 20
- Le informazioni in mio possesso non sono sufficienti per determinare il numero esatto dei ragazzi
- Non so

Soluzione:

La mediana, 56 kg, occupa il 9° posto della variabile peso dei ragazzi. Ovvero ci sono 8 ragazzi prima di questo valore e ce ne sono quindi altri 8 dopo tale valore: i ragazzi sono in totale 17 ($= 8+1+8$).

3

Un collettivo di 200 studenti universitari è stato classificato secondo il voto riportato all'esame di Statistica e a seconda che il suddetto esame sia stato il primo ad essere sostenuto o meno:

Voto	Primo esame	
	Sì	No
Voto ≤ 22	25	15
Voto ≥ 23 e ≤ 26	30	30
Voto ≥ 27	35	65

Si estrae a caso uno studente dal collettivo. Si considerino i due eventi $A = \{\text{voto} \geq 27\}$ e $B = \{\text{è il primo esame sostenuto}\}$. Quali sono le probabilità che A e B si verifichino? Scegliere la coppia di valori corretta:

- 0,55 - 0,50
- 0,50 - 0,50
- 0,40 - 0,45
- 0,50 - 0,45
- Non so

Soluzione:

Per calcolare la probabilità dell'evento A dobbiamo sommare 35 e 65, ottenendo il numero complessivo di studenti che hanno preso un voto all'esame di statistica uguale o superiore a 27, e dividere tale numero per 200, numerosità del collettivo di studenti universitari. Ovvero $P(A) = (35+65)/200 = 100/200 = 0,50$

Per calcolare la probabilità dell'evento B dobbiamo sommare 25, 30 e 35, ottenendo il numero complessivo di studenti che hanno sostenuto l'esame di statistica come primo esame, e dividere tale numero per 200, numerosità del collettivo di studenti universitari. Ovvero $P(B) = (25+30+35)/200 = 90/200 = 0,45$

4

Sia data una distribuzione statistica con media aritmetica uguale a 0, mediana uguale a 0 ed intervallo interquartile uguale ad 1. La varianza della suddetta distribuzione sarà:

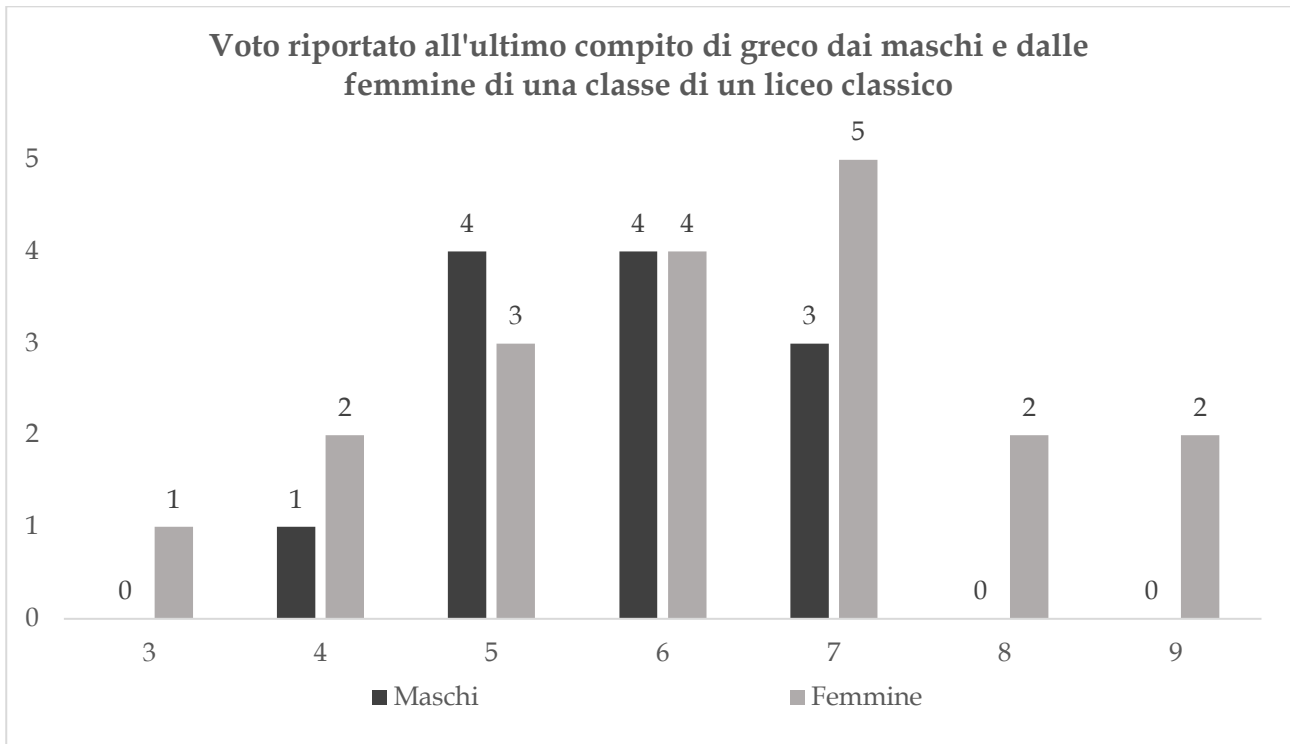
- 0
- Positiva**
- Negativa
- Con i dati a mia disposizione non posso dire nulla sulla varianza della distribuzione
- Non so

Soluzione:

L'intervallo interquartile uguale ad 1 implica che non tutti i valori della distribuzione sono uguali a media e mediana, ovvero che non tutti i valori sono uguali a 0. In tal caso la varianza non può che essere diversa da zero e positiva (poiché la varianza è un quadrato non può mai assumere valori negativi ed è uguale a zero solo se la distribuzione assume sempre un unico valore).

5

Il grafico seguente riporta il voto preso all'ultimo compito di greco dai maschi e dalle femmine di una classe di un liceo classico:



Riguardo al suddetto grafico quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- Nella classe ci sono 30 studenti
- Considerando maschi e femmine insieme la moda della distribuzione dei voti è il 5
- Considerando maschi e femmine insieme la mediana della distribuzione dei voti è il 7
- La variabilità dei voti delle femmine è più alta della variabilità dei voti dei maschi**
- Non so

Soluzione:

Osservando attentamente il grafico, ed anche senza effettuare calcoli, si può notare come la variabilità dei voti delle femmine sia molto più alta della variabilità dei voti dei maschi, i cui voti sono concentrati su solo quattro modalità al compito di greco. La quarta risposta è, quindi, quella corretta. Tutte le altre affermazioni sono false.

6

Di due diverse lotterie sono stati venduti, rispettivamente, 400 e 350 biglietti. Avendo acquistato 15 biglietti della prima e 18 biglietti della seconda, in quale delle due lotterie si ha la maggior probabilità di vincere?

- Con la prima lotteria
- Con la seconda lotteria**
- I dati non sono tra loro confrontabili
- La probabilità di vincere è uguale nei due casi
- Non so

Soluzione:

Supponendo che ogni biglietto abbia uguale probabilità di vincere, la percentuale che venga estratto un proprio biglietto vincente nella prima lotteria è uguale a $15/400$, ovvero a $0,0375$, mentre per la seconda lotteria tale probabilità è uguale a $18/350$, ovvero a $0,0514$. La risposta corretta è quindi la seconda, ovvero che ho maggiori probabilità di vincere con la seconda lotteria. Avrei ottenuto lo stesso risultato anche senza effettuare calcoli ma semplicemente osservando che nella prima lotteria ho più biglietti venduti complessivamente e meno biglietti comprati, nella seconda lotteria meno biglietti venduti complessivamente e più biglietti comprati: va da sé che nella seconda lotteria ho maggiori probabilità di vittoria.

7

Una classe è composta da 30 studenti, di cui 12 sono femmine. Si è rilevato che il voto medio in inglese dei maschi è 7 mentre il voto medio nella stessa materia delle femmine è 7,5. Qual è il voto medio in inglese dell'intera classe?

- 7
- 7,20**
- 7,25
- 7,50
- Non so

Soluzione:

Per ottenere il voto medio dell'intera classe dobbiamo effettuare i seguenti calcoli:

$$[(7 \times 18) + (7,5 \times 12)] / 30$$

Ovvero devo moltiplicare il voto medio dei maschi per il numero di maschi, sommare il prodotto del voto medio delle femmine per il numero di femmine e dividere il totale generale per 30. Con tali calcoli ottengo 7,20.

Anche senza effettuare tali calcoli possiamo osservare che, poiché i maschi sono più numerosi delle femmine nella classe, la media complessiva sarà più vicina alla media dei maschi che a quella delle femmine; quindi dei numeri proposti 7,20 è l'unico numero che soddisfa tale condizione.

8

Un'urna contiene 80 palline di colore diverso: 20 bianche, 18 verdi, 32 rosse, 10 gialle. Si estrae una pallina; qual è la probabilità che la pallina non sia di colore rosso?

- 0,50
- 0,60**
- 0,75
- 0,80
- Non so

Soluzione:

Per calcolare la probabilità richiesta devo sommare il numero di palline bianche, verdi e gialle e dividere tale somma per il numero totale di palline.

Ovvero:

$$P = [(20+18+10)]/80 = 48/80 = 0,60$$

Si ottiene lo stesso risultato sottraendo 32 (numero di palline rosse) da 80 (totale delle palline) e dividendo il risultato della sottrazione per 80.

9

Quale delle seguenti affermazioni è falsa:

- In una distribuzione statistica, se le osservazioni vengono tutte aumentate di un'unità, anche la media aritmetica risulta aumentata di un'unità
- Il valore della media aritmetica è indipendente dall'ordine delle osservazioni
- **Una distribuzione statistica può avere più di una media aritmetica**
- La media aritmetica può coincidere con uno dei valori della distribuzione statistica su cui è calcolata
- Non so

Soluzione:

Una distribuzione statistica può avere solo una media aritmetica. Tutte le altre affermazioni sono vere.

10

La tabella seguente riporta la distribuzione di frequenza assoluta e cumulata del punteggio su un test di conoscenza dell'inglese di un gruppo di studenti di un liceo:

Livello di conoscenza dell'inglese	Frequenza assoluta	Frequenza percentuale cumulata
Livello A1	2	6,7
Livello A2	5	23,3
Livello B1	6	43,3
Livello B2	7	66,7
Livello C1	7	*
Livello C2	3	100,0

Qual è la frequenza percentuale cumulata mancante nella posizione occupata dall'asterisco?

- 66,7
- 80
- 90**
- 100
- Non so

Soluzione:

Per rispondere al quesito dobbiamo dapprima calcolare la frequenza percentuale relativa agli studenti che hanno un livello di conoscenza dell'inglese pari a C1, che è uguale a $7/30 \times 100 = 23,3$ (30 è il totale degli studenti, dato dalla somma delle frequenze assolute). Sommiamo ora tale percentuale alla frequenza cumulata precedente, 66,7, ottenendo 90,0, che è la risposta corretta.

Un altro modo di operare è calcolare la frequenza percentuale relativa agli studenti con livello C2 ($= 3/30 \times 100 = 10,0$) e sottrarla da 100, ottenendo sempre 90,0.

11

Giacomo compie gli anni in agosto. Qual è la probabilità che li compia in un giorno festivo, prendendo in considerazione agosto 2019 (i giorni festivi sono evidenziati in arancione)?

Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

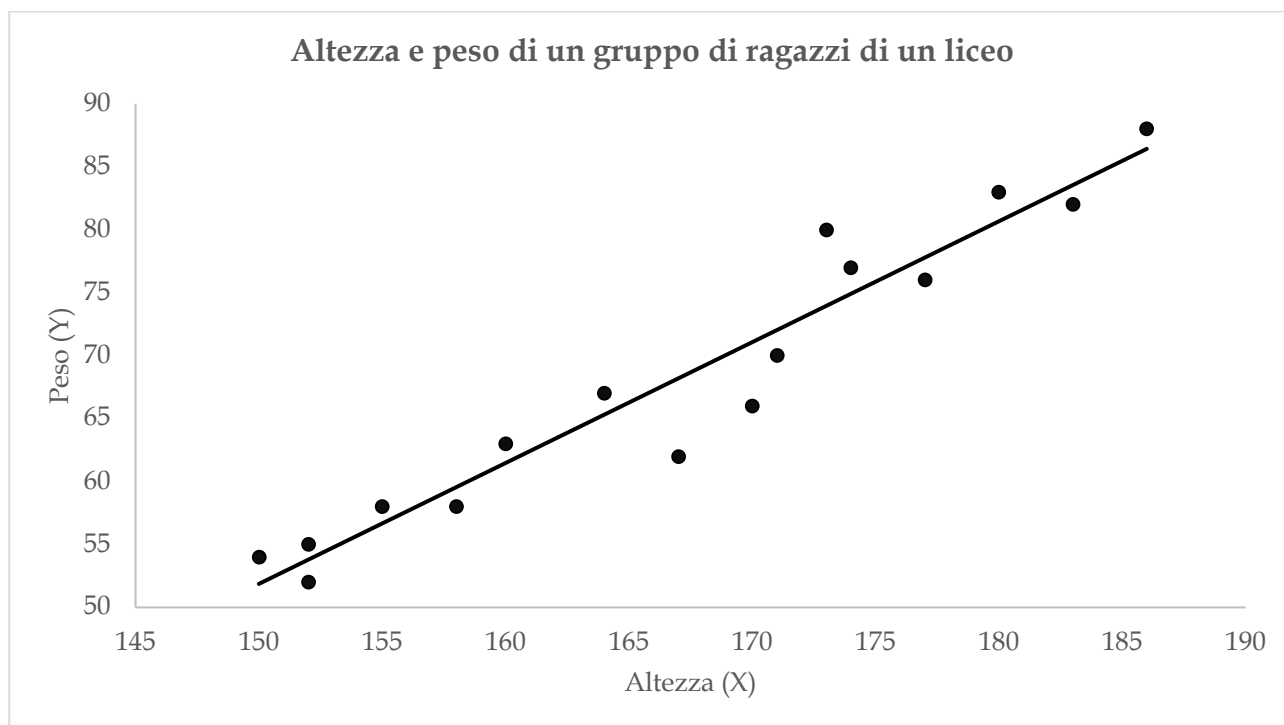
- 0,05
- 0,10
- 0,16**
- 0,33
- Non so

Soluzione:

Per calcolare la probabilità richiesta basta dividere il numero di giorni festivi (5) per il numero complessivo di giorni del mese di agosto 2019 (31), ottenendo 0,16.

12

Il grafico riporta le altezze (variabile X, in centimetri) ed i pesi (variabile Y, in chilogrammi) di un gruppo di 16 ragazzi di un liceo. La linea rappresenta la retta di regressione.



Cosa possiamo affermare sulla relazione che esiste tra X ed Y?

- Il peso aumenta al crescere dell'altezza ed il coefficiente di regressione è indeterminato
- Il peso non cambia al crescere dell'altezza ed il coefficiente di regressione è nullo
- Il peso diminuisce al crescere dell'altezza ed il coefficiente di regressione è negativo
- Il peso aumenta al crescere dell'altezza ed il coefficiente di regressione è positivo**
- Non so

Soluzione:

Osservando il grafico possiamo notare come il peso aumenti col crescere dell'altezza in modo abbastanza regolare (com'è normale che sia) e quindi il coefficiente di regressione è positivo.

13

I dati seguenti rappresentano i voti presi alla maturità da un gruppo di 14 studenti:

64 69 72 76 77 79 82 85 87 90 90 92 94 98

Dopo aver calcolato la media aritmetica, la mediana, il campo di variazione e lo scostamento quadratico medio, si scopre che uno dei due punteggi pari a 90 era in realtà pari a 88. Quali indici si modificano dopo aver rifatto i conti utilizzando i punteggi corretti?

- La mediana
- La media aritmetica e lo scostamento quadratico medio**
- La media aritmetica ed il campo di variazione
- Tutti gli indici
- Non so

Soluzione:

Il punteggio iniziale 90 non si presenta in posizione centrale, quindi anche una volta corretto in 88 la mediana della distribuzione rimane immutata (ed è data dalla semisomma di 82 ed 85, i voti centrali della distribuzione). Anche il campo di variazione rimane immutato, visto che 90 non è né il minimo né il massimo della distribuzione.

Variano, invece, media aritmetica e scostamento quadratico medio, per calcolare i quali dobbiamo utilizzare tutti i voti di maturità, quindi anche 90-88.

14

I dipendenti di un'azienda sono stati classificati sulla base del sesso e del possesso o meno della patente di guida:

Sesso	Patente di guida	
	Sì	No
Maschi	12	2
Femmine	10	8

Tra le femmine, qual è la percentuale di non patentate?

- 33,3%
- 44,4%**
- 50%
- 60%
- Non so

Soluzione:

Per calcolare la percentuale richiesta basta dividere 8 per la somma di 10 e 8 e moltiplicare il risultato ottenuto per 100, ovvero la percentuale di donne non patentate all'interno dell'azienda è uguale a $8/18 \times 100 = 44,4\%$.

15

Supponiamo che i pezzi prodotti da una certa macchina possano presentare due difetti, che chiameremo A e B. È stabilito che la probabilità che un pezzo presenti il difetto A è 0,2, che la probabilità che **non** presenti il difetto B è 0,9 e che presenti entrambi i difetti è 0,02. Qual è la probabilità che un pezzo non presenti alcun difetto?

- 0,70
- 0,90
- 0,72**
- 0,85
- Non so

Soluzione:

La probabilità che un pezzo prodotto dalla macchina dell'esercizio presenti almeno un difetto è dato dalla somma della probabilità che presenti il difetto A e della probabilità che presenti il difetto B, sottraendo da tale somma la probabilità che il pezzo presenti entrambi i difetti. Ovvero:

$$P(\text{presenza di almeno un difetto}) = 0,2 + 0,1 - 0,02 = 0,28$$

La probabilità che un pezzo non presenti alcun difetto è data dal complemento a 1 della probabilità appena calcolata:

$$P(\text{di avere un pezzo senza difetti}) = 1 - 0,28 = 0,72$$

16

La tabella seguente riporta i voti medi in storia degli studenti, maschi e femmine, di una classe di una scuola secondaria di secondo grado ed i loro scostamenti quadratici medi:

	Numero	Media aritmetica	Scostamento quadratico medio
Maschi	12	6,4	1,5
Femmine	16	7,1	1,5

Tenendo conto dei dati della suddetta tabella possiamo affermare che:

- Le femmine hanno tutte la sufficienza in storia
- I maschi sono meno bravi in storia perché sono di meno
- Mediamente le femmine vanno meglio in storia dei maschi**
- Tutte le femmine sono più brave in storia dei maschi
- Non so

Soluzione:

Osservando la tabella e le 4 affermazioni proposte possiamo verificare che l'unica affermazione vera è che le femmine della classe presa in esame, mediamente, vanno meglio in storia dei maschi, visto che la media aritmetica dei voti delle prime è di 0,7 punti più alta di quella dei maschi. Le altre tre affermazioni sono false.

17

Di seguito sono riportati i valori osservati su un gruppo di 15 persone relativamente al carattere X: “numero di giorni di assenza dal lavoro per malattia nel 2018”:

4 5 6 3 1 2 3 4 7 6 4 3 6 3 5

È corretto affermare che:

- Lo scostamento quadratico di X è 0
- La moda di X è 6
- La mediana di X è 4**
- Non si può calcolare la media aritmetica di X
- Non so

Soluzione:

Ordinando i valori della distribuzione X in ordine crescente otteniamo:

1 2 3 3 3 3 4 4 4 5 5 6 6 6 7

La moda della distribuzione X è quindi data dal valore 3, la media aritmetica (ottenuta sommando i valori e dividendo la somma per 15) è pari a 4,1 e la mediana è pari a 4, visto che la modalità 4 occupa il posto centrale della distribuzione, ovvero l'8° posto. Notiamo anche che lo scostamento quadratico medio della medesima distribuzione è comunque diverso da zero, visto che la distribuzione presenta valori diversi tra loro. Quindi l'unica affermazione corretta è quella relativa alla mediana.

18

Una società di marketing, per valutare la qualità di 4 diversi modelli di motorini, ha svolto un'indagine sulla rilevazione di difetti importanti alla percorrenza di 1000 chilometri.

La tabella seguente mostra i risultati dell'indagine:

Modello	N. motorini con difetti importanti	N. motorini senza difetti importanti	Totale motorini osservati
Astra	230	120	350
Bilancia	120	125	245
Castoro	280	120	400
Diamante	145	190	335
Totale	775	555	1330

In base a questa indagine, quale sarà il modello più affidabile, cioè quello con minor rischio del verificarsi di un difetto importante entro i primi 1000 chilometri?

- Astra
- Bilancia
- Castoro
- Diamante**
- Non so

Soluzione:

Per rispondere al quesito posto dobbiamo rapportare il numero di motorini senza difetti importanti relativi a ciascun modello al corrispettivo totale di motorini osservati, moltiplicando il risultato per 100, ottenendo:

Modello	Percentuale di motorini senza difetti importanti
Astra	34,3
Bilancia	51,0
Castoro	30,0
Diamante	56,7

Il modello che presenta la percentuale più alta è il modello Diamante, che quindi è il modello più affidabile, ovvero quello con minor rischio del verificarsi di un difetto importante entro i primi 1000 chilometri. Si poteva arrivare alla stessa conclusione anche senza effettuare calcoli ma semplicemente osservando i numeri e notando che per il modello Diamante, diversamente che negli altri modelli, il numero dei motorini senza difetti importanti era molto più alto del numero di motorini con difetti importanti. Per gli altri modelli o tale numeri sono simili o, invece, prevalgono i motorini con difetti rispetto a quelli senza difetti.

19

La seguente tabella riporta la graduatoria delle prime dieci città italiane per numero di abitanti al 1 gennaio 2018:

Posiz.	Città	Abitanti	Densità (abitanti per km ²)
1°	Roma, Lazio	2.872.800	2.232
2°	Milano, Lombardia	1.366.180	7.520
3°	Napoli, Campania	966.144	8.117
4°	Torino, Piemonte	882.523	6.788
5°	Palermo, Sicilia	668.405	4.162
6°	Genova, Liguria	580.097	2.414
7°	Bologna, Emilia-Romagna	389.261	2.763
8°	Firenze, Toscana	380.948	3.723
9°	Bari, Puglia	323.370	2.755
10°	Catania, Sicilia	311.620	1.704

Fonte Istat, Indagine presso gli Uffici di Anagrafe

Nelle seguenti terne il primo valore è la media aritmetica degli abitanti delle città, il secondo la mediana ed il terzo la città più densamente popolata. Qual è la terna corretta?

- 1004324 - 590445 - Napoli
- 903045 - 660267 - Milano
- 874135 - 624251 - Napoli**
- 734993 - 600258 - Roma
- Non so

Soluzione:

Calcolando la media aritmetica delle popolazioni delle 10 città otteniamo 874135 (per farlo dobbiamo semplicemente sommare le 10 popolazioni e dividere il risultato per 10). La mediana si calcola eseguendo la semisomma della popolazione delle città al 5° ed al 6° posto, ovvero Palermo e Genova, ottenendo 624251. La città più densamente popolata è Napoli. Con questo possiamo indicare qual è la terna di dati corretta.

Si sarebbe potuto operare, però, anche in maniera diversa, senza effettuare calcoli ma semplicemente notando dapprima che Napoli è la città più densamente popolata, fatto che

esclude già due terne. Delle due terne che rimangono solo quella corretta ha un valore della mediana compatibile con la popolazione di Palermo e di Genova, per l'altra il valore indicato è troppo vicino alla popolazione di Genova e non equidistante tra i valori di popolazione di Palermo e Genova.

20

Calcolare la probabilità che lanciando 3 monete, nell'ordine, escano due teste, non esca nessuna testa o escano tre teste. Quale delle terne di valori seguenti è quella corretta?

- $3/8 - 1/8 - 1/8$
- $1/4 - 1/8 - 1/4$
- $3/8 - 1/4 - 1/8$
- $3/8 - 1/8 - 1/4$
- Non so

Soluzione:

Per rispondere alla domanda dobbiamo dapprima determinare lo spazio degli eventi possibili, indicando con C croce e con T testa:

CCC / CCT / CTC / CTT / TCC / TCT / TTC / TTT

Gli eventi possibili sono dunque 8.

Gli eventi favorevoli sono 3 nel primo caso, uno nel secondo caso ed uno anche nel terzo caso. Quindi le rispettive probabilità nei tre casi sono $3/8$, $1/8$ ed $1/8$ (le probabilità si calcolano rapportando gli eventi favorevoli a quelli possibili), che è la terna corretta.