

# DOCUMENTI ISTAT

## MODSIM-P: Il nuovo modello dinamico di previsione della spesa pensionistica

*Francesca Ceccato (\*)*  
*Massimiliano Tancioni (\*\*)*  
*Donatella Tuzi (\*)*

**n.1/2003**

*(\*) ISTAT – Servizio Statistiche congiunturali sull'occupazione e sui redditi*

**(\*\*) ISTAT – Servizio Statistiche sulle istituzioni pubbliche e private**

## *Sintesi*

In questo lavoro viene fornita una descrizione della struttura di funzionamento del modello di macrosimulazione della spesa pensionistica MODSIM-P, sviluppato presso l'Istat. Dopo una breve discussione sulla metodologia impiegata per la costruzione del modello e della sua collocazione teorica, ne viene fornita una descrizione in tre fasi distinte. La prima fase propone una rassegna delle relazioni algebriche di base utilizzate nella determinazione delle principali variabili per la stima della spesa pensionistica. La seconda fase descrive sinteticamente la struttura di programmazione e la sintassi di base per gli algoritmi SAS che definiscono il modello di calcolo. La terza ed ultima fase è dedicata alla rassegna delle basi informative, delle definizioni delle variabili e dei parametri legislativi utilizzati dal modello.

## *Abstract*

This paper provides a description of the functional structure of the Istat's macro-simulation model for the analysis of the public pensions expenditure MODSIM-P. After a brief discussion on the operational methodology adopted and its theoretical foundations, the depiction of the model's technical organization is built up in three steps. Firstly a review of the essential algebraic relations employed in the estimation procedures is specified. The second step provides a summary of the programming design and of the basic syntax structure of the algorithms defining the model. The third and last stage is dedicated to a review of the informational set and of the definition variables as well as of the normative parameters involved in the model.

## Indice

### *Introduzione*

#### **SEZIONE A: FORMALIZZAZIONE ALGEBRICA DELLE RELAZIONI DI FUNZIONAMENTO**

##### ***1. Relazioni per la determinazione degli attivi e degli occupati***

##### ***2. Relazioni per la determinazione delle principali variabili economiche***

##### ***3. Relazioni per la determinazione della numerosità delle prestazioni previdenziali ed assistenziali***

3.1 Relazioni per una generica prestazione

3.2 Pensioni di inabilità ed invalidità

3.3 Pensioni di vecchiaia ed anzianità

3.4 Pensioni ai superstiti

3.5 Rendite per infortuni sul lavoro e malattie professionali

3.6 Pensioni di invalidità civile

3.7 Pensioni sociali – assegni sociali

3.8 Pensioni di guerra ed assegni di Medaglia d'oro

3.9 Assegni all'ordine di Vittorio Veneto e di Medaglia e Croce al Valor Militare

##### ***4. Relazioni per la determinazione degli importi medi e della spesa per prestazioni previdenziali ed assistenziali***

4.1 Relazioni per una generica prestazione

4.2 Pensioni di invalidità vecchiaia ed anzianità e superstiti

4.2.1 Pensioni liquidate

a) Sistema di calcolo vigente

b) Sistema retributivo

c) Sistema contributivo

4.2.2 Pensioni di vecchiaia ed anzianità

4.2.2.1 Pensioni liquidate

4.2.2.2 Pensioni vigenti

4.2.2.3 Spesa complessiva

4.2.3 Pensioni di invalidità

4.2.3.1 Pensioni liquidate

4.2.3.2 Pensioni vigenti

4.2.3.3 Spesa complessiva

4.2.4 Pensioni ai superstiti

4.2.4.1 Pensioni liquidate

4.2.4.2 Pensioni vigenti

4.2.4.3 Spesa complessiva

- 4.3 Rendite per infortunio sul lavoro e malattia professionale
  - 4.3.1 Pensioni liquidate
  - 4.3.2 Pensioni vigenti
  - 4.3.3 Spesa complessiva
- 4.4 Pensioni d'invalidità civile
  - 4.4.1 Pensioni liquidate
  - 4.4.2. Pensioni vigenti
  - 4.4.3. Spesa complessiva
- 4.5 Assegni sociali – pensioni sociali
  - 4.5.1 Pensioni liquidate
  - 4.5.2. Pensioni vigenti
  - 4.5.3. Spesa complessiva
- 4.6 Pensioni di guerra ed assegni di Medaglia d'oro
  - 4.6.1. Pensioni liquidate
  - 4.6.2. Pensioni vigenti
  - 4.6.3. Spesa complessiva
- 4.7 Assegni all'ordine di Vittorio Veneto e di Medaglia e Croce al Valor Militare
  - 4.7.1. Assegni vigenti
  - 4.7.2. Spesa complessiva

## **SEZIONE B: STRUTTURA DELLA PROGRAMMAZIONE**

### ***5. Descrizione dei dati di origine***

### ***6. La struttura generale del modello***

- 6.1 Interazioni tra i diversi listati del programma
- 6.2 Struttura logico-tecnica degli algoritmi di funzionamento

### ***7. Organizzazione funzionale dei dati: definizione delle librerie SAS***

### ***8. Flessibilità del modello: attivazione ridotta e possibilità di intervento sulle ipotesi***

- 8.1 Attivazione di parti ridotte del programma
- 8.2 Intervento sulle ipotesi operative

### ***9. Lettura ed organizzazione dei risultati di simulazione***

## **SEZIONE C: LA BASE DATI**

### ***10. Le fonti dei dati***

- 10.1. Le previsioni demografiche dell'Istat con base 01/01/1996
- 10.2. Le forze di lavoro dell'Istat

10.3. Il Casellario centrale dei pensionati dell'INPS

***11. La gestione dei dati***

11.1. Le previsioni demografiche dell'Istat

11.2. Le forze di lavoro dell'Istat

11.3. Il Casellario centrale dei pensionati dell'INPS: rappresentatività del campione ed estrazione dei dati

***Riferimenti bibliografici***

***Appendice 1: Parametri normativi per il calcolo delle pensioni***

***Appendice 2: Lista delle variabili e dei parametri utilizzati nel modello***

## *Introduzione*<sup>(\*)</sup>

Negli ultimi anni l'attenzione degli studiosi del sistema previdenziale si è sempre più concentrata sulla valutazione degli effetti della dinamica futura del sistema pensionistico pubblico, con particolare attenzione da un lato alla sostenibilità finanziaria e alla compatibilità della spesa pensionistica con gli equilibri della finanza pubblica, dall'altro all'esame degli effetti distributivi del sistema di *Welfare* in termini di equità tra le generazioni e al loro interno.

Nei dibattiti in corso, particolare enfasi è posta sulle potenziali conseguenze delle tendenze demografiche osservate negli ultimi decenni: i sistemi di protezione sociale, volti a garantire la distribuzione intertemporale del reddito e del risparmio, risultano altamente esposti all'evoluzione della struttura demografica, in particolare di fronte a sbilanciamenti nella composizione per età delle popolazioni.

Il fattore di maggiore preoccupazione risiede nella transizione al pensionamento degli individui nati nel corso degli anni '60 (*baby-boomers*), cui si associa la successiva sensibile contrazione dei tassi di natalità e la tendenza attuale all'aumento della speranza di vita. Tali fenomeni produrranno, a partire dal prossimo decennio, una sensibile invecchiamento relativo ed assoluto della popolazione, quindi una forte espansione del rapporto tra popolazione anziana e popolazione in età lavorativa (Golini, 1997; European Commission, 2000; World Bank, 1996).

Analisi circoscritte alla sola componente demografica risulterebbero tuttavia riduttive nella comprensione dei fenomeni in atto e delle dinamiche prospettive. L'evoluzione recente della spesa pensionistica, ed in particolare del suo rapporto con il prodotto interno lordo, è connessa anche alla "generosità" del sistema pregresso e soprattutto al forte rallentamento dei ritmi di crescita sperimentato dalle economie nazionali europee (Peracchi, 1998).

I recenti provvedimenti normativi di riforma del sistema hanno teso ad affrontare il problema sia in relazione al fattore demografico, attraverso la revisione dei vincoli di età e di contribuzione per l'accesso al pensionamento, sia in relazione alla dimensione della copertura, attraverso la modifica dei sistemi di calcolo delle prestazioni (Peracchi e Rossi, 1996; Franco, 2000; Baldacci e Tuzi, 2001).

In relazione a tali fattori, il dibattito per la riforma dei sistemi pensionistici ha stimolato la costruzione di strumenti di calcolo per la simulazione degli effetti sulla spesa sia dell'evoluzione demografica attesa, sia dei provvedimenti normativi assunti ed ipotetici. L'impegno, in tal senso, ha investito enti di ricerca e istituzioni di livello nazionale ed internazionale (Franco, 1996) e singoli ricercatori (Brugiavini e Peracchi, 1999). Gli approcci adottati sono risultati spesso diversi, perché diverse sono le necessità, le fonti di informazione e gli obiettivi di analisi che li hanno ispirati. In generale, si può distinguere tra modelli di previsione ad approccio teorico "demografico" e modelli ad approccio "normativo-istituzionale".

I modelli ad approccio teorico "demografico" privilegiano, nella definizione della loro struttura, quindi del risultato ottenibile, la previsione demografica. L'evoluzione futura della spesa viene simulata applicando alla previsione della struttura demografica una rappresentazione molto semplificata del dato normativo-istituzionale. Generalmente non viene prevista alcuna relazione

---

(\*) Il presente documento è stato redatto in collaborazione dagli autori. In particolare, le varie sezioni sono state curate da:

Sezione A (parr. 1, 2, 3, 4): Donatella Tuzi;

Sezione B (parr. 5, 6, 7, 8, 9): Massimiliano Tancioni;

Sezione C (parr. 10, 11): Francesca Ceccato;

Appendici 1 e 2: Donatella Tuzi.

endogena tra dinamica della popolazione e parametri normativi e la variabile di riferimento è l'aliquota di equilibrio. Statica è anche la definizione delle variabili macroeconomiche coinvolte nel modello. A questo gruppo appartengono i modelli elaborati presso alcuni organismi internazionali (OECD, IMF)<sup>1</sup>.

I modelli ad approccio teorico "normativo" privilegiano invece la definizione dettagliata del quadro normativo e non considerano, o lo fanno solo per ipotesi approssimative, la dinamica demografica. Date le basi tecniche utilizzate, essi consentono la simulazione puntuale degli effetti sul numero delle prestazioni di eventuali modificazioni normative, ma non altrettanto sulla spesa<sup>2</sup>.

Altro carattere di distinzione tra modelli di simulazione riguarda l'informazione assunta ed elaborata. Nei casi in cui essa è costituita da singole unità, il modello è definito di microsimulazione, mentre in corrispondenza di aggregazione dell'informazione – qualsiasi ne sia il livello - si hanno modelli di macrosimulazione. I primi permettono per natura un'ottima riproduzione dei caratteri degli individui e quindi della complessità legislativa, ma incontrano spesso problemi connessi alla disponibilità di basi informative adeguate e al vincolo imposto dalle capacità di calcolo. I modelli di macrosimulazione compensano gli inconvenienti connessi al minor livello di dettaglio della simulazione con la possibilità di una considerazione contestuale di un maggior numero di determinanti e relazioni funzionali. L'approccio di macrosimulazione permette ad esempio il coinvolgimento e la replicazione di ipotesi e nessi macroeconomici in modo meno semplificato. E' generalmente possibile simulare uno spettro più ampio delle relazioni che definiscono il contesto macroeconomico all'interno del quale la scelta pubblica prende corpo e si realizza. La perdita di accuratezza delle stime connessa al minor dettaglio dell'informazione gestita è direttamente proporzionale al grado di aggregazione della base di dati di partenza. Tale distorsione è infatti prodotta dalla distanza del dato reale dall'ipotesi di distribuzioni uniformi, o ben centrate e a bassa dispersione (all'interno delle singole classi), implicita alla metodologia di macro-simulazione<sup>3</sup>.

Altro fattore discriminante è costituito dall'impostazione statica o dinamica dei modelli. La distinzione, in ambiente di simulazione, non è riferita esclusivamente al coinvolgimento di relazioni dove figurino variabili osservate in istanti diversi, ma anche alla possibilità, o meno, che la struttura formale preveda la rappresentazione delle principali possibili interazioni tra le diverse determinanti della dinamica. In generale, nei modelli dinamici di previsione della spesa tendono ad essere formalizzate le principali relazioni tra il livello demografico, macroeconomico, normativo e quello della rappresentazione dei comportamenti degli agenti<sup>4</sup>.

---

<sup>1</sup> Un approccio essenzialmente demografico può essere riscontrato nei seguenti lavori di Keyfitz (1985), Heller e altri (1986), IMF (1988), OECD (1988a), OECD (1988b), Auerbach e altri (1989), Hagemann e Nicoletti (1989), Van Den Noord e Herd (1994), Gonnot e altri (1995), Livi Bacci (1995).

<sup>2</sup> Esempi di modelli basati su un approccio normativo sono contenuti nei saggi che seguono: INPS (1989), Ministero del Tesoro-RGS (1989), Ministero del Tesoro-RGS (1996), Ministero del Tesoro-RGS (2000), Leibfritz e altri (1996).

<sup>3</sup> Si tratta in sostanza del problema dell'aggregazione, che negli approcci macro viene aggirato col ricorso all'ipotesi di valor medio (o agente rappresentativo) come valore rappresentativo delle classi. La questione viene affrontata in numerosi studi; tra essi si veda: Conte e Gilbert (1995), Gouriéroux e Monfort (1991), Laroque e Selaniè (1999), Nowak e Latanz (1993), Wachter, Blackwell e Hammel (1998). Con applicazione specifica alle funzioni di consumo per modelli a generazioni sovrapposte: Attanasio, Orazio e Weber (1991), Ando e Kennickell (1987), Garner (1992), Kennickell (1990), Muellbauer and Bover (1986), Muellbauer e Murphy (1993), Muellbauer e Lattimore (1999), Pischke (1991).

<sup>4</sup> Per una descrizione delle metodologie utilizzate per la definizione delle relazioni di dinamica e dei comportamenti degli agenti negli approcci di simulazione si veda: Doran e Gilbert (1993), Gilbert (2001), Hanneman, Collins e Mordt (1995), Hanneman e Patrick (1997), Harding (1990).

La scelta per una particolare tipologia viene dedotta dagli obiettivi di analisi e dalla disponibilità di basi informative. In ogni caso, deve essere sottolineato che il risultato ottenibile è altamente sensibile, oltre che alle ipotesi operative, alla particolare struttura adottata.

Il modello di previsione Istat della spesa pensionistica MODSIM-P è uno sviluppo ed approfondimento del modello di simulazione dinamica della spesa sociale MODSIM, realizzato dallo stesso istituto nel 1996 (Baldacci e Tuzi, 1998). Il modello effettua simulazioni di medio-lungo periodo della dinamica di alcuni indici di quantificazione della spesa nazionale per pensioni, sulla base dell'evoluzione dei principali fattori di determinazione della domanda e dell'offerta di prestazioni pensionistiche, individuati a dimensione regionale. Le relazioni del modello sono predisposte per consentire l'individuazione e la definizione di strumenti analitici per compiere valutazioni prospettiche sui fabbisogni di intervento nel campo sociale e sulla loro sostenibilità finanziaria.

Dal punto di vista metodologico, MODSIM-P è un modello di macrosimulazione dinamica *cell-based*. L'informazione di partenza è costituita da una matrice di popolazione, opportunamente disaggregata per sesso, età e regione di residenza. Essa fornisce la base per l'applicazione di una metodologia di simulazione multistato, per la quale la popolazione disaggregata di riferimento viene fatta passare da uno stato simulato all'altro attraverso l'uso di matrici di transizione. La natura dinamica del modello è data dall'impostazione di una struttura formale in grado di replicare iterativamente le principali possibili interazioni tra il livello demografico, macroeconomico e legislativo. L'impostazione per singole età della popolazione esposta, nonché la disaggregazione dell'informazione di partenza per tipologia di prestazione e per centro di spesa, permettono una riproduzione dettagliata del disposto legislativo e, quindi, consentono la simulazione degli effetti di eventuali loro modificazioni.

MODSIM-P si colloca pertanto nella classe dei modelli ad *approccio teorico integrato*, costruiti nella prospettiva di una considerazione contestuale dell'evoluzione demografica, economica e di quella normativo-istituzionale.

Il modello prevede la considerazione delle principali prestazioni pensionistiche di natura previdenziale (pensioni d'invalidità, pensioni di vecchiaia ed anzianità, pensioni ai superstiti, pensioni d'infortunio e malattia professionale) ed assistenziale (pensioni sociali, assegni sociali e pensioni agli invalidi civili, pensioni di guerra comprensive degli assegni di Medaglia d'oro, assegni vitalizi ad ex combattenti insigniti dell'ordine di Vittorio Veneto, assegni di Medaglia e Croce al Valor Militare) erogate dai maggiori enti di previdenza ed assistenza, facendo esplicito riferimento alle specifiche gestioni<sup>5</sup>.

Il presente documento fornisce la descrizione dei meccanismi di funzionamento del modello. Essa si articola su tre livelli distinti riprodotti in altrettante sezioni:

- descrizione delle relazioni algebriche di base utilizzate nella determinazione delle principali variabili per la stima della spesa per pensioni;
- descrizione della struttura di programmazione e della sintassi di base per gli algoritmi SAS che definiscono il modello di calcolo
- descrizione delle basi informative utilizzate dal modello nella produzione delle simulazioni.

---

<sup>5</sup> Il raggruppamento delle varie tipologie di trattamenti pensionistici in prestazioni previdenziali ed assistenziali segue il nuovo sistema di classificazione recentemente adottato dall'ISTAT, in cui la revisione delle categorie pensionistiche è stata realizzata per creare coerenza con le definizioni del sistema SESPROS e SEC95. In tale classificazione i trattamenti sono raggruppati a seconda della natura istituzionale della prestazione e dell'evento che ha determinato l'erogazione della pensione.

La descrizione della formalizzazione algebrica è articolata in paragrafi distinti. Nel paragrafo 1 vengono presentate le relazioni per la determinazione del numero degli attivi e degli occupati, mentre nel paragrafo 2 vengono espone le equazioni per la stima delle principali variabili economiche. Il paragrafo 3 è dedicato alla determinazione delle numerosità delle prestazioni pensionistiche, in cui viene esposta la metodologia di calcolo dei trattamenti liquidati, vigenti sopravvivenenti (nel caso in cui sono considerati), quindi il numero totale di trattamenti. Nel paragrafo 4, infine, vengono descritte le relazioni per il calcolo degli importi dei trattamenti pensionistici, riportando le equazioni per la determinazione dell'ammontare medio delle rendite liquidate, delle vigenti sopravvivenenti e delle prestazioni complessivamente vigenti per giungere, quindi, al calcolo della spesa complessivamente erogata per ogni tipo di provvidenza.

Si consideri che tale sezione è finalizzata alla descrizione di una struttura formale di base dotata di un adeguato livello di dettaglio ma, comunque, tale da consentire di operare con una certa flessibilità nella successiva fase di implementazione degli algoritmi di funzionamento in programmazione SAS. Questo significa che le relazioni riprodotte, pur definendo quelle rilevanti ai fini della definizione del risultato di stima, non esauriscono quelle effettivamente utilizzate dal modello di calcolo.

La seconda sezione, dedicata alla descrizione della struttura di programmazione del modello di calcolo, è organizzata in cinque paragrafi. Essa segue, per quanto possibile, una impostazione dal generale al particolare. Il primo paragrafo contiene una breve descrizione delle basi tecniche di origine utilizzate dal modello. Tale aspetto costituisce l'argomento centrale della terza sezione del presente documento, dedicata all'analisi delle basi di dati; tuttavia, un breve accenno in questa fase è risultato necessaria poiché strumentale alla descrizione successiva. Il contenuto informativo è pertanto da considerarsi circoscritto alla funzione richiamata. Il secondo paragrafo, sviluppato in due fasi distinte, è dedicato alla definizione della struttura di funzionamento del modulo. Il primo sottoparagrafo contiene la descrizione generale delle relazioni intercorrenti tra i diversi listati costitutivi, il secondo quella particolare della loro struttura logico-tecnica interna. Il terzo paragrafo descrive schematicamente la gestione informatica delle matrici di dati utilizzate e prodotte. Il quarto paragrafo è dedicato alla descrizione della procedura di produzione dei risultati di simulazione nello standard definito dal listato di programmazione "Output". Il paragrafo successivo conclude la seconda sezione.

Anche in tal caso, la descrizione non deve considerarsi pienamente esaustiva dell'organizzazione informatica del modello di calcolo. Essa è finalizzata ad una spiegazione della logica adottata in fase di scrittura degli algoritmi di calcolo in programmazione SAS che riproducono le relazioni algebriche ed i nessi causali di base riprodotti nella prima sezione.

La terza sezione, dedicata alla rassegna delle basi di dati, è organizzata in 2 paragrafi. Nel primo paragrafo si descrivono le principali fonti da cui il modello trae dati per i singoli moduli. Nel secondo paragrafo vengono brevemente schematizzate le principali operazioni di gestione dei dati, dall'acquisizione in forma matriciale delle informazioni al rilascio degli output.

## SEZIONE A: FORMALIZZAZIONE ALGEBRICA DELLE RELAZIONI DI FUNZIONAMENTO DEL MODELLO

In ciascun paragrafo della presente sezione, dopo aver tracciato un diagramma delle principali relazioni che consentono di passare dalle grandezze di *input*, esterne allo schema centrale del Modello, alle principali variabili di *output*, ne viene sinteticamente descritto il meccanismo di interrelazione. Vengono dunque fornite informazioni generali per la definizione delle principali variabili. Sono poi descritte nel dettaglio le matrici utilizzate per l'individuazione degli elementi di *input* e di *output*, evidenziando il significato delle singole unità di definizione. Infine, vengono riportate le equazioni formali per la determinazione delle variabili di *output* esplicitando le relazioni, nel caso di sintassi complesse, nei singoli elementi delle matrici e fornendo informazioni dettagliate sulle unità di osservazioni<sup>6</sup>.

La procedura metodologica adottata per le previsioni si differenzia tra parti del modello. In particolare, nelle relazioni relative alla simulazione della dinamica del Mercato del lavoro la popolazione attiva ed occupata viene stimata aggiornando la popolazione complessiva mediante tassi specifici di attività ed occupazione. Tale approccio di stima consiste nella quantificazione delle quote di popolazione che, in ciascun istante di previsione, si trovano nei vari stati rispetto al mercato del lavoro. Nelle parti relative al calcolo del numero di trattamenti pensionistici viene invece seguita una logica più complessa, che si basa sulla considerazione esplicita delle vicende che interessano sul sistema pensionistico coorti di soggetti. In particolare, gli *stock* numerici delle prestazioni vengono quantificati ricorrendo a dei tassi di transizione che, nel caso di prestazioni liquidate, consentono di proiettare la *popolazione esposta* ai vari rischi di tutela, al numero di beneficiari delle varie provvidenze. Per le prestazioni di natura vitalizia o di durata legata al possesso di specifici requisiti previsti dalla normativa vigente in ogni periodo di simulazione, l'approccio a tassi consente di stimare separatamente le prestazioni liquidate dalle prestazioni vigenti da precedenti istanti di previsione e sopravvissute sino all'istante d'interesse. Questo secondo *stock* di prestazioni viene simulato ricorrendo ai tassi di sopravvivenza biologica e a stime dei tassi di mantenimento degli "status" di beneficiari delle varie categorie di provvidenza. L'approccio descritto è tipico delle prestazioni pensionistiche.

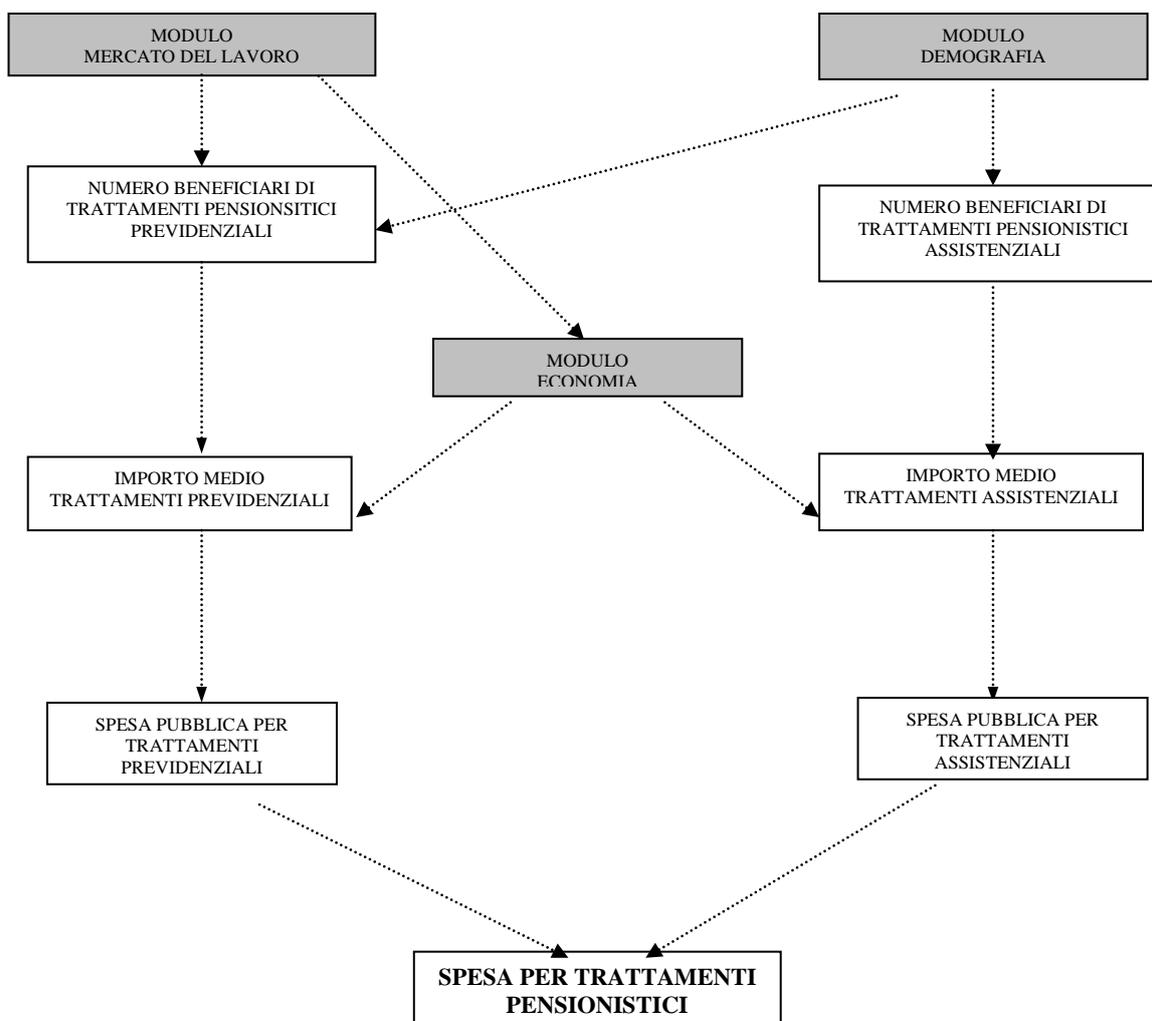
Nel Modello vengono determinate le componenti che definiscono la *popolazione esposta*, mentre i tassi di descrizione dei comportamenti vengono stimati in una prima fase esogenamente e quindi riprodotti con procedura endogena iterativa sulla base delle ipotesi di livello normativo e macroeconomico. Gli importi delle prestazioni vengono invece ottenuti applicando puntualmente la normativa prevista, i cui parametri applicativi sono acquisiti dall'esterno e costituiscono oggetto di ipotesi..

L'approccio per la definizione delle relazioni algebriche è di tipo matriciale e si esplica nel ricorso ad operazioni prevalentemente di tipo semplice, che consistono nel confronto di elementi corrispondenti delle matrici di volta in volta coinvolte.

---

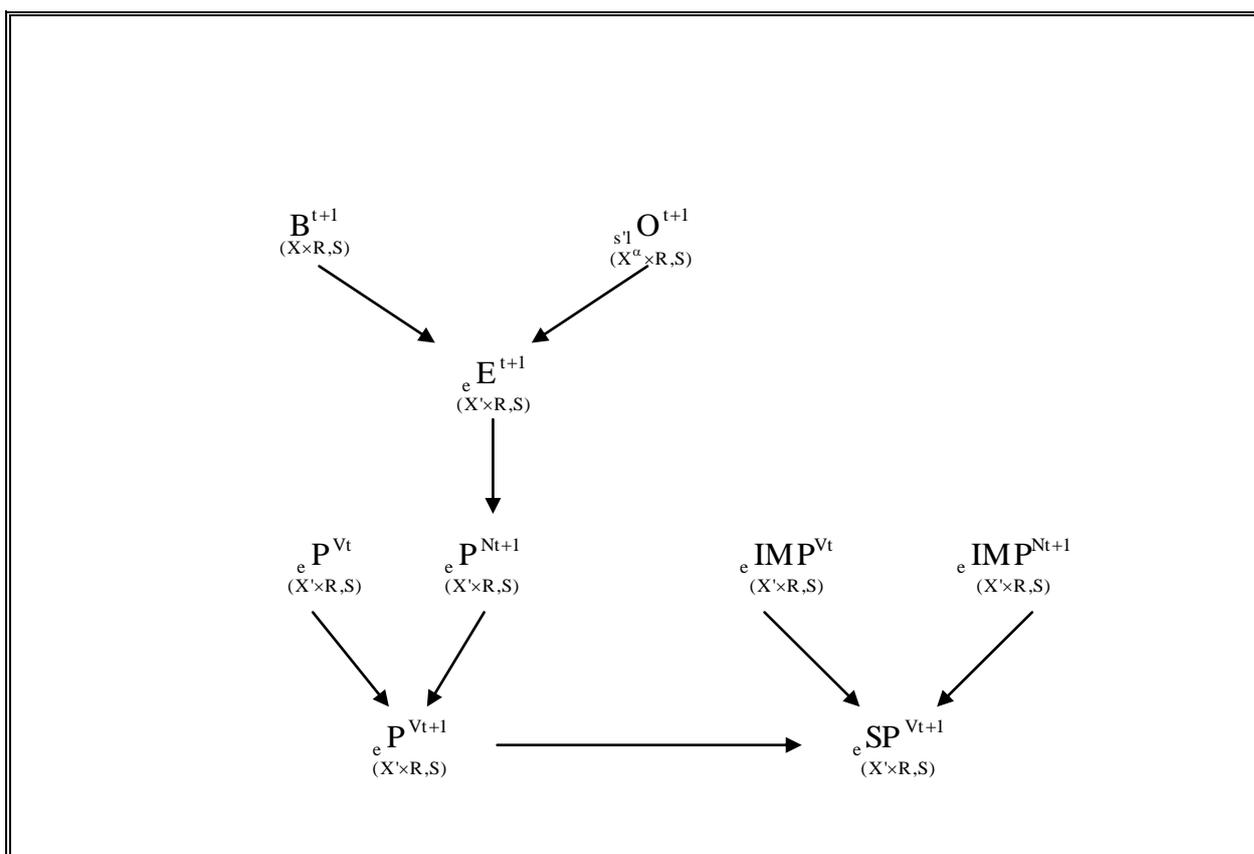
<sup>6</sup> Per una descrizione delle tipologie pensionistiche e dei fondi di gestione considerati, si veda la sezione C, mentre nell'appendice 1 sono riportati i fondamentali parametri della normativa vigente in tema di previdenza inseriti nel modello. Nell'appendice 2, viene fornita una lista delle variabili utilizzate nella descrizione delle relazioni.

Fig.1 – Schematizzazione a blocchi delle relazioni di funzionamento del modello di previsione MODSIM-P



Dalla stima del numero di occupati, determinata nel Modulo Mercato del lavoro, e della popolazione residente, calcolata nel Modulo Demografia, nel Modulo Previdenza viene individuata la popolazione “esposta al rischio di tutela previdenziale” ed “assistenziale”, dalle quali vengono determinate rispettivamente la consistenza numerica dei percettori di rendite previdenziali (invalidità, vecchiaia, anzianità, superstiti ed infortunio sul lavoro e malattia professionale) ed i trattamenti assistenziali (invalidità civile, assegni sociali e pensioni di benemerenzia). Con il numero di beneficiari delle prestazioni previdenziali ed assistenziali e con gli importi medi dei singoli trattamenti, stimati applicando le normative vigenti che implicano la considerazione di alcune variabili determinate nei Moduli Mercato del Lavoro ed Economia, nei Moduli Previdenza ed Assistenza viene quantificata la spesa complessiva per trattamenti pensionistici.

Fig 2 - Schematizzazione matriciale generale delle relazioni del Modello



Nella prima fase di determinazione degli stock numerici delle prestazioni complessivamente erogate, il Modello individua, a partire dalla popolazione complessiva e da quella occupata, la popolazione esposta al rischio di tutela previdenziale ed assistenziale. Dalla popolazione esposta viene ricavato il numero delle prestazioni liquidate che, insieme al numero di vecchi trattamenti sopravvissuti, consentono di determinare il numero di prestazioni complessivamente vigenti. Nella seconda fase di determinazione della spesa per previdenza ed assistenza vengono stimati gli importi medi delle prestazioni liquidate e di quelle vigenti sopravvissuti. Nella fase finale di quantificazione della spesa complessiva per prestazioni previdenziali ed assistenziali, il numero delle rendite vigenti sopravvissuti ed il numero di rendite liquidate vengono confrontati con i rispettivi importi medi.

$B^{t+1}$   
(X x R, S) = matrice degli stock numerici della popolazione residente nell'istante di previsione  $t+1$ ;

$s^1 O^{t+1}$   
(X<sup>α</sup> x R, S) = matrice degli stock numerici della popolazione occupata nell'istante di previsione  $t+1$ ;

$E^{t+1}$   
(X' x R, S) = matrice degli stock numerici della popolazione esposta al rischio di assicurazione previdenziale ed assistenziale nell'istante di previsione  $t+1$ ;

$P^{Vt}$   
(X' x R, S) = matrice degli stock numerici delle prestazioni vigenti nell'istante di previsione  $t$ ;

${}^e P^{Nt+1}$  = matrice degli *stock* numerici delle prestazioni liquidate nell'istante di previsione  $t+1$ ;  
( $X' \times R, S$ )

${}^e P^{Vt+1}$  = matrice degli *stock* numerici delle prestazioni vigenti nell'istante di previsione  $t+1$ ;  
( $X' \times R, S$ )

${}^e IMP^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle prestazioni vigenti nell'istante di previsione  $t$ ;  
( $X' \times R, S$ )

${}^e IMP^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle prestazioni vigenti nell'istante di previsione  $t+1$ ;  
( $X' \times R, S$ )

${}^e SP^{Vt+1}$  = matrice della spesa complessiva per prestazioni vigenti nell'istante di previsione  
( $X' \times R, S$ )  
 $t+1$ .

### Unità di disaggregazione delle osservazioni<sup>7</sup>:

Nel modello di previsione MODSIM-P ogni variabile di analisi viene innanzitutto classificata in relazione ad alcune caratteristiche di base:

- **Tempo** =  $t$   $t = 1, \dots, T$
- **Regione di riferimento** =  $r$   $r = 1, \dots, R$
- **Sesso** =  $s$   $s = m, f$
- **Età** =  $x$   $x = 0, \dots, Z$   
in cui  $\varepsilon$  = età minima per l'ottenimento della generica rendita pensionistica;  
convenzionalmente si pone  $X' = Z - \varepsilon + 1$  che descrive, dunque, il numero delle età dei potenziali beneficiari di ogni tipologia pensionistica.
- **Posizione nella professione** =  $l$   $l = ld, li$   
in cui  $ld$  = lavoratori dipendenti;  
 $li$  = lavoratori indipendenti.
- **Settore di attività** =  $s'$   $s' = a', i, aa$   
in cui:  $a'$  = agricoltura;  
 $i$  = industria;  
 $aa$  = altre attività.

Per l'individuazione del numero di prestazioni, dei relativi importi medi e della spesa complessiva, le unità vengono inoltre individuate secondo le seguenti caratteristiche:

---

<sup>7</sup> Una descrizione dettagliata delle singole unità di disaggregazione delle variabili utilizzate nel Modello è contenuta nel paragrafo 11.

- **Ente di gestione e trattamento pensionistico = e**  $e = 1, \dots, E$

Per i trattamenti di natura previdenziale le unità di osservazione vengono selezionate in base a caratterizzazioni riferite al mercato del lavoro:

a) per le prestazioni IVS:

per  $l = ld$

$s' = a', i, aa$  dando luogo ad  $e = fpld$ ;

$s' = aa$  dando luogo ad  $e = inpdap$ .

per  $l = li$

$s' = a'$  dando luogo ad  $e = gscd$  (Inps gestione speciale coltivatori diretti, mezzadri e coloni);

$s' = i$  dando luogo ad  $e = gsa$  (Inps gestione speciale artigiani);

$s' = aa$  dando luogo ad  $e = gsc$  (Inps gestione speciale commercianti).

per  $l = ld$

$s' = a', i, aa$  dando luogo ad  $e = ainps$  (altre inps).

per  $l = li$  ed  $ld$

$s' = a', i, aa$  dando luogo ad  $e = ag$  (altre gestioni).

b) per le prestazioni per infortunio sul lavoro e malattia professionale:

per  $l = ld, li$

$s' = a', i, aa$  dando luogo a  $e = inail$  (gestioni infortunio sul lavoro e malattie professionali).

Per i trattamenti di natura assistenziale non vi è alcun legame con il mercato del lavoro, per cui:

c) invalidità civile

$e = ticiv$  (trattamento per invalidità civile).

d) pensioni ed assegni sociali

$e = tsoc$  (trattamenti sociali).

e) pensioni di guerra

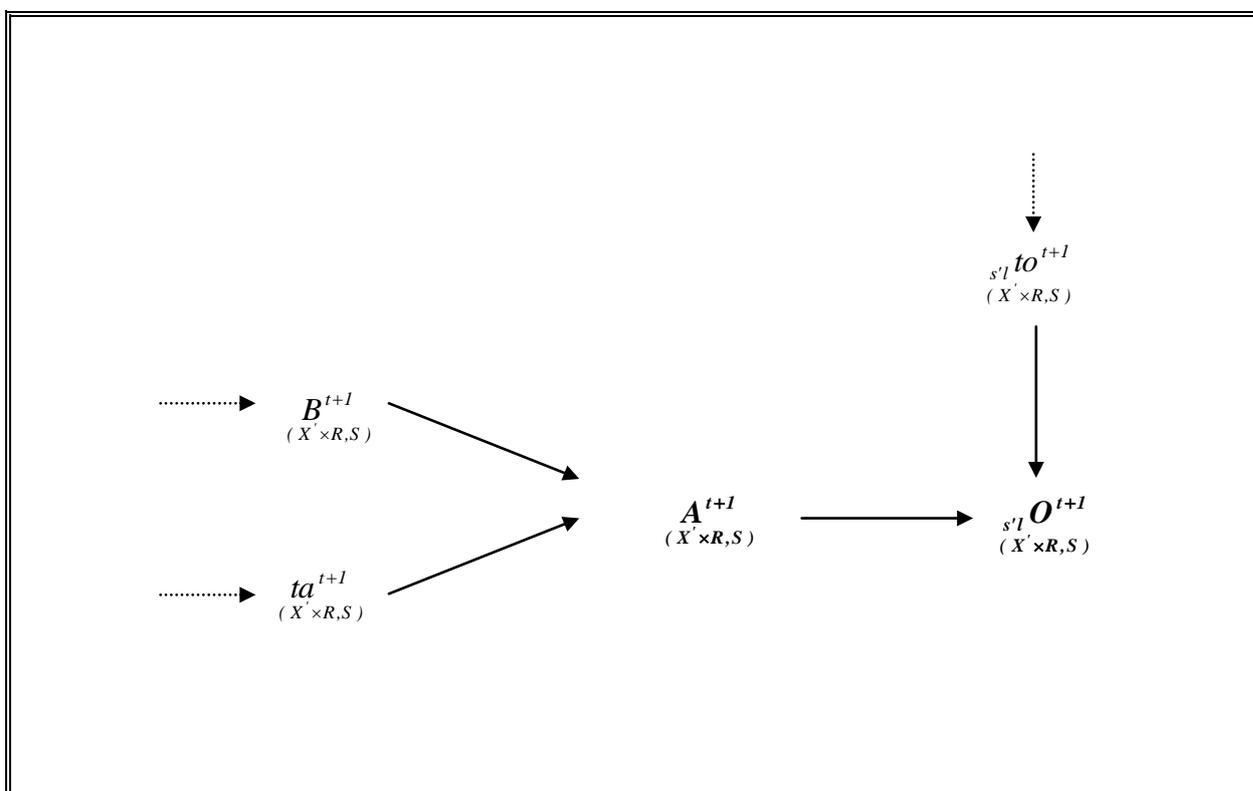
$e = tguer$  (pensioni di guerra).

e) trattamenti all'ordine di Vittorio Veneto Croce e Valor Militare

$e = tvv$  (trattamenti all'ordine di V.V. C.V.M.).

## 1. Relazioni per la determinazione del numero degli attivi e degli occupati

Fig.3 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità del numero di attivi ed occupati



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Nota la popolazione in età lavorativa, in ciascun istante di previsione  $t+1$  il modello consente di determinare gli attivi applicando ad essa i tassi di attività specifici. La popolazione attiva viene dunque relazionata ai tassi di occupazione, consentendo di quantificare gli occupati per posizione professionale.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$B^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice della popolazione, in cui il generico elemento  $B^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante

di previsione  $t+1$ , la popolazione di età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ ;

$ta^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice dei tassi di attività, in cui il generico elemento  $ta^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante

di previsione  $t+1$ , il tasso di attività specifico relativo alla popolazione in età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ ;

$tvta^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice dei tassi di variazione dei tassi attività, in cui il generico elemento  $ta^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso di variazione specifico relativo alla popolazione in età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ ;

${}^{s'l}to^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice dei tassi di occupazione, in cui il generico elemento  ${}^{s'l}to^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso di occupazione specifico degli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$  nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività  $s'$ .

${}^{s'l}tvto^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice dei tassi di variazione dei tassi di occupazione, in cui il generico elemento  ${}^{s'l}tvto^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso di variazione specifico degli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$  nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività  $s'$ .

- **Matrici di output**

$A^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice del numero degli attivi, in cui il generico elemento  $A^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta il numero di attivi nell'istante di previsione  $t+1$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^{s'l}O^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice del numero di occupati, in cui il generico elemento  ${}^{s'l}O^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta il numero di occupati nell'istante di previsione  $t+1$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , nella posizione professionale  $l$  e settore di attività  $s'$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Attivi:*

$$A^{t+1}_{(X' \times R, S)} = tvta^{t+1}_{(X' \times R, S)} * ta^{t+1}_{(X' \times R, S)} * B^{t+1}_{(X' \times R, S)}$$

(1)

*Occupati:*

$${}^{s'l}O^{t+1}_{(X' \times R, S)} = {}^{s'l}tvto^{t+1}_{(X' \times R, S)} * {}^{s'l}to^{t+1}_{(X' \times R, S)} * A^{t+1}_{(X' \times R, S)}$$

(2)

E' dunque possibile intervenire sui tassi di occupazione attraverso opportune modificazioni della matrice dei tassi di variazione dei tassi di occupazione, distinguendo per regione, sesso ed età.

Per quanto riguarda le possibilità di intervento sui tassi di occupazione il modello consente di agire in relazione a diverse componenti teoriche. I fattori controllabili sono stati concettualmente separati e sono i seguenti:

- "deriva" di settore di attività economica:

si assume che l'evoluzione economica su un orizzonte temporale di lungo periodo possa produrre modificazioni strutturali del sistema in termini di alterazione del peso relativo dell'occupazione nelle diverse regioni e nei diversi settori di attività economica;

- "deriva" nella posizione professionale:

in tal caso la modificazione strutturale interessa la composizione per posizione professionale nelle diverse regioni, nei diversi settori di attività economica e nelle diverse età;

- "deriva" di genere:

la definizione formale della componente di genere permette l'intervento sui coefficienti di alterazione della dinamica occupazionale maschile e femminile distinguendo tra settori di attività economica, regione, sesso ed età;

- definizione della dinamica occupazionale:

dopo aver descritto le diverse componenti teoriche e di intervento sulla *struttura* dell'occupazione (ipotesi di sezione), si definisce un insieme di parametri per il controllo della dinamica aggregata dei tassi di occupazione; tale insieme distingue per età e regione.

Il generico tasso di variazione dei tassi di occupazione risulterà pertanto del tipo:

$${}_{s'}^{t}vto^{t+1}_{(X' \times R, S)} = \left( 1 + \left( {}_s^{dsett}{}^{t+1}_{(R)} \right) + \left( {}_{s'}^{dprof}{}^{t+1}_{(X' \times R)} \right) + \left( {}_s^{dgen}{}^{t+1}_{(X' \times R, S)} \right) + \left( {}^{tco}{}^{t+1}_{(X' \times R)} \right) \right)$$

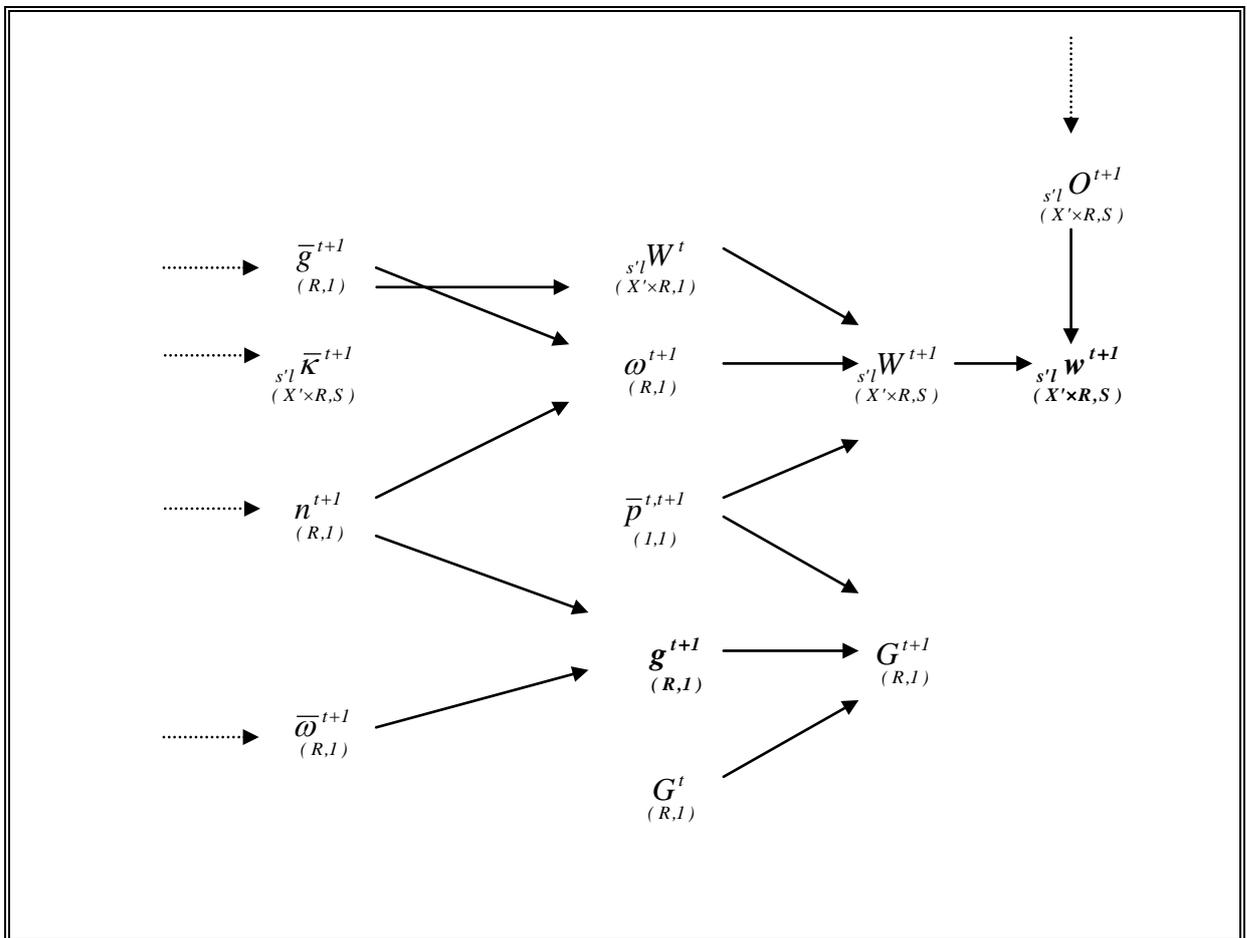
(2')

E' evidente che, se le ipotesi per le componenti di struttura sommano, nell'aggregato, a zero, la dinamica occupazionale dipende esclusivamente dalle ipotesi specifiche per i tassi di occupazione.

## 2. Relazioni per la determinazione delle principali variabili economiche

Nel modello la stima delle grandezze economiche costituisce un'operazione accessoria alla determinazione delle variabili dei moduli centrali. In tale Modulo vengono infatti stimati il Pil, i cui tassi di variazione vengono utilizzati quali parametri di aggiornamento di alcune grandezze monetarie stimate in altri Moduli e le retribuzioni lavorative, necessarie per la stima delle retribuzioni pensionabili. L'algoritmo strutturale di MODSIM-P quantifica le principali variabili economiche seguendo una procedura di attribuzione di valori esogeni ad alcuni parametri di crescita.

Fig.4 – Schema generale delle relazioni per la determinazione delle principali variabili economiche



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

In ciascun istante di previsione  $t+1$ , noto il tasso di variazione dei prezzi tra il tempo  $t$  ed il tempo  $t+1$ , il modello giunge alla determinazione della ricchezza nominale prodotta nel paese e

della spesa complessiva per redditi da lavoro fissando a priori il tasso di crescita del PIL o, alternativamente, il tasso di variazione dei redditi da lavoro<sup>8</sup>.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\bar{g}_{(R,I)}^{t+1}$  = vettore il cui generico elemento  $\bar{g}_r^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso

di variazione esogeno della ricchezza interna prodotta nella regione  $r$ ;

$n_{(R,I)}^{t+1}$  = vettore il cui generico elemento  $n_r^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso

di variazione dell'occupazione relativo alla popolazione attiva residente nella regione  $r$ ;

${}_{s'l}O_{(X \times R, S)}^{t+1}$  = matrice degli occupati, in cui il generico elemento  ${}_{s'l}O_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante

di previsione  $t+1$ , la popolazione occupata di età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività  $s'$ ;

$\bar{w}_{(R,I)}^{t+1}$  = vettore il cui generico elemento  $\bar{w}_r^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso

di variazione fissato esogenamente dei redditi da lavoro prodotti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}_{(I,I)}^{t,t+1}$  = scalare che rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso di variazione dei prezzi

dall'istante  $t$ , fissato esogenamente;

$G_{(R,I)}^t$  = vettore della ricchezza interna lorda, in cui il generico elemento  $G_r^t$  rappresenta,

nell'istante di previsione  $t$ , il prodotto interno lordo complessivamente prodotto nella regione  $r$ ;

${}_{s'l}W_{(X \times R, S)}^t$  = matrice del monte retribuzioni, in cui il generico elemento  ${}_{s'l}W_{r,x,s}^t$  rappresenta,

nell'istante di previsione  $t$ , la retribuzione complessiva da lavoro percepita dagli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività  $s'$ .

- *Matrici di output*

$g_{(R,I)}^{t+1}$  = vettore il cui generico elemento  $g_r^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso

di variazione endogeno della ricchezza interna prodotta nella regione  $r$ ;

---

<sup>8</sup> Evidentemente, l'ipotesi implicita è che la dinamica dei redditi segua quella della produttività del lavoro. Una ipotesi sulla dinamica dei redditi equivale pertanto, sotto il punto di vista teorico, ad una ipotesi su quella della produttività.

$\omega_{(R,1)}^{t+1}$  = vettore dei tassi di variazione delle retribuzioni lavorative, in cui il generico elemento  $\omega_r^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso di variazione dei redditi da lavoro prodotti nella regione  $r$ ;

$G_{(R,1)}^{t+1}$  = vettore della ricchezza interna lorda, in cui il generico elemento  $G_r^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il prodotto interno lordo complessivamente prodotto nella regione  $r$ ;

${}_{s'l}W_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice del monte retributivo, in cui il generico elemento  ${}_{s'l}W_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , le retribuzioni complessive da lavoro percepite dagli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività  $s'$ ;

${}_{s'l}W_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice delle retribuzioni medie, in cui il generico elemento  ${}_{s'l}W_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la retribuzione media da lavoro percepita dagli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività  $s'$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Prodotto interno lordo:*

$$G_{(R,1)}^{t+1} = G_{(R,1)}^t * (I + g_{(R,1)}^{t+1}) * (I + \bar{p}_{(I,1)}^{t,t+1})$$

(3)

in cui:

$$g_{(R,1)}^{t+1} = \bar{w}_{(R,1)}^{t+1} + n_{(R,1)}^{t+1}$$

(4)

in alternativa, la relazione può essere risolta rispetto a  $w$ , fissando a priori il tasso di variazione del PIL. In tal caso:

$$\omega_{(R,1)}^{t+1} = \bar{g}_{(R,1)}^{t+1} - n_{(R,1)}^{t+1}$$

(4')

*Importo complessivo delle retribuzioni da lavoro:*

$$\underset{(X' \times R, S)}{s'l} W^{t+1} = \underset{(X' \times R, S)}{s'l} W^t * \underset{(R, 1)}{(1 + \omega^{t+1})} * \underset{(1, 1)}{(1 + \bar{p}^{t, t+1})}$$

(5)

*Importo medio dei redditi da lavoro:*

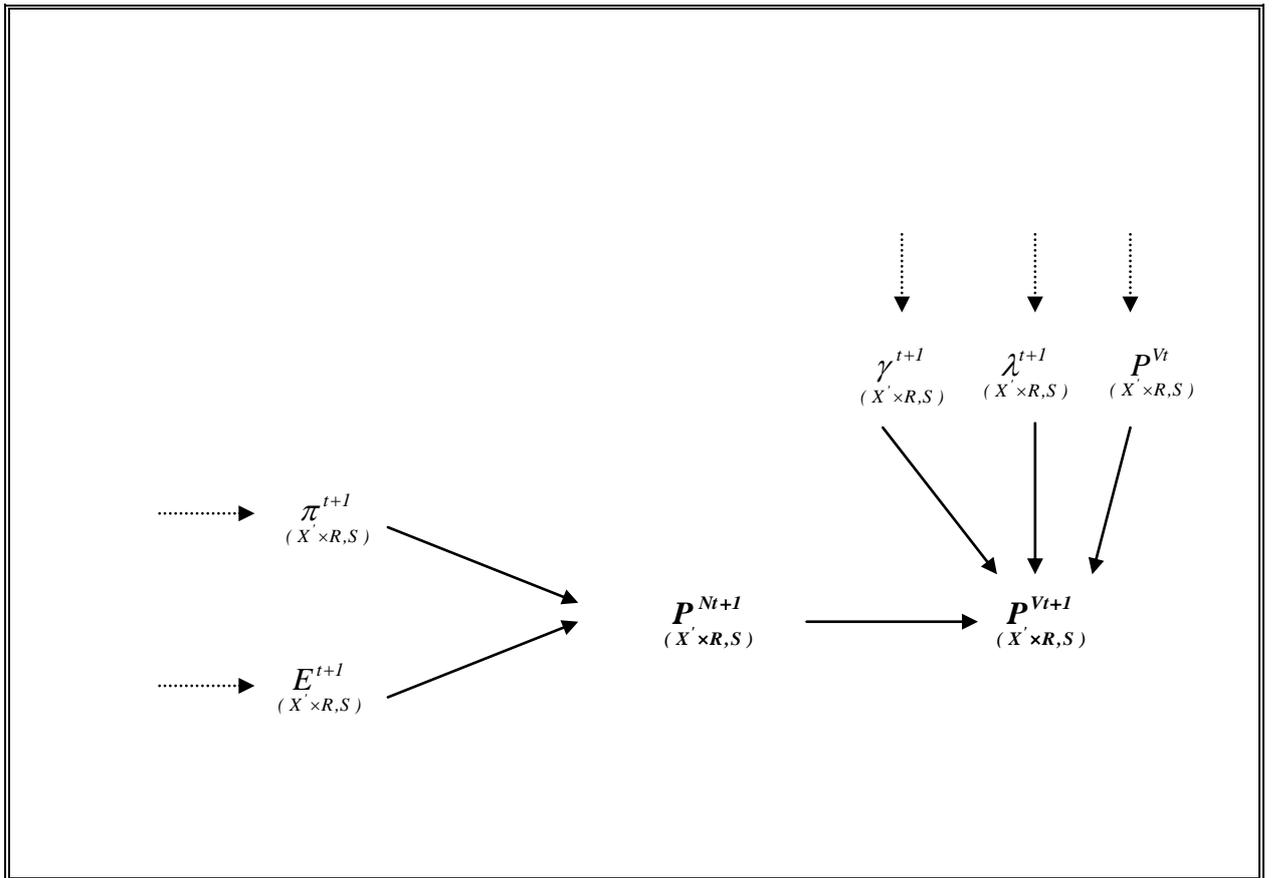
$$\underset{(X' \times R, S)}{s'l} W^{t+1} = \frac{\underset{(X' \times R, S)}{s'l} W^{t+1}}{\underset{(X' \times R, S)}{s'l} O^{t+1}}$$

(7)

### 3. Relazioni per la determinazione della numerosità delle prestazioni previdenziali ed assistenziali

#### 3.1. Relazioni per una generica prestazione

Fig. 5 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità di una generica prestazione previdenziale



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascuna tipologia pensionistica, data la numerosità della popolazione potenzialmente soggetta al rischio di pensionamento ed i valori dei corrispondenti tassi, il Modello determina gli *stock* numerici delle prestazioni liquidate in ciascun istante di previsione  $t+1$  che, insieme al numero delle prestazioni vigenti nell'istante temporale  $t$  e ai tassi di mantenimento dello "status" di beneficiari della prestazione sino a  $t+1$ , permettono di calcolare la numerosità delle rendite complessivamente vigenti nell'istante  $t+1$ .

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\pi_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  $\pi_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , una stima della propensione degli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$  ad ottenere una generica rendita pensionistica;

$E_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice della *popolazione esposta*, in cui il generico elemento  $E_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la numerosità della popolazione in età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , potenzialmente soggetta al rischio di copertura pensionistica di generica tipologia;

$\gamma_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  $\gamma_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso di mantenimento dello "status" di beneficiari di una generica prestazione dall'istante  $t$ , per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\lambda_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$P_{(X' \times R, S)}^{Vt}$  = matrice del numero di prestazioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{r,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle prestazioni vigenti  $V$  erogate agli individui in età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

$P_{(X' \times R, S)}^{Nt+1}$  = matrice del numero di nuove prestazioni, in cui il generico elemento  $P_{r,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta il numero delle rendite liquidate  $N$  nell'istante di previsione  $t+1$ , agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_{(X' \times R, S)}^{Vt+1}$  = matrice del numero di prestazioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta il numero delle rendite complessivamente erogate  $V$  nell'istante di previsione  $t+1$ , agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output<sup>9</sup>

*Pensioni liquidate:*

$$P_{(X' \times R, S)}^{Nt+1} = \pi_{(X' \times R, S)}^{t+1} * E_{(X' \times R, S)}^{t+1} \quad (8)$$

*Pensioni vigenti<sup>10</sup>:*

$$P_{(X' \times R, S)}^{Vt+1} = \gamma_{(X' \times R, S)}^{t+1} * \lambda_{(X' \times R, S)}^{t+1} * P_{(X' \times R, S)}^{Vt} + P_{(X' \times R, S)}^{Nt+1} \quad (9)$$

Nei Moduli Previdenza ed Assistenza la considerazione di diversi tipi di prestazioni rende necessaria, date le differenti caratteristiche tecniche delle varie tipologie di rendita, la disarticolazione delle relazioni generali in relazioni più specifiche in funzione, in prima approssimazione, degli eventi da cui hanno origine le erogazioni delle rendite stesse e, in seguito, della considerazione dei singoli Fondi pensionistici, cui generalmente vigono diverse regolamentazioni.

La necessità di rendere quanto più possibile efficiente la gestione del modulo induce a ricercare, tuttavia, quelle caratteristiche assimilabili che permettano di trattare con sistematicità situazioni generate da fattispecie diverse, dando luogo ad un numero più limitato di relazioni ma consentendo, nello stesso tempo, quel grado di categorizzazione tale da non indurre troppe rigidità alla struttura algoritmica del modello.

Nella descrizione delle relazioni per la generica prestazione viene omessa la definizione dei tassi di pensionamento come variabile generata endogenamente al modello. In effetti la procedura endogena viene riguarda esclusivamente la definizione dei tassi di pensionamento per vecchiaia ed anzianità, poiché è a questo livello che agiscono le ipotesi normative in materia di età pensionabile e quelle macroeconomiche inerenti i tassi di occupazione della popolazione esposta a pensionamento. Le relazioni che definiscono la procedura endogena verranno pertanto descritte nelle sezioni specifiche.

<sup>9</sup> Le relazioni algebriche riportate nel presente documento si basano su una notazione convenzionale, le cui principali regole vengono descritte nell'Appendice 3.

<sup>10</sup> In particolare, come verrà in seguito precisato trattando le singole prestazioni, per definizione per  $x=\varepsilon$  la relazione (9) equivale a:

$$P_{(X' \times R, S)}^{Vt+1} = P_{(X' \times R, S)}^{Nt+1} \quad (9')$$

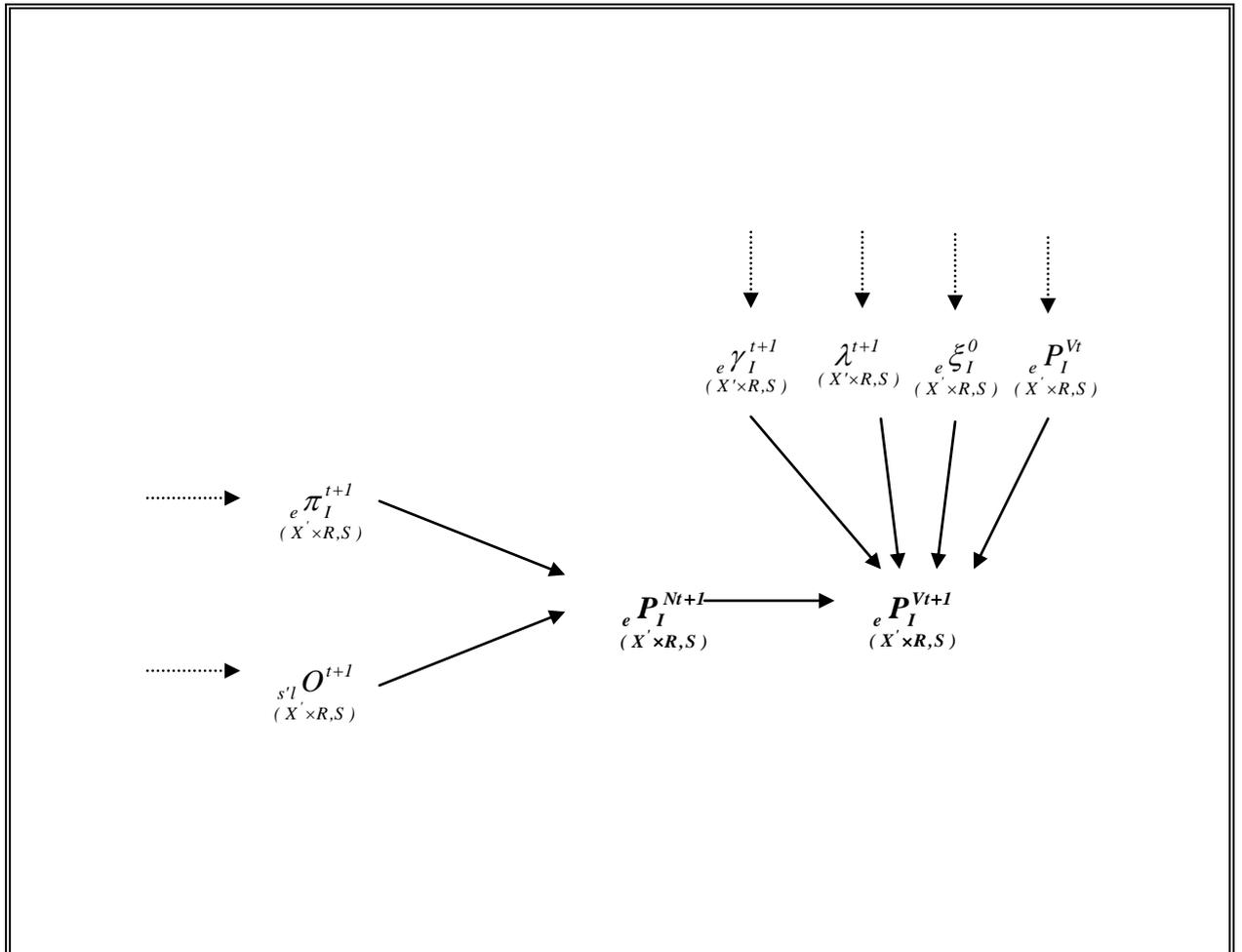
In questo caso, infatti, il generico elemento  $P_{r, \varepsilon-1, s}^{Vt}$  della corrispondente matrice è convenzionalmente posto pari a 0 essendo effettivamente inesistente, in quanto riferito ad un'età inferiore a quella minima per l'ottenimento della prestazione di riferimento.

### 3.2. Pensioni di inabilità ed invalidità

Attualmente sono in vigore tre diverse tipologie di prestazioni per invalidità:

- assegni di invalidità;
- pensioni di inabilità;
- pensioni di invalidità.

Fig. 6 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità delle pensioni d'invalidità



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Noti i tassi di pensionamento per invalidità ed il numero dei lavoratori, il Modello determina la numerosità delle prestazioni per invalidità liquidate in ogni istante di previsione  $t+1$  che, insieme al numero di prestazioni vigenti sopravvissute dal precedente istante di previsione, contribuiscono alla stima della consistenza numerica delle rendite complessivamente erogate in  $t+1$ .

## **Definizione della *popolazione esposta* al rischio di pensionamento**

### **1. *Assegni di invalidità:***

Il grado d'infermità determina una parziale incapacità di lavorare. Il percettore della rendita può continuare a svolgere la propria attività lavorativa.

*Requisito essenziale:* l'ottenimento della rendita è subordinato alla maturazione di almeno 5 anni di anzianità contributive dalla data di assicurazione, di cui 3 nel periodo immediatamente antecedente la richiesta dell'assegno.

*Caratteristiche:* Alla maturazione dei requisiti richiesti si trasforma in pensione di vecchiaia. Non è reversibile. L'assegno è riconosciuto per un periodo di 3 anni e alla scadenza può essere rinnovato subordinatamente al possesso dei requisiti necessari. Dopo 3 riconoscimenti consecutivi, l'assegno d'invalidità è confermato automaticamente.

### **2. *Pensioni di inabilità:***

Il grado d'infermità determina totale e permanente inabilità allo svolgimento dell'attività lavorativa.

*Requisito essenziale:* l'ottenimento della rendita è subordinato alla maturazione di almeno 5 anni di anzianità contributive dalla data di assicurazione, di cui 3 nel periodo immediatamente antecedente la richiesta di pensionamento.

*Caratteristiche:* alla maturazione dei requisiti richiesti non si trasforma in pensione di vecchiaia. E' reversibile.

### **3. *Pensioni di invalidità:***

Il grado d'infermità determina parziale o totale inabilità allo svolgimento dell'attività lavorativa.

Liquidate fino al 30 giugno 1983.

*Caratteristiche:* non si trasformano in pensioni di vecchiaia. Sono reversibili.

Attualmente il loro peso è scarsamente rilevante sul complesso delle rendite per invalidità vigenti per cui, in un primo momento, esse vengono per semplicità accorpate alle pensioni d'inabilità, date le caratteristiche affini delle due tipologie.

Ai fini della determinazione della numerosità delle pensioni liquidate e vigenti per infermità che preclude in tutto o in parte il normale svolgimento dell'attività lavorativa, le due tipologie pensionistiche possono essere aggregate in una unica categoria, che verrà convenzionalmente indicata con la denominazione di "pensioni d'invalidità".

Date alcune delle caratteristiche basilari delle due forme di assicurazione, la *popolazione esposta* può essere stimata con la numerosità degli occupati<sup>11</sup> in età tra i 20 anni (15 anni, che è l'età minima per l'inclusione nelle forze di lavoro +5)<sup>12</sup> e  $\nu$ , età per l'ottenimento della pensione

---

<sup>11</sup> Il requisito dei 3 anni di contribuzione versata nel periodo immediatamente antecedente l'inoltro della domanda di pensionamento lascia presumere che il potenziale pensionato sia effettivamente occupato.

<sup>12</sup> A partire dal 1° gennaio 2000 l'età minima per l'inclusione nelle forze di lavoro passa a 16 anni aumentando gradualmente, in ogni anno successivo, di 1 anno, fino a raggiungere i 18 anni nel 2002. Tale aumento risulta dalla revisione dell'età per l'obbligo scolastico.

di vecchiaia, che convenzionalmente rappresenta il limite massimo per lo svolgimento dell'attività lavorativa.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^e\pi_I^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  ${}^e\pi_{lr,x,s}^{t+1}$  rappresenta,

$(X' \times R, S)$

nell'istante di previsione  $t+1$ , la misura della propensione di un individuo in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , ad ottenere una rendita pensionistica per invalidità  $I$  dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^{s'l}O^{t+1}$  = matrice degli occupati, in cui il generico elemento  ${}^{s'l}O_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di

$(X' \times R, S)$

previsione  $t+1$ , la numerosità della popolazione occupata in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività produttiva  $s'$ ;

${}^eO^{t+1}$  = matrice degli occupati, in cui il generico elemento  ${}^eO_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di

$(X' \times R, S)$

previsione  $t+1$ , la numerosità della popolazione occupata in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , potenzialmente assicurata presso l'ente di gestione  $e$ ;

$\lambda^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$

$(X' \times R, S)$

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

${}^e\gamma_I^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e\gamma_{lr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ ,

$(X' \times R, S)$

per un individuo in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario di una rendita per invalidità  $I$  dall'istante  $t$ , ovvero dall'età  $x-I$ , erogata dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e\xi_I^0$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e\xi_{lr,x,s}^0$  rappresenta la quota degli assegni vigenti

$(X' \times R, S)$

d'invalidità sul complesso delle pensioni d'invalidità  $I$  percepite nell'anno base  $0$  delle previsioni dagli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ <sup>13</sup>;

${}^eP_I^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^eP_{lr,x-I,s}^{Vt}$

$(X' \times R, S)$

rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero di rendite vigenti  $V$

---

<sup>13</sup> Il valore in questione viene calcolato solo per l'anno di base delle previsioni. Per gli anni successivi si ipotizza che tale quota rimanga costante.

complessivamente erogate per invalidità  $I$  agli individui in età  $x-I$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

- *Matrici di output*

${}^e P_I^{Nt+1}$  (matrice del numero di nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e P_{lr,x,s}^{Nt+1}$ )

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero delle rendite liquidate  $N$  per invalidità  $I$  agli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e P_I^{Vt+1}$  (matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{lr,x,s}^{Vt+1}$ )

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero di rendite vigenti  $V$  erogate per invalidità  $I$  agli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Pensioni d'invalidità liquidate:*

$${}^e P_I^{Nt+1} = {}^e \pi_I^{t+1} * {}^e O^{t+1}$$

(  $X' \times R, S$  )      (  $X' \times R, S$  ) (  $X' \times R, S$  )

(10)

in cui:

$${}^e O^{t+1} = \sum_{s',l} {}^e O_{s',l}^{t+1}$$

(  $X' \times R, S$  )      (  $X' \times R, S$  )

(10')

In particolare, per le pensioni d'invalidità, la sommatoria coinvolge i seguenti indici:

per  $l = ld$

- $s' = a', i, aa$  dando luogo ad  $e = fpld$  (fondo di previdenza dei lavoratori dipendenti);
- $s' = aa$  dando luogo ad  $e = inpdap$  (previdenza dei dipendenti nella pubblica amministrazione);

per  $l = li$

- $s' = a'$  dando luogo ad  $e = gscd$  (gestione speciale coltivatori diretti, mezzadri e coloni);
- $s' = i$  dando luogo ad  $e = gsa$  (gestione speciale artigiani);
- $s' = aa$  dando luogo ad  $e = gsc$  (gestione speciale commercianti).

per  $l = li$  ed  $ld$

$s' = a', i, aa$  dando luogo a  $e = ag$  (altre gestioni).

In breve  $e = fpld, inpdap, gscd, gsa, gsc, ag$ .

*Pensioni d'invalidità vigenti:*

per  $x < v$ :

$${}_{(X' \times R, S)} e P_I^{V_{t+1}} = \lambda^{t+1} *_{(X' \times R, S)} \gamma_I^{t+1} *_{(X' \times R, S)} {}_{(X' \times R, S)} e P_I^{V_t} + {}_{(X' \times R, S)} e P_I^{N_{t+1}}$$

(11)

Data la definizione della matrice  ${}_{(X' \times R, S)} e P_I^{V_t}$ , per  $x = \varepsilon$  si pone, per convenzione:

$${}_{(X' \times R, S)} e P_I^{V_t} = 0$$

(11')

per  $x \geq v^{14}$ :

$${}_{(X' \times R, S)} e P_I^{V_{t+1}} = \lambda^{t+1} *_{(X' \times R, S)} \gamma_I^{t+1} *_{(X' \times R, S)} \left( \left( I - {}_{(X' \times R, S)} \xi_I^0 \right) *_{(X' \times R, S)} {}_{(X' \times R, S)} e P_I^{V_t} \right)$$

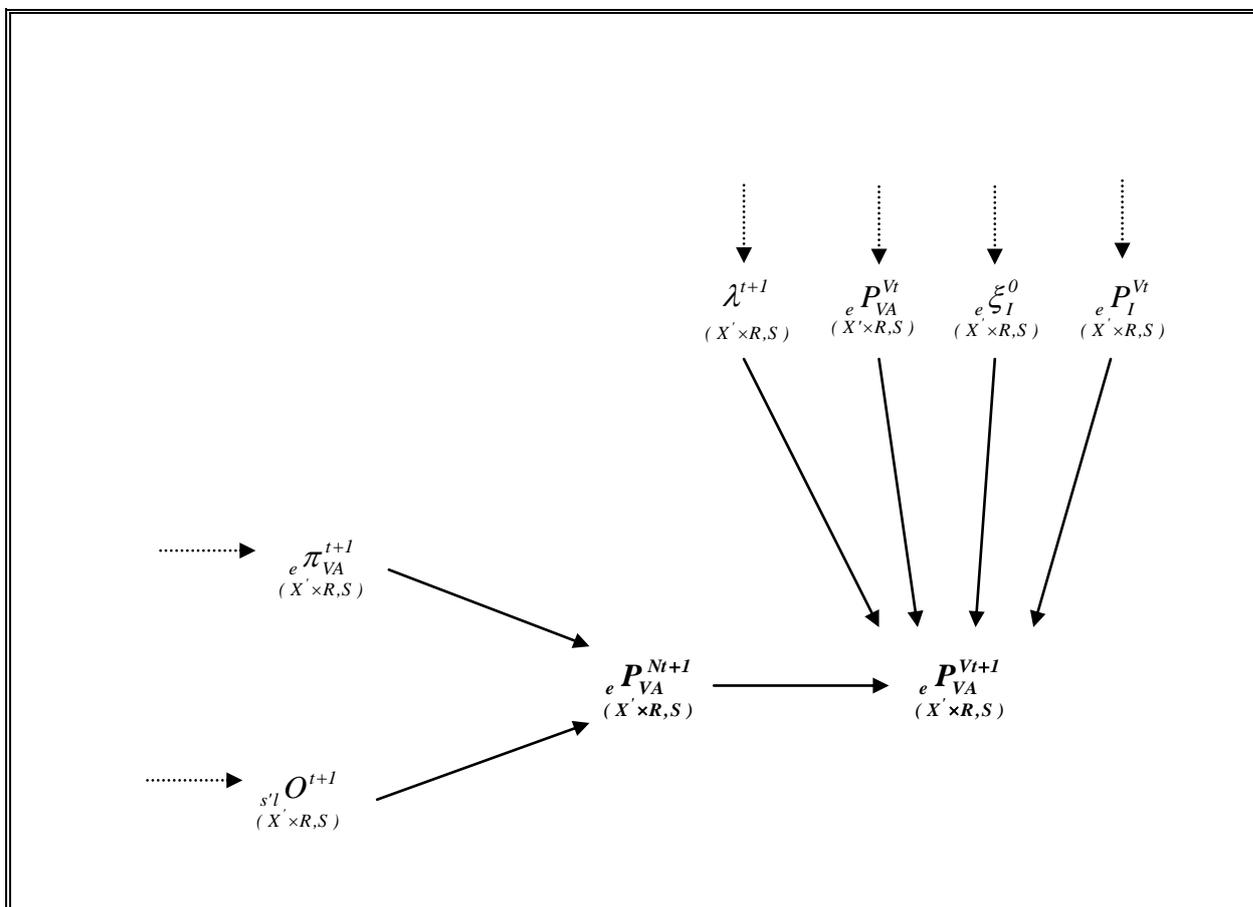
(12)

---

<sup>14</sup> In realtà la relazione (12) semplifica il caso rappresentato. Nella pratica, infatti, per ottenere la trasformazione degli assegni d'invalidità in rendite di vecchiaia, al raggiungimento del requisito sull'età anagrafica per il conseguimento di queste ultime è necessario aver maturato anche le anzianità contributive richieste per le pensioni di vecchiaia. Se tale requisito non è stato ancora conseguito, la trasformazione viene prorogata per un periodo di tempo di entità pari a quanto necessario per colmare la differenza.

### 3.3. Pensioni di vecchiaia ed anzianità

Fig. 7 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità delle pensioni di vecchiaia ed anzianità



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Noti i tassi di pensionamento per vecchiaia ed anzianità dei lavoratori e nota la loro consistenza numerica, il Modello determina il numero delle pensioni per vecchiaia ed anzianità liquidate in ogni istante di previsione  $t+1$ . Al numero di prestazioni liquidate, sommate alle pensioni vigenti sopravvissute dal precedente istante di previsione, viene aggregato il numero delle rendite derivanti dalla trasformazione in pensioni di vecchiaia delle rendite per inabilità, ottenendo lo stock numerico delle pensioni complessivamente vigenti in ogni istante di previsione  $t+1$ .

#### Definizione della popolazione esposta al rischio di pensionamento

Le pensioni di vecchiaia ed anzianità sono corrisposte in conseguenza dell'attività lavorativa svolta dalla persona protetta, al raggiungimento di determinati limiti di età anagrafica e di anzianità contributiva<sup>15</sup>.

<sup>15</sup> Una descrizione dei requisiti di età anagrafica ed anzianità contributiva necessari per l'acquisizione di una pensione di vecchiaia ed anzianità è contenuta nella sezione 1 dell'Appendice2.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^e\pi_{VA}^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  ${}^e\pi_{VAr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere una rendita pensionistica per vecchiaia o anzianità  $VA$  dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^{s'l}O^{t+1}$  = matrice degli occupati, in cui il generico elemento  ${}^{s'l}O_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la numerosità della popolazione occupata in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività produttiva  $s'$ ;

$\lambda^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

${}^eP_{VA}^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^eP_{VAr,x-1,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero di rendite per vecchiaia ed anzianità  $VA$ , erogate agli individui in età  $x-1$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^eP_I^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^eP_{Ir,x-1,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero di rendite vigenti  $V$  complessivamente erogate per invalidità  $I$  agli individui in età  $x-1$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e\xi_I^0$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e\xi_{Ir,x,s}^0$  rappresenta la quota degli assegni vigenti d'invalidità sul complesso delle pensioni d'invalidità  $I$  percepite nell'anno base  $0$  delle previsioni dagli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

${}^e\pi_{VA}^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  ${}^e\pi_{VAr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ ,

di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere una rendita pensionistica per vecchiaia o anzianità  $VA$  dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e P_{VA}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{VAr,x,s}^{Vt+1}$   
( $X' \times R, S$ )

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite erogate  $V$  per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e P_{VA}^{Nt+1}$  = matrice del numero di nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e P_{VAr,x,s}^{Nt+1}$   
( $X' \times R, S$ )

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , le rendite liquidate  $N$  per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Pensioni di vecchiaia ed anzianità liquidate*<sup>16</sup>:

$$(13) \quad {}^e P_{VA}^{Nt+1} = {}^e \pi_{VA}^{t+1} * {}^e O^{t+1}$$

( $X' \times R, S$ )      ( $X' \times R, S$ )      ( $X' \times R, S$ )

dove:

$$(13') \quad {}^e O^{t+1} = \sum_{s',l} {}^e O^{s',l,t+1}$$

( $X' \times R, S$ )      ( $X' \times R, S$ )

in cui l'operatore di sommatoria coinvolge i seguenti indici:

per  $l = ld$

$s' = a', i$ , *aa* dando luogo ad  $e = fpld$  (fondo di previdenza dei lavoratori dipendenti);

$s' = aa$  dando luogo ad  $e = inpdap$  (previdenza dei dipendenti nella pubblica amministrazione).

<sup>16</sup> Nella formulazione della relazione (13) vi è l'ipotesi implicita che i potenziali percettori di rendite di vecchiaia o anzianità svolgano attività lavorativa fino all'istante temporale immediatamente antecedente l'ottenimento della pensione. Questa congettura genera una sottostima degli *stock* effettivi delle nuove rendite, che potrebbe essere corretta introducendo una variabile di sintesi del periodo medio di attesa dalle dimissioni dall'attività lavorativa al momento del raggiungimento dello stato di quiescenza, da confrontare con lo *stock* degli occupati. In prima approssimazione, tuttavia, un ridimensionamento più immediato e comunque efficace si può ottenere riproponendo i tassi di pensionamento con un coefficiente fisso, dedotto dal confronto tra i tassi di pensionamento nei vari anni di previsione con i risultati dell'applicazione dei valori noti dell'anno 0 di base delle previsioni alla relazione (13).

per  $l = li$

$s' = a'$  dando luogo ad  $e = gscd$  (gestione speciale coltivatori diretti, mezzadri e coloni);

$s' = i$  dando luogo ad  $e = gsa$  (gestione speciale artigiani);

$s' = aa$  dando luogo ad  $e = gsc$  (gestione speciale commercianti).

per  $l = li$  ed  $ld$

$s' = a', i, aa$  dando luogo a  $e = ag$  (altre gestioni).

In breve  $e = fpld, inpdap, gscd, gsa, gsc, ag$ .

*Pensioni di vecchiaia ed anzianità vigenti:*

- per  $x < v^{17}$ :

$${}^e P_{VA}^{Vt+1} = \lambda^{t+1} * {}^e P_{VA}^{Vt} + {}^e P_{VA}^{Nt+1}$$

(X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S)

(14)

- per  $x \geq v$ :

$${}^e P_{VA}^{Vt+1} = \lambda^{t+1} * {}^e P_{VA}^{Vt} + {}^e P_{VA}^{Nt+1} + \lambda^{t+1} * {}^e \gamma_1^{t+1} * {}^e \xi_1^0 * {}^e P_1^{Vt}$$

(X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S)

(15)

Come accennato, i tassi di pensionamento per la tipologia Vecchiaia e Anzianità vengono ottenuti con procedura endogena. Date le matrici di transizione con elementi calcolati all'anno-base, ad ogni iterazione i valori vengono aggiornati in relazione alle ipotesi di livello normativo e macroeconomico. In relazione al primo livello, è infatti necessario aggiornare la propensione al pensionamento alle modificazioni normative relative all'età di pensionamento. In relazione al secondo, si vuole invece considerare il fatto che eventuali ipotesi sui tassi di occupazione relativi a classi di età esposte al pensionamento producono alterazioni della transizione al pensionamento. La correzione endogena, pur avendo rilevanza sotto il punto di vista della rappresentazione formale del comportamento degli agenti (costituendo in tal caso una ipotesi separata), è principalmente una necessità di coerenza numerica. Poniamo che si adotti uno scenario di ipotesi che includa una alterazione positiva dei tassi di attività e di occupazione nelle classi di età soggette a pensionamento. Qualora non si intervenisse con una correzione dei tassi specifici di pensionamento, si otterrebbe un numero di pensionati non compatibile con l'ipotesi assunta, ma soprattutto, la somma tra popolazione in età non scolare, popolazione priva di copertura, pensionati delle diverse tipologie e lavoratori potrebbe risultare superiore alla popolazione totale. La stessa incoerenza numerica, con segno inverso, si produrrebbe in

<sup>17</sup> In questo raggruppamento rientrano, per definizione, le sole pensioni di anzianità.

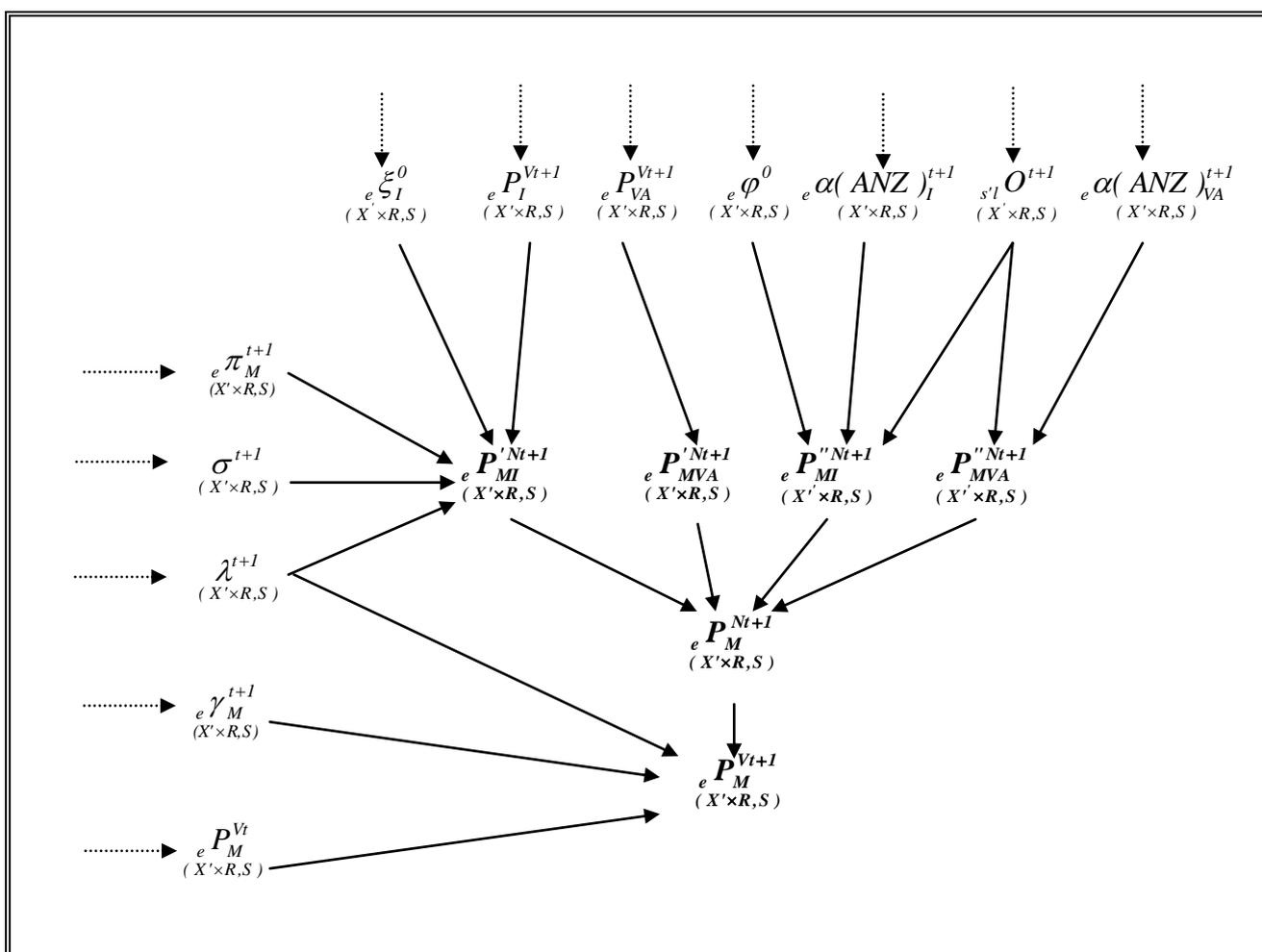
corrispondenza di ipotesi di innalzamento dell'età pensionabile in assenza di un meccanismo di correzione dei tassi.

La correzione relativa all'età di pensionamento prevede l'aggiornamento dei tassi sulla base della popolazione interessata dal provvedimento ed in modo tale che, considerata la probabilità di sopravvivenza, per ogni iterazione successiva all'innalzamento dei limiti di esigibilità, alla popolazione che transita al pensionamento sulla base dei vecchi tassi viene aggiunta la quota di popolazione bloccata dal provvedimento di innalzamento nel periodo precedente.

La correzione relativa alle ipotesi sui tassi di partecipazione al lavoro viene ottenuta dalla soluzione di una equazione alle differenze prime logaritmiche (quindi approssimabile ad una equazione nei tassi di crescita) sotto vincolo di equivalenza numerica tra popolazione interessata dall'ipotesi direttamente (numero di nuovi occupati) e indirettamente (minor numero di pensionati). Tale procedura è risultata preferibile in vista della definizione delle ipotesi di alterazione dei tassi di attività ed occupazione in termini di tassi di crescita.

### 3.4. Pensioni ai superstiti

Fig. 8 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità delle pensioni ai superstiti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

In ciascun istante di previsione  $t+1$ , il Modello calcola il numero di pensioni liquidate *indirette* e per *reversibilità* che derivano da rendite di vecchiaia, anzianità ed inabilità, stimando il numero complessivo di pensioni che potenzialmente rientrano nel sistema a causa di morte del beneficiario, o del potenziale beneficiario della rendita di origine e distribuendo tale consistenza tra gli eredi. Alle pensioni liquidate vengono aggiunte le prestazioni erogate ai superstiti nel precedente istante di previsione e sopravvissute sino all'istante attuale.

Nella categoria delle prestazioni ai superstiti è necessario fare una distinzione tra:

*Pensioni di reversibilità* = vengono erogate ai superstiti del percettore, deceduto, di una rendita di invalidità, vecchiaia o anzianità.

*Pensioni indirette* = vengono erogate ai superstiti di un lavoratore, deceduto, in possesso dei requisiti di assicurazione e contribuzione per l'ottenimento di una pensione di vecchiaia, anzianità o invalidità.

### **Definizione della popolazione esposta al rischio di pensionamento**

La determinazione delle pensioni liquidate ai superstiti in ciascun istante di previsione  $t+1$  si basa sull'ipotesi che le rendite vengano erogate nello stesso istante temporale di decesso del beneficiario di origine<sup>18</sup>.

### **Descrizione delle matrici utilizzate**

- *Matrici di input*

${}^e\pi_M^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  ${}^e\pi_{Mr,x,s}^{t+1}$  rappresenta,

nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere una rendita pensionistica di superstite  $M$  dall'ente di gestione  $e$ ;

$\sigma^{t+1}$  = matrice dei tassi di lasciare superstiti, in cui il generico elemento  $\sigma_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta,

nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero medio di potenziali beneficiari della rendita pensionistica percepita dagli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

---

<sup>18</sup> Di fatto, anche se nella pratica non vi è questa immediatezza di interscambio, nel momento in cui le rendite ai superstiti vengono liquidate, esse comprendono anche gli arretrati relativi al ritardo di erogazione.

$\lambda_{(X' \times R, S)}^{t+I}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$\varphi_{(X' \times R, S)}^0$  = matrice in cui il generico elemento  $\varphi_{r,x,s}^0$  rappresenta, nell'istante  $0$  delle previsioni, il tasso che esprime l'evento di subire un'infermità da cui ha origine uno stato d'inabilità, per gli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ ;

$P_M^{Vi}$ <sub>(X' \times R, S)</sub> = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{Mr,x-I,s}^{Vi}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate ai superstiti  $M$  in età  $x-I$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

$\xi_{(X' \times R, S)}^0$  = matrice in cui il generico elemento  $\xi_{lr,x,s}^0$  rappresenta la quota degli assegni vigenti d'inabilità sul complesso delle pensioni d'inabilità  $I$  percepite nell'anno base  $0$  delle previsioni dagli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

$P_I^{Vi+I}$ <sub>(X' \times R, S)</sub> = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{lr,x,s}^{Vi+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero delle pensioni d'inabilità  $I$  erogate agli individui deceduti in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

$P_{VA}^{Vi+I}$ <sub>(X' \times R, S)</sub> = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{VA,r,x,s}^{Vi+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero delle rendite erogate  $V$  per vecchiaia o anzianità  $VA$  agli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

$\gamma_M^{t+I}$ <sub>(X \times R, S)</sub> = matrice in cui il generico elemento  $\gamma_{Mr,x,s}^{t+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$  per un individuo in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di superstiti  $M$  dall'epoca  $t$ , ossia dall'età  $x-I$ , presso l'ente di gestione  $e$ ;

$O_{s'l}^{t+I}$ <sub>(X' \times R, S)</sub> = matrice degli occupati, in cui il generico elemento  $O_{r,x,s}^{t+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , la numerosità della popolazione occupata in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , nella posizione professionale  $l$  e nel settore di attività produttiva  $s'$ ;

${}^e\alpha(ANZ)_I^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e\alpha(ANZ)_{I,r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di

previsione  $t+I$ , la quota della popolazione attiva in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , potenzialmente assicurata presso l'ente di gestione  $e$ , con uno stato assicurativo caratterizzato da almeno un minimo di  $ANZ$  anzianità contributive per conseguire una pensione per invalidità  $I$ ;

${}^e\alpha(ANZ)_{VA}^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e\alpha(ANZ)_{VA,r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di

previsione  $t+I$ , la quota della popolazione attiva in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , potenzialmente assicurata presso l'ente di gestione  $e$ , con uno stato assicurativo caratterizzato da almeno un minimo di  $ANZ$  anzianità contributive per conseguire una pensione per vecchiaia ed anzianità  $VA$ .

- *Matrici di output*

${}^eP'_{MI}{}^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^eP'_{MI,r,x,s}{}^{Nt+1}$

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero delle nuove rendite  $N$  di reversibilità derivanti da pensioni d'inabilità  $MI$  erogate ai superstiti in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^eP'_{MVA}{}^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^eP'_{MVA,r,x,s}{}^{Nt+1}$

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero delle nuove rendite  $N$  di reversibilità derivanti da pensioni di vecchiaia o anzianità  $MVA$  erogate ai superstiti in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^eP''_{MI}{}^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento

${}^eP''_{MI,r,x,s}{}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  indirette derivanti da potenziali pensioni di invalidità  $MI$  erogate ai superstiti in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^eP_{MI}{}^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^eP_{MI,r,x,s}{}^{Nt+1}$

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero totale delle nuove rendite  $N$  ai superstiti derivanti da pensioni di invalidità  $MI$  erogate ai superstiti in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^eP''_{MVA}{}^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^eP''_{MVA,r,x,s}{}^{Nt+1}$

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero delle nuove rendite  $N$

indirette derivanti da potenziali pensioni di vecchiaia o anzianità *MVA* erogate ai superstiti in età *x*, di sesso *s*, residenti nella regione *r*, dall'ente di gestione *e*;

${}^e P_{MVA}^{Nt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^e P_{MVA,r,x,s}^{Nt+1}$

rappresenta, nell'istante di previsione *t+1*, il numero totale delle nuove rendite *N* ai superstiti derivanti da pensioni di vecchiaia o anzianità *MVA* erogate agli individui in età *x*, di sesso *s*, residenti nella regione *r*, dall'ente di gestione *e*;

${}^e P_M^{Nt+1}$  (  $X \times R, S$  ) = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^e P_{Mr,x,s}^{Nt+1}$

rappresenta, nell'istante di previsione *t+1*, le nuove rendite *N* complessivamente erogate ai superstiti *M* in età *x*, di sesso *s*, residenti nella regione *r*, dall'ente di gestione *e*;

${}^e P_M^{Vt+1}$  (  $X \times R, S$  ) = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{Mr,x,s}^{Vt+1}$

rappresenta, nell'istante di previsione *t+1*, il numero delle rendite *V* complessivamente erogate ai superstiti *M* in età *x*, di sesso *s*, residenti nella regione *r*, dall'ente di gestione *e*.

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

### *Pensioni di reversibilità liquidate*

- derivanti da pensioni di vecchiaia e anzianità:

$${}^e P_{MVA}^{Nt+1} (X' \times R, S) = \left( \sum_{x,s} ((I - \lambda^{t+1}) * \sigma^{t+1} * {}^e P_{VA}^{Vt+1}) * {}^e \pi_M^{t+1} \right)$$

(16)

- derivanti da pensioni di inabilità:

$${}^e P_{MI}^{Nt+1} (X' \times R, S) = \left( \sum_{x,s} ((I - \lambda^{t+1}) * \sigma^{t+1} * (I - \xi_I^0) * {}^e P_I^{Vt+1}) * {}^e \pi_M^{t+1} \right)$$

(17)

dove:

$$\sum_{x,s} {}^e \pi_{Mr,x,s}^{t+1} = I$$

(17')

*Pensioni indirette liquidate:*

- derivanti da potenziali pensioni di vecchiaia e anzianità

$${}^e P_{MVA}^{Nt+1} = \left( \sum_{x,s} \left( (1 - \lambda^{t+1}) * \sigma^{t+1} * {}^e \alpha(ANZ)_{VA}^{t+1} * {}^e O^{t+1} * {}^e \pi_M^{t+1} \right) \right)_{(X' \times R, S)}$$

(18)

-derivanti da potenziali pensioni di inabilità<sup>19</sup>:

$${}^e P_{MI}^{Nt+1} = \left( \sum_{x,s} \left( (1 - \lambda^{t+1}) * \sigma^{t+1} * {}^e \varphi^0 * {}^e \alpha(ANZ)_I^{t+1} * \left( {}^e O^{t+1} - {}^e P_I^{Nt+1} * {}^e \xi_I^0 \right) \right) \right) * {}^e \pi_M^{t+1}$$

(19)

nelle relazioni (18) e (19):

$${}^e O^{t+1} = \sum_{s',l} {}^{s',l} O^{t+1}$$

(19'')

in cui, come per le rendite d'inabilità, vecchiaia ed anzianità, la sommatoria coinvolge i seguenti indici:

per  $l = ld$

- $s' = a'$ ,  $i$ ,  $aa$  dando luogo ad  $e = fpld$  (fondo di previdenza dei lavoratori dipendenti);
- $s' =$  dando luogo ad  $e = inpdap$  (previdenza dei lavoratori dipendenti nella pubblica amministrazione).

per  $l = li$

- $s' = a'$  dando luogo ad  $e = gscd$  (gestione speciale coltivatori diretti, mezzadri e coloni);
- $s' = i$  dando luogo ad  $e = gsa$  (gestione speciale artigiani);
- $s' = aa$  dando luogo ad  $e = gsc$  (gestione speciale commercianti).

---

<sup>19</sup> Il tasso che approssima la probabilità di subire infermità da cui ha origine uno stato d'inabilità può essere stimato, in prima approssimazione, calcolando il numero di pensioni d'inabilità erogate nell'anno base 0 delle previsioni sulla relativa popolazione potenzialmente esposta al rischio. In breve:

$${}^e \varphi^0 = \frac{{}^e P_I^0 (1 - {}^e \xi_I^0)}{{}^e O^0}$$

(19')

per  $l = li$  ed  $ld$

$s' = a', i, aa$  dando luogo a  $e = ag$  (altre gestioni).

In breve  $e = fpld, inpdap, gscd, gsa, gsc, ag$ .

*Pensioni complessive ai superstiti:*

*Pensioni liquidate:*

$${}_e P_{M}^{Nt+1} = {}_e P_{MI}^{Nt+1} + {}_e P_{MVA}^{Nt+1}$$

$(X'xR,S) \quad (X'xR,S) \quad (X'xR,S)$

(20)

in cui:

$${}_e P_{MI}^{Nt+1} = {}_e P_{MI}'^{Nt+1} + {}_e P_{MI}''^{Nt+1}$$

$(X'xR,S) \quad (X'xR,S) \quad (X'xR,S)$

(20')

e:

$${}_e P_{MVA}^{Nt+1} = {}_e P_{MVA}'^{Nt+1} + {}_e P_{MVA}''^{Nt+1}$$

$(X'xR,S) \quad (X'xR,S) \quad (X'xR,S)$

(20'')

*Pensioni vigenti:*

$${}_e P^{Vt+1} = \lambda^{t+1} * {}_e \gamma_M^{t+1} * {}_e P_M^{Vt} + {}_e P_M^{Nt+1}$$

$(X'xR,S) \quad (X'xR,S) \quad (X'xR,S) \quad (X'xR,S) \quad (X'xR,S)$

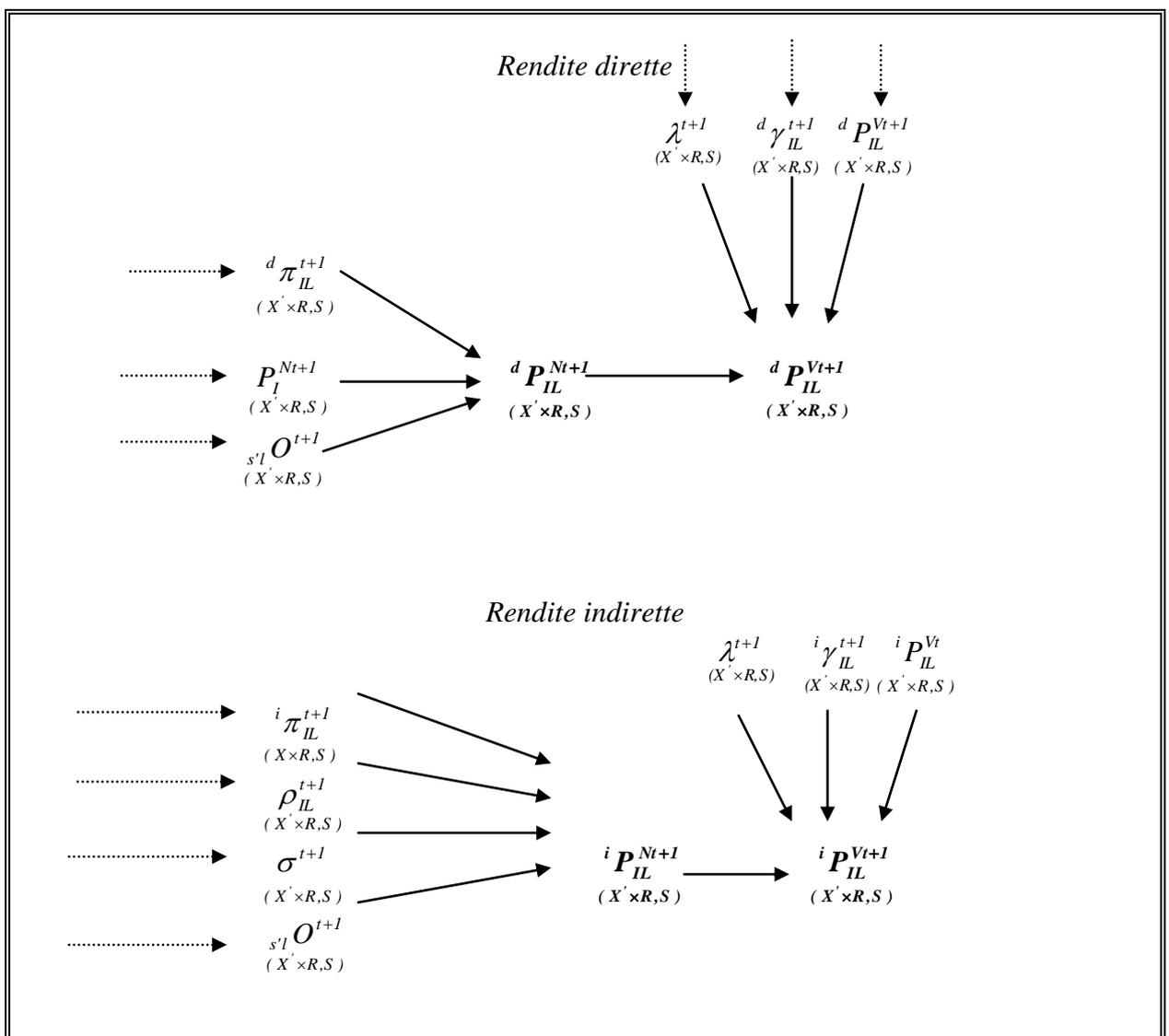
(21)

### 3.5. Rendite per infortuni sul lavoro e malattie professionali

La disciplina normativa che caratterizza l'erogazione di rendite per infortunio sul lavoro e malattia professionale dell'INAIL prevede un diverso trattamento degli individui tutelati secondo il settore di attività di appartenenza. In una prima fase di sviluppo, questa differenziazione non verrà tuttavia considerata, non essendo l'esame dei comportamenti settoriali per questa tipologia di trattamenti di immediato interesse. Le varie categorie verranno dunque aggregate in un unico raggruppamento.

Poiché, inoltre, le rendite erogate dall'IPSEMA sono scarsamente rilevanti sul totale delle trattamenti per infortunio, per semplicità vengono accorpate alle provvidenze erogate dall'INAIL (cui è inclusa anche la gestione conto Stato).

Fig. 9 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità delle rendite per infortuni sul lavoro e malattie professionali



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , il Modello calcola il numero delle rendite per infortunio sul lavoro e malattia professionale distinguendo tra prestazioni dirette ed indirette. La probabilità di subire infortunio sul lavoro o malattia professionale, insieme alla numerosità degli occupati, consentono di stimare il numero di rendite *dirette* liquidate che, con il numero di prestazioni sopravvissute dall'istante precedente di previsione, forniscono il numero di pensioni complessivamente vigenti. Le probabilità di risultare beneficiari *indiretti* di rendite per infortunio sul lavoro o malattia professionale, insieme alla numerosità delle potenziali rendite da conferire in eredità per morte del beneficiario di origine determinano il numero di rendite liquidate. Infine, la consistenza numerica delle nuove pensioni, insieme al complesso di quelle erogate nell'istante di previsione precedente e sopravvissute a quello attuale forniscono il numero complessivo delle rendite vigenti indirette.

### **Definizione della popolazione esposta al rischio di pensionamento**

I trattamenti per infortunio sul lavoro e malattia professionale sono erogati in seguito ad incidenti subiti in occasione di lavoro e malattie contratte nell'esercizio lavorativo.

*Caratteristiche:* sono reversibili, ma solo nel caso di decesso avvenuto a causa dell'infortunio o della malattia professionale. Non sono cumulabili con le pensioni d'invalidità dell'AGO INPS.

### **Descrizione delle matrici utilizzate**

- *Matrici di input*

${}^d_{\pi_{IL}}{}^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  ${}^d_{\pi_{ILr,x,s}}{}^{t+1}$  rappresenta,

nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere una rendita diretta  $d$  per infortunio o malattia professionale  $IL$ ;

${}^i_{\pi_{IL}}{}^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  ${}^i_{\pi_{ILr,x,s}}{}^{t+1}$  rappresenta,

nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere una rendita indiretta  $i$  per infortunio o malattia professionale  $IL$ ;

${}^{\rho}_{IL}{}^{t+1}$  = matrice dei tassi di decesso per infortunio o malattia professionale, in cui il generico

elemento  ${}^{\rho}_{ILr,x,s}{}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , per gli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , il tasso di decesso in seguito ad infortunio o malattia professionale;

$\sigma^{t+1}$  = matrice dei tassi di lasciare superstiti, in cui il generico elemento  $\sigma_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta,

$(X' \times R, S)$

nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero medio di potenziali beneficiari della rendita pensionistica del percettore in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , deceduti;

${}_{s'l} O^{t+1}$  = matrice degli occupati, in cui il generico elemento  ${}_{s'l} O_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di

$(X' \times R, S)$

previsione  $t+1$ , la numerosità della popolazione occupata in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$  e nel settore di attività produttiva  $s'$ ;

$P_I^{Nt+1}$  = matrice del numero di nuove pensioni, in cui il generico elemento  $P_{lr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta,

$(X' \times R, I)$

nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite liquidate  $N$  per invalidità  $I$  agli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\lambda^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$

$(X' \times R, S)$

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

${}^d \gamma_{IL}^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^d \gamma_{ILr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ ,

$(X' \times R, S)$

per un individuo in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario diretto  $d$  di rendita per infortunio sul lavoro o malattia professionale  $IL$  dall'istante  $t$ , ovvero dall'età  $x-I$ ;

${}^i \gamma_{IL}^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^i \gamma_{ILr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ ,

$(X' \times R, S)$

per un individuo in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di percettore indiretto  $i$  di rendita per infortunio sul lavoro o malattia professionale  $IL$  dall'istante  $t$ , ovvero dall'età  $x-I$ ;

${}^d P_{IL}^{Vt}$  = matrice delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^d P_{ILr,x,s}^{Vt}$  rappresenta,

$(X' \times R, S)$

nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  dirette  $d$  erogate agli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i P_{IL}^{Vt}$  = matrice delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^i P_{ILr,x,s}^{Vt}$  rappresenta,

$(X' \times R, S)$

nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  indirette  $i$  erogate ai superstiti degli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

${}^d P_{IL}^{Nt+1}$  = matrice del numero pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^d P_{ILr,x,s}^{Nt+1}$   
( $X' \times R, S$ )

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  dirette  $d$  erogate agli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^d P_{IL}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^d P_{ILr,x,s}^{Vt+1}$   
( $X' \times R, S$ )

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  dirette  $d$  erogate agli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i P_{IL}^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^i P_{ILr,x,s}^{Nt+1}$   
( $X' \times R, S$ )

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  indirette  $i$  erogate ai superstiti degli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i P_{IL}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^i P_{ILr,x,s}^{Vt+1}$   
( $X' \times R, S$ )

rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  indirette  $i$  erogate ai superstiti degli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

## Relazioni per la determinazione delle variabili di output

*Rendite liquidate dirette:*

$${}^d P_{IL}^{Nt+1} = {}^d \pi_{IL}^{t+1} * ( O^{t+1} - P_I^{Nt+1} )$$

( $X' \times R, S$ )    ( $X' \times R, S$ )    ( $X' \times R, S$ )    ( $X' \times R, S$ )

(22)

in cui:

$$O^{t+1} = \sum_{s',l} {}^{s'l} O^{t+1}$$

( $X' \times R, S$ )    ( $X' \times R, S$ )

(22')

e:

$$P_l^{Nt+1} = \sum_e P_i^{Nt+1}$$

(22'')

*Rendite liquidate indirette:*

$${}^i P_{IL}^{Nt+1} = {}^i \pi_{IL}^{t+1} * \left( \sum_{x,s} \left( \rho_{IL}^{t+1} * \sigma_{IL}^{t+1} * O_{IL}^{t+1} \right) \right)$$

(23)

*Rendite vigenti dirette:*

$${}^d P_{IL}^{Vt+1} = \lambda^{t+1} * {}^d \gamma_{IL}^{t+1} * {}^d P_{IL}^{Vt} + {}^d P_{IL}^{Nt+1}$$

(24)

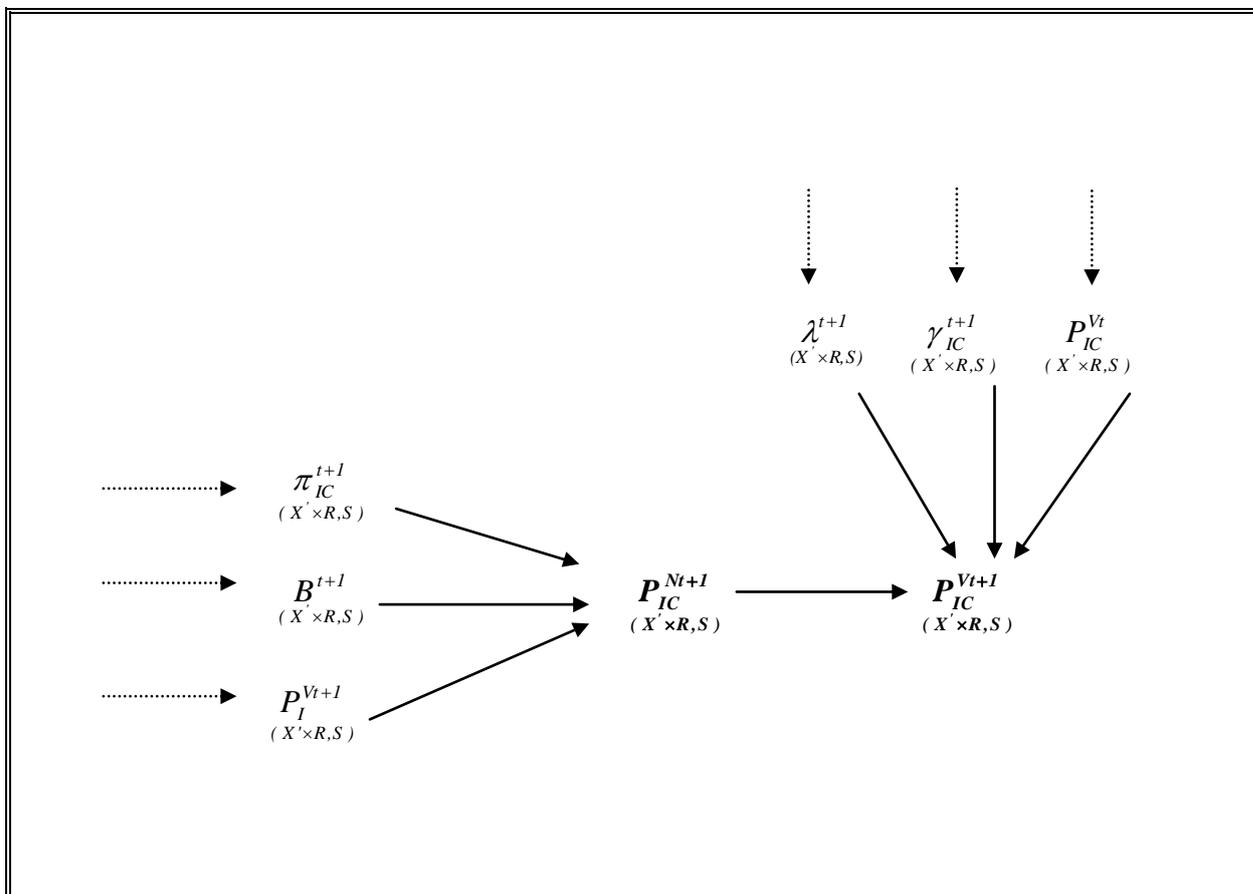
*Rendite vigenti indirette:*

$${}^i P_{IL}^{Vt+1} = \lambda^{t+1} * {}^i \gamma_{IL}^{t+1} * {}^i P_{IL}^{Vt} + {}^i P_{IL}^{Nt+1}$$

(25)

### 3.6. Pensioni di invalidità civile<sup>20</sup>

Fig.10 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità delle prestazioni pensionistiche per invalidità civile erogate dal Ministero dell'Interno



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Note i tassi di pensionamento per invalidità civile e la consistenza numerica della popolazione esposta al rischio, il modello determina per ogni istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite per invalidità civile. Tale *stock*, sommato al numero di prestazioni della stessa categoria sopravvissute dal precedente istante di previsione, fornisce il numero di pensioni complessivamente erogate per invalidità civile.

#### Definizione della popolazione esposta al rischio di pensionamento

Le rendite per invalidità civile sono volte a coprire situazioni di infermità che precludono in modo parziale o totale la capacità di svolgere le normali attività connesse all'età del richiedente. Sono generalmente subordinate al possesso di reddito inferiore a determinati limiti d'importo.

<sup>20</sup> Nel rappresentare le rendite per invalidità civile non si effettua una differenziazione tra le singole categorie di invalidità, aggregate in una unica fattispecie. Questa procedura comporta una semplificazione del problema generale, essendo le varie tipologie caratterizzate da alcune differenziazioni.

Sono incompatibili con lo svolgimento di attività lavorative<sup>21</sup>. Al raggiungimento del 65esimo anno di età si trasformano in assegni sociali. La loro liquidazione non è compatibile con la percezione di pensioni d'invalidità.

Sono non reversibili.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\pi_{IC}^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  $\pi_{ICr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere una rendita pensionistica di invalidità civile  $IC$ ;

$B^{t+1}$  = matrice della popolazione, in cui il generico elemento  $B_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la popolazione di età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ ;

$P_I^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti d'invalidità, in cui il generico elemento  $P_{Ir,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle pensioni d'invalidità  $I$  vigenti  $V$  erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\lambda^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$\gamma_{IC}^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  $\gamma_{ICr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , per un individuo in età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di invalido civile  $IC$  dal periodo  $t$ , ossia dall'età  $x-1$ ;

$P_{IC}^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{ICr,x-1,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate agli invalidi civili  $IC$  in età  $x-1$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

---

<sup>21</sup> Tale incompatibilità non riguarda, tuttavia, gli assegni di accompagnamento che vengono comunque erogati indipendentemente dal livello del reddito posseduto dal potenziale beneficiario.

- *Matrici di output*

$P_{IC}^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  $P_{ICr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  erogate agli invalidi civili  $IC$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_{IC}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{ICr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate agli invalidi civili  $IC$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Posto  $\varepsilon_A$  = età minima per l'ottenimento dell'assegno sociale.

*Pensioni liquidate:*

Per  $x < \varepsilon_A$ :

$$(26) \quad P_{IC}^{Nt+1} = \pi_{IC}^{t+1} * ( B^{t+1} - P_I^{Vt+1} )$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

in cui:  $P_I^{Vt+1} = \sum_e P_I^{Vt+1}$

$(X' \times R, S) \quad e \quad (X' \times R, S)$

Per  $x \geq \varepsilon_A$ :

$$(26') \quad P_{IC}^{Nt+1} = 0$$

$(X' \times R, S)$

*Pensioni vigenti:*

Per  $x < \varepsilon_A$ :

$$(27) \quad P_{IC}^{Vt+1} = \lambda^{t+1} * \gamma_{IC}^{t+1} * P_{IC}^{Vt} + P_{IC}^{Nt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

Per  $x \geq \varepsilon_A$ :

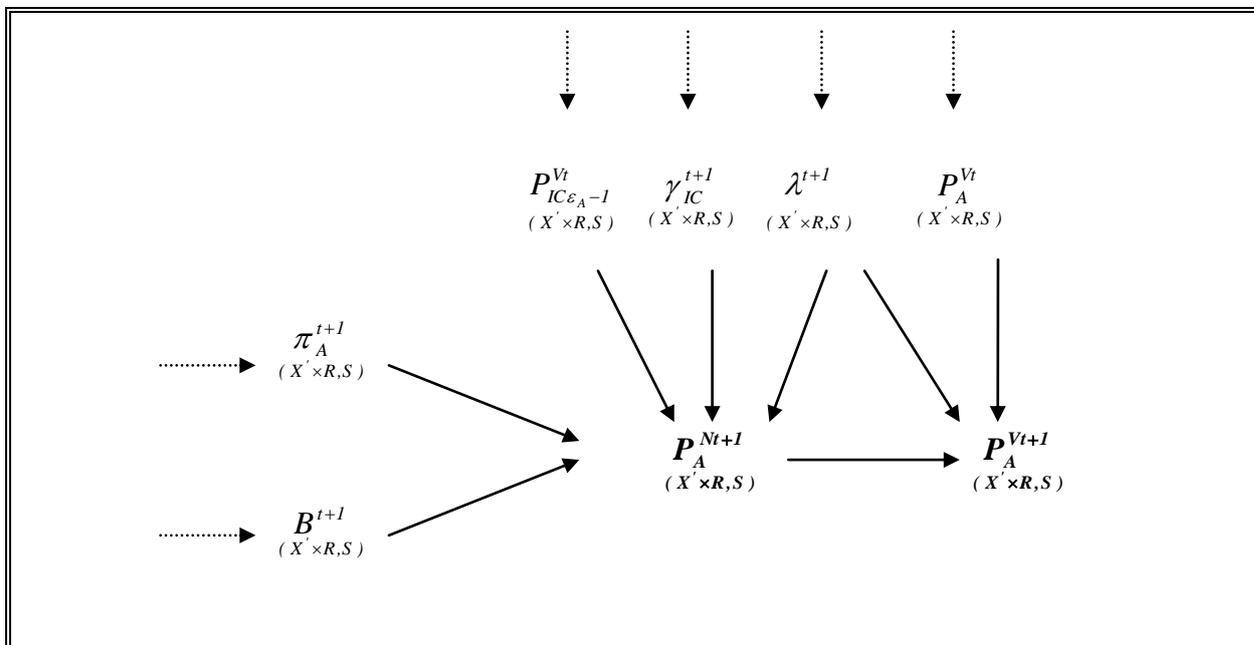
(27')

$$P_{IC}^{Vt+I} = 0$$

$(X' \times R, S)$

### 3.7. Pensioni sociali – assegni sociali

Fig. 11 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità delle rendite pensionistiche sociali



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

E' necessario fare una distinzione tra pensione sociale ed assegno sociale.

- Pensioni sociali: sono state liquidate fino al 31/12/1995;
- Assegni sociali: dal 1/1/1996 sostituiscono le pensioni sociali.

La distinzione tra le due tipologie si basa essenzialmente sui criteri per l'attribuzione della rendita e sulla determinazione degli importi medi delle prestazioni.

Entrambi sono non reversibili.

#### Definizione della popolazione esposta al rischio di pensionamento

Popolazione con oltre 65 anni di età in possesso di reddito al disotto di limiti prestabiliti.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\pi_A^{t+1}$  = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  $\pi_{Ar,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere una pensione sociale  $A$ ;

$B^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice della popolazione, in cui il generico elemento  $B^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la popolazione di età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ ;

$\lambda^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$P^V_A_{(X' \times R, S)}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P^V_{Ar,x-I,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate agli individui di età superiore ai 65 anni con basso reddito  $A$  in età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\gamma^{t+1}_{IC}_{(X \times R, S)}$  = matrice in cui il generico elemento  $\gamma^{t+1}_{ICr,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , per un individuo in età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di invalido civile  $IC$  dal periodo  $t$ , ossia dall'età  $x-I$ ;

$P^V_{IC\varepsilon_A-I}_{(X' \times R, S)}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P^V_{ICr,x\varepsilon_A-I,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero di pensioni vigenti  $V$  erogate per invalidità civile  $IC$ , agli individui in età  $\varepsilon_A-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ <sup>22</sup>.

- *Matrici di output*

$P^N_A_{(X' \times R, S)}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  $P^N_{Ar,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  erogate agli individui di oltre 65 anni con basso reddito  $A$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P^V_{A^{t+1}}_{(X' \times R, S)}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P^V_{Ar,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate agli individui di oltre 65 anni con basso reddito  $A$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Pensioni liquidate:*

$$(28) \quad P^N_A_{(X' \times R, S)} = \pi^t_A_{(X' \times R, S)} * B^{t+1}_{(X' \times R, S)} + \gamma^{t+1}_{IC}_{(X' \times R, S)} * \lambda^{t+1}_{(X' \times R, S)} * P^V_{IC\varepsilon_A-I}_{(X' \times R, S)}$$

---

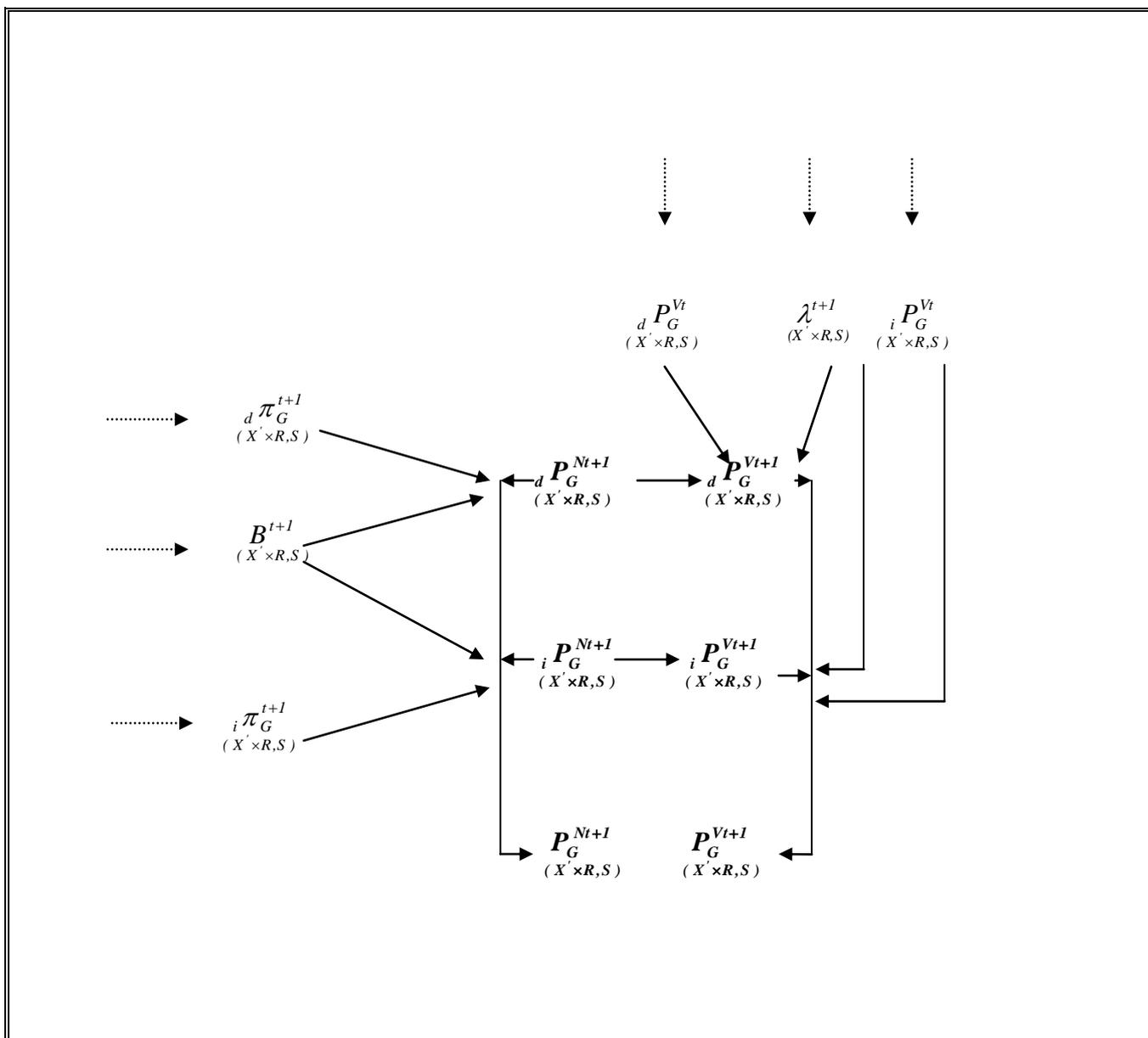
<sup>22</sup> La matrice in questione è convenzionalmente composto da elementi nulli, ad esclusione di quelli in corrispondenza dell'età  $\varepsilon_A - I$ .

*Pensioni vigenti:*

$$(29) \quad P_{(X' \times R, S)}^{V_{t+1}} = \lambda_{(X' \times R, S)}^{t+1} * P_{(X' \times R, S)}^{V_t} + P_{(X' \times R, S)}^{N_{t+1}}$$

### 3.8. Pensioni di guerra ed assegni di medaglia d'oro

Fig. 12 - Schema delle relazioni per la previsione della numerosità delle pensioni di Guerra e degli Assegni di Medaglia d'oro



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Note per ciascun istante di previsione  $t+1$  i tassi di ottenimento di rendite per guerra dirette ed indirette, il modello stima il numero di pensioni liquidate per entrambe le categorie che, insieme al numero di pensioni sopravvissute dal precedente istante di previsione, consentono di quantificare il numero di pensioni vigenti dirette e indirette.

### Definizione della popolazione esposta al rischio di pensionamento

Gli assegni di guerra sono dei riconoscimenti erogati a favore degli appartenenti alle forze armate o ai corpi ausiliari nonché ai civili che, in tempo di guerra e per eventi bellici, abbiano subito menomazioni per aver partecipato attivamente agli eventi stessi.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}_d\pi_G^{t+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  ${}_d\pi_{Gr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere un assegno diretto  $d$  di guerra  $G$ ;

${}_i\pi_G^{t+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice dei tassi di pensionamento, in cui il generico elemento  ${}_i\pi_{Gr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , una misura della propensione degli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , ad ottenere un assegno indiretto  $i$  di guerra  $G$ ;

$B^{t+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice della popolazione, in cui il generico elemento  $B_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la popolazione di età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ ;

$\lambda^{t+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice dei tassi di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

${}_dP_G^{Vt}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}_dP_{Gr,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  dirette  $d$  erogate agli individui che hanno subito menomazioni in seguito a partecipazione attiva in eventi bellici  $G$ , di età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}_iP_G^{Vt}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}_iP_{Gr,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  indirette  $i$  erogate ai superstiti degli individui che hanno subito menomazioni in seguito a partecipazione attiva in eventi bellici  $G$ , di età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

${}_dP_G^{Nt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}_dP_{Gr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  dirette  $d$  erogate agli individui che hanno subito menomazioni in seguito a partecipazione attiva in eventi bellici  $G$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}_dP_G^{Vt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}_dP_{Gr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $V$  dirette  $d$

erogate agli individui che hanno subito menomazioni in seguito a partecipazione attiva in eventi bellici  $G$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}_i P_G^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}_i P_{Gr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  indirette  $i$  erogate ai superstiti degli individui che hanno subito menomazioni in seguito a partecipazione attiva in eventi bellici  $G$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}_i P_G^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}_i P_{Gr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $V$  indirette  $i$  erogate ai superstiti degli individui che hanno subito menomazioni in seguito a partecipazione attiva in eventi bellici  $G$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_G^{Nt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  $P_{Gr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  complessive erogate agli individui che hanno subito menomazioni in seguito a partecipazione attiva in eventi bellici  $G$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_G^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{Gr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $V$  complessive erogate agli individui che hanno subito menomazioni in seguito a partecipazione attiva in eventi bellici  $G$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

- Assegni diretti

*Assegni liquidati:*

$$(30) \quad {}_d P_G^{Nt+1} = {}_d \pi_G^{t+1} * B^{t+1}$$

(X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S)

*Assegni vigenti:*

$$(31) \quad {}_d P_G^{Vt+1} = \lambda^{t+1} * {}_d P_G^{Vt} + {}_d P_G^{Nt+1}$$

(X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S) (X'xR,S)

- Assegni indiretti

*Assegni liquidati:*

$$(32) \quad {}_i P_G^{Nt+1} = {}_i \pi_G^{t+1} * B^{t+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

*Assegni vigenti:*

$$(33) \quad {}_i P_G^{Vt+1} = \lambda^{t+1} * {}_i P_G^{Vt} + {}_i P_G^{Nt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

- Assegni complessivi

*Assegni liquidati:*

$$(34) \quad P_G^{Nt+1} = {}_d P_G^{Nt+1} + {}_i P_G^{Nt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

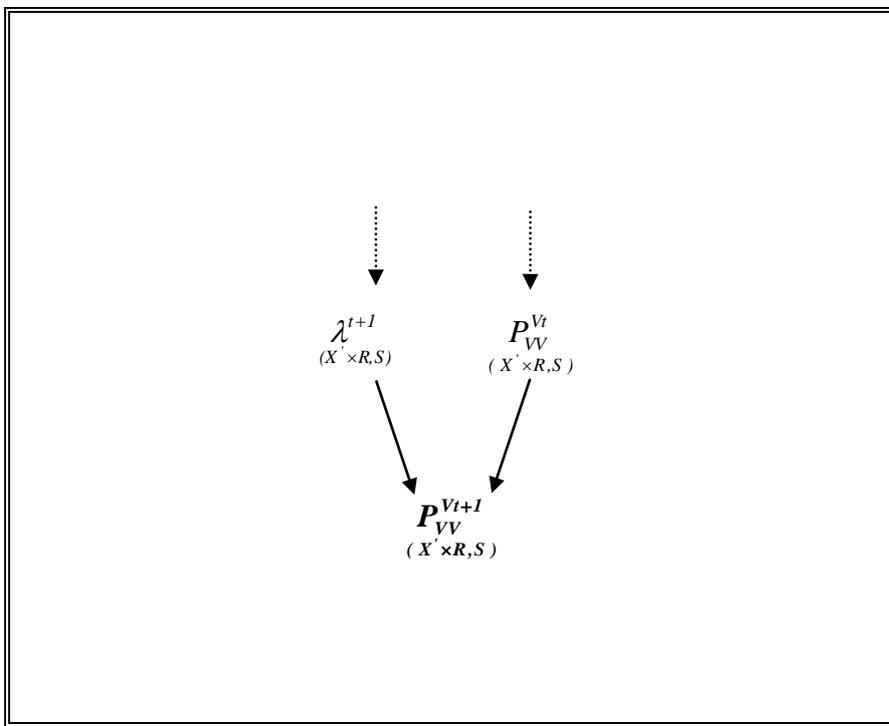
*Assegni vigenti:*

$$(35) \quad P_G^{Vt+1} = {}_d P_G^{Vt+1} + {}_i P_G^{Vt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

### 3.9. Assegni all'ordine di Vittorio Veneto e di Medaglia e Croce al Valor Militare

Fig. 13 - Schema delle relazioni per la determinazione della numerosità degli assegni all'Ordine di Vittorio Veneto e di Medaglia e Croce al Valor Militare



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

In ciascun istante di previsione  $t+1$ , il modello stima il numero di prestazioni erogate all'Ordine di Vittorio Veneto e di Medaglia e Croce al Valor Militare aggiornando le rendite della medesima categoria, vigenti in  $t$ , con le rispettive probabilità di sopravvivenza.

#### **Definizione della popolazione esposta al rischio di pensionamento**

Sono beneficiari di questa forma pensionistica quei combattenti che si sono distinti per valore in occasione di determinati eventi bellici. Si tratta di speciali riconoscimenti da parte del Paese. Non sono reversibili, dunque gli assegni annualmente erogati sono determinati esclusivamente dai deflussi causati dal decesso dei beneficiari di origine. Non vi è, di conseguenza, una popolazione potenzialmente esposta.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\lambda^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice dei tassi di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$P^{Vt}_{VV, (X' \times R, S)}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P^{Vt}_{VVr,x-I,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate agli individui che si sono distinti per Valor militare  $VV$ , di età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

$P^{Vt+1}_{VV, (X' \times R, S)}$  = matrice delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P^{Vt+1}_{VVr,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate agli individui che si sono distinti per Valor militare  $VV$ , di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

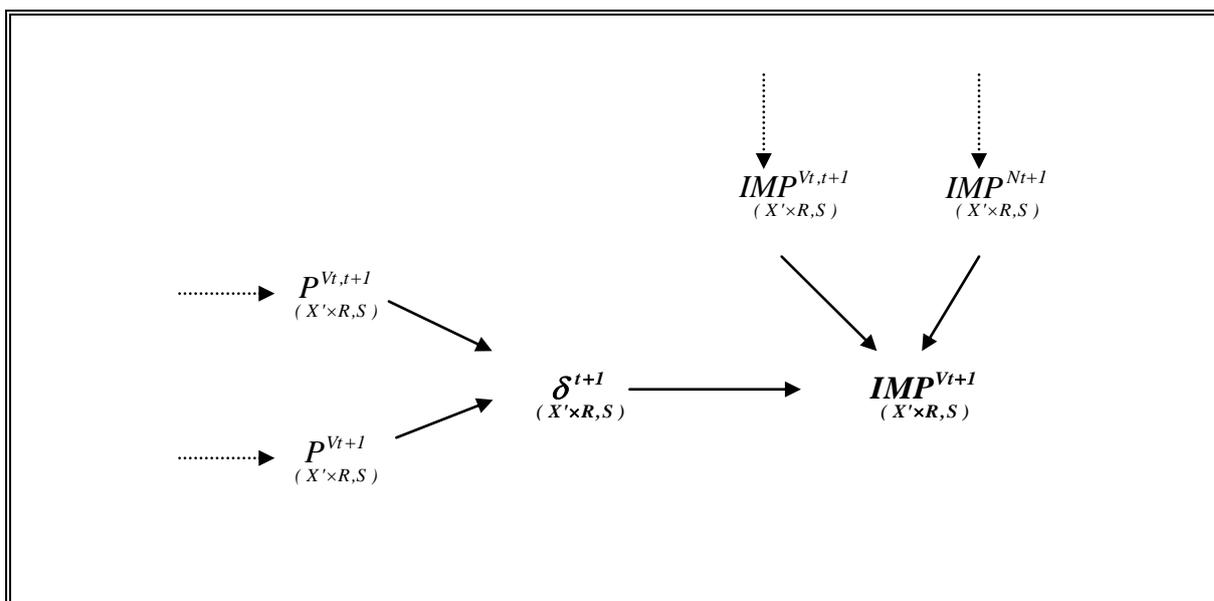
## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

$$(36) \quad P^{Vt+1}_{VV, (X' \times R, S)} = \lambda^{t+1}_{(X' \times R, S)} * P^{Vt}_{VV, (X' \times R, S)}$$

#### 4. Relazioni per la determinazione degli importi medi e della spesa per prestazioni previdenziali ed assistenziali

##### 4.1. Relazioni per una generica prestazione

Fig. 14 - Schema generale delle relazioni per la determinazione degli importi medi di una generica prestazione previdenziale ed assistenziale



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ogni tipologia assicurativa, gli importi medi delle *prestazioni vigenti* in ciascun istante di previsione  $t+1$  vengono determinati effettuando una media ponderata degli importi medi delle prestazioni liquidate in  $t+1$  e delle vigenti in  $t$  sopravvissute fino a  $t+1$ , con pesi dipendenti dalle rispettive numerosità.

##### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$IMP^{Vt,t+1}$   $(X' \times R, S)$  = matrice degli importi medi delle prestazioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{r,x,s}^{Vt,t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , l'importo medio indicizzato delle rendite vigenti  $V$  in  $t$  sopravvissute sino a  $t+1$ , erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP^{Nt+1}$   $(X' \times R, S)$  = matrice degli importi medi delle prestazioni liquidate, in cui il generico elemento  $IMP_{r,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , l'importo medio delle pensioni liquidate  $N$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_{(X' \times R, S)}^{Vt, t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  $P_{r, x, s}^{Vt, t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle prestazioni vigenti  $V$  sopravvissute dall'istante  $t$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_{(X' \times R, S)}^{Vt+1}$  = matrice del numero di prestazioni liquidate, in cui il generico elemento  $P_{r, x, s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero di prestazioni vigenti  $V$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

$\delta_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  $\delta_{r, x, s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la quota di rendite vigenti sopravvissute dall'istante  $t$ , sul complesso delle rendite vigenti in  $t+1$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_{(X' \times R, S)}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle prestazioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{r, x, s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite vigenti  $V$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importi medi delle prestazioni vigenti:*

$$(37) \quad IMP_{(X' \times R, S)}^{Vt+1} = \delta_{(X' \times R, S)}^{t+1} * IMP_{(X' \times R, S)}^{Vt, t+1} + (I - \delta_{(X' \times R, S)}^{t+1}) * IMP_{(X' \times R, S)}^{Nt+1}$$

in cui<sup>23</sup>:

<sup>23</sup>Esplicitando la relazione (37') nelle singole componenti si ha:

$$(37'') \quad \delta_{(X' \times R, S)}^{t+1} = \frac{P_{(X' \times R, S)}^{Vt, t+1}}{P_{(X' \times R, S)}^{Vt, t+1} + P_{(X' \times R, S)}^{Nt+1}}$$

da cui:

$$(37''') \quad I - \delta_{(X' \times R, S)}^{t+1} = \frac{P_{(X' \times R, S)}^{Nt+1}}{P_{(X' \times R, S)}^{Vt, t+1}}$$

che rende più immediato il legame funzionale delle variabili nella relazione (37).

Sul significato da attribuire alla (37'') è inoltre il caso di notare che, come emerso nell'analisi delle determinanti della numerosità delle varie tipologie di rendita, il diritto al godimento della prestazione viene perso non solo al sopraggiungere della morte del beneficiario, ma anche con il venir meno di quegli eventi la cui presenza è alla base dell'acquisizione del diritto. Nella relazione (37''), la variabile  $P_{r, x, s}^{Vt, t+1}$  esprime il numero di prestazioni sopravvissute a *qualsiasi* causa inabilitante. Di volta in volta tali variabili verranno adeguatamente esplicitate. Nello stesso modo la variabile  $IMP_{r, x, s}^{Vt, t+1}$  della relazione (37) esprime l'importo medio aggiornato di qualsiasi parametro di evoluzione previsto dalla normativa, da un istante all'altro delle previsioni.

(37')

$$\delta_{(X' \times R, S)}^{t+1} = \frac{P_{(X' \times R, S)}^{Vt, t+1}}{P_{(X' \times R, S)}^{Vt+1}}$$

#### 4.2. Pensioni di invalidità vecchiaia ed anzianità e superstiti

Negli ultimi anni una serie di innovazioni normative hanno interessato la disciplina di determinazione degli importi medi delle pensioni d'invalidità, vecchiaia ed anzianità e superstiti, per le quali i criteri generali di computo si equivalgono. In particolare, è stato rivisto e modificato il sistema di determinazione delle *pensioni liquidate*. Ai principali parametri di tali normative occorre necessariamente riferirsi, rappresentando elementi di base per l'impostazione dei calcoli di stima delle principali variabili necessarie in questa sezione del Modello.

Il sistema attualmente funzionante è in vigore dal 1° gennaio 1996 ed è stato previsto dalla L. 335/95, sebbene alcune modifiche siano state successivamente introdotte, da ultimo, con l'approvazione del DL 449/97 e del DL 448/98. La manovra Finanziaria del 2000 ha introdotto alcune modifiche ai meccanismi di perequazione per scaglioni. In base alla normativa in questione e alle modificazioni intervenute entro il 2000, il calcolo delle pensioni da liquidare si basa sui regimi di seguito riportati, la cui applicazione dipende principalmente dalla consistenza della posizione assicurativa maturata dai richiedenti presso gli enti previdenziali di appartenenza:

1. *MENO DI 18 ANNI DI CONTRIBUTI* al 31/12/1995



SISTEMA RETRIBUTIVO

per le anzianità maturate fino al  
31/12/95

SISTEMA CONTRIBUTIVO

per le anzianità maturate a partire dal  
1/1/1996

2. *ALMENO 18 ANNI DI CONTRIBUTI* al 31/12/95



SISTEMA RETRIBUTIVO

3. *NESSUN CONTRIBUTO* al 31/12/1995



## SISTEMA CONTRIBUTIVO

### 4.2.1. Pensioni liquidate

#### A) Sistema di calcolo vigente

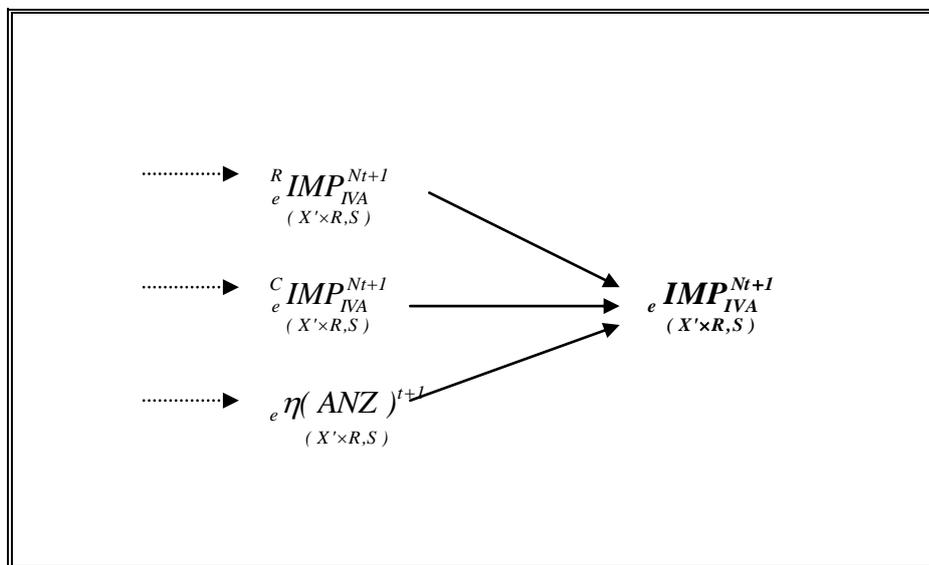
L'entità delle provvidenze medie per vecchiaia, anzianità ed invalidità risulta dall'applicazione di parametri di calcolo che si differenziano con il regime pensionistico di copertura, determinato in relazione alle anzianità maturate alla data del 31/12/1995.

I regimi di calcolo individuati dalla L. 335/95 sono, in breve, i seguenti:

- il sistema retributivo;
- il sistema contributivo.

Per la simulazione degli importi complessivi medi delle varie prestazioni erogate nello scenario vigente, è dunque necessario tener conto di tutte le fattispecie previste dalla normativa. Tale approccio richiede la realizzazione di un'operazione di aggregazione delle rendite medie risultanti dall'applicazione dei vari regimi, ponderate con pesi dipendenti dalle anzianità contributive maturate negli intervalli temporali coperti da ogni singolo sistema.

Fig. 15 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni di vecchiaia, anzianità ed invalidità liquidate



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Il valore dell'importo medio delle nuove pensioni di vecchiaia, anzianità ed invalidità erogate in ciascun istante di previsione  $t+1$  è ottenuto dalla combinazione degli importi medi delle prestazioni liquidate secondo il sistema retributivo e di quelle liquidate secondo il sistema

contributivo. La quota parte delle due tipologie dipende dalla consistenza media della posizione assicurativa maturata dai gruppi di individui di volta in volta esaminati.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^R_e IMP_{IVA}^{Nt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^R_e IMP_{IVAr, x, s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle pensioni liquidate  $N$  per vecchiaia, anzianità ed invalidità  $IVA$  in base al sistema retributivo  $R$ , agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^C_e IMP_{IVA}^{Nt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^C_e IMP_{IVAr, x, s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle pensioni liquidate  $N$  per vecchiaia, anzianità ed invalidità  $IVA$  in base al sistema contributivo  $C$ , agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e \eta(ANZ)^{t+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice in cui il generico elemento  ${}^e \eta(ANZ)_{r, x, s}^{t+1}$  rappresenta la quota del numero di nuove prestazioni liquidate nell'istante di previsione  $t+1$  con il sistema retributivo, sul complesso delle nuove pensioni erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , che hanno maturato  $ANZ$  anzianità contributive presso l'ente di gestione  $e$ <sup>24</sup>.

- *Matrici di output*

${}^e IMP_{IVA}^{Nt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{IVAr, x, s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite liquidate  $N$  per vecchiaia, anzianità ed invalidità  $IVA$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importi medi delle pensioni liquidate:*

$$(38) \quad {}^e IMP_{IVA}^{Nt+1} (X' \times R, S) = ( {}^e \eta(ANZ)^{t+1} (X' \times R, S) * {}^R_e IMP_{IVA}^{Nt+1} (X' \times R, S) + (1 - {}^e \eta(ANZ)^{t+1} (X' \times R, S)) * {}^C_e IMP_{IVA}^{Nt+1} (X' \times R, S) )$$

<sup>24</sup> La stima delle proporzioni dei percettori coperti dal sistema di calcolo retributivo e contributivo viene realizzata sulla base dei dati aggregati relativi alle prestazioni vigenti e liquidate nell'anno di base delle previsioni ed aggiornati, per gli anni successivi, in funzione delle variazioni dei parametri normativi previsti dalla legislazione in vigore.

in cui il generico elemento della matrice  ${}_e\eta(ANZ)_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  rispetta la condizione<sup>25</sup>:

$$0 \leq {}_e\eta(ANZ)_{(X' \times R, S)}^{t+1} \leq 1$$

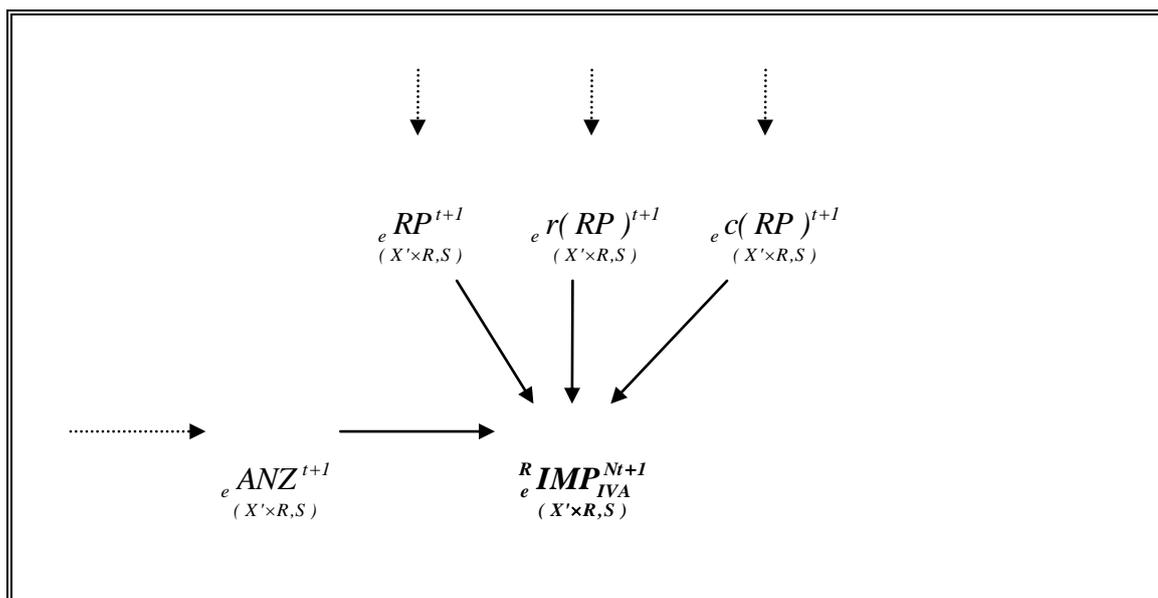
---

<sup>25</sup> La variabile  ${}_e\eta(ANZ)_{r,x,s}^{t+1}$  risulta, infatti, dal rapporto di due grandezze: la grandezza che definisce il numeratore è una quota parte di quella relativa al denominatore.

## B) Sistema retributivo

Con il sistema retributivo l'importo della pensione viene calcolato applicando un'aliquota di rendimento alla retribuzione pensionabile, ricavata sulla base dei redditi da lavoro percepiti durante la vita attiva, secondo quanto previsto dalla legislazione vigente.

Fig.16 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni di vecchiaia, anzianità ed invalidità liquidate secondo il sistema retributivo



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Alla determinazione degli importi medi delle prestazioni per vecchiaia, anzianità ed invalidità liquidate secondo il calcolo retributivo si perviene rivalutando, in ciascun istante di previsione  $t+1$ , la media delle retribuzioni pensionabili utili per la determinazione dell'entità della rendita, con un tasso di rendimento ed un coefficiente di aggiustamento legati al livello della retribuzione. ed applicando all'importo così ottenuto le anzianità contributive medie maturate. Il meccanismo di calcolo viene distinto sulla base del periodo di maturazione e il regime di calcolo (contributivo pieno o regime misto). Sulla base del periodo di maturazione si distingue tra "quota a" e "quota b", mentre in regime misto viene utilizzato un ulteriore sistema di calcolo che abbiamo definito "quota c". Tali sistemi si differenziano nella definizione della logica dei "tetti" di retribuzione media settimanale pensionabili, in particolare nella numerosità dei livelli discriminanti e nei valori assunti dai coefficienti di rendimento utilizzati nella definizione degli importi. Le grandezze utilizzate sono quelle stabilite dalla normativa in vigore, ma possono essere alterate e costituire oggetto di ipotesi alternativa.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^e RP^{t+1}$   
 $(X \times R, S)$  = matrice delle retribuzioni pensionabili, in cui il generico elemento  ${}^e RP_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il reddito medio utile per il calcolo della rendita pensionistica degli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ ;

${}^e r(RP)^{t+1}$   
 $(X \times R, S)$  = matrice delle aliquote di rendimento, in cui il generico elemento  ${}^e r(RP)_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il tasso di rendimento corrispondente alla retribuzione media pensionabile per gli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ <sup>26</sup>;

${}^e c(RP)^{t+1}$   
 $(X \times R, S)$  = matrice dei coefficienti di correzione, in cui il generico elemento  ${}^e c(RP)_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il coefficiente di correzione dei rendimenti corrisposti sulla retribuzione media pensionabile  $RP$  degli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ ;

${}^e ANZ^{t+1}$   
 $(X \times R, S)$  = matrice delle anzianità contributive, in cui il generico elemento  ${}^e ANZ_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero medio di contributi maturati al pensionamento dagli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , presso l'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

${}^R IMP_{IVA}^{Nt+1}$   
 $(X \times R, S)$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^R IMP_{IVAr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle pensioni liquidate  $N$  per vecchiaia, anzianità ed invalidità  $IVA$  in base al sistema retributivo  $R$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

---

<sup>26</sup> Una descrizione del meccanismo di applicazione delle aliquote di rendimento alle retribuzioni pensionabili è contenuto nell'Appendice 1, in allegato.

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importi medi delle pensioni liquidate<sup>27</sup>:

$$(39) \quad {}_e IMP_{IVA}^{Nt+1} = ( \underset{(X' \times R, S)}{{}_e RP^{t+1}} * \underset{(X' \times R, S)}{{}_e r(RP)^{t+1}} + \underset{(X' \times R, S)}{{}_e c(RP)^{t+1}} ) * \underset{(X' \times R, S)}{{}_e ANZ^{t+1}}$$

---

<sup>27</sup> Gli elementi della matrice  $\underset{(X' \times R, S)}{{}_e RP^{t+1}}$  sono determinati endogenamente al Modello, sulla base di variabili stimate al di fuori del Modulo previdenza e di parametri normativi. La determinazione del generico elemento della matrice risulta dall'applicazione della relazione:

$$\underset{(X' \times R, S)}{{}_e RP^{t+1}} = ( \frac{\sum_{i=0}^n ( \underset{(X' \times R, S)}{{}_e w_{r,x,s}^{t-i}} * (I + \underset{(X' \times R, S)}{{}_e p}^{t-i,t}) )}{\underset{(X' \times R, S)}{{}_e n}} )$$

(39')

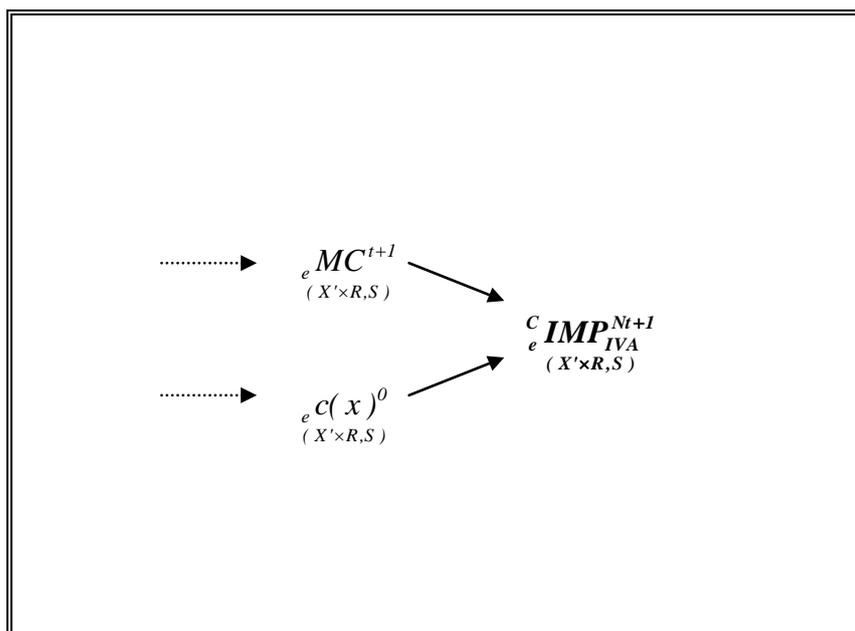
in cui:

- $\underset{(X' \times R, S)}{{}_e w_{r,x,s}^{t-i}}$  rappresenta una media delle componenti di reddito utili per il calcolo delle rendite pensionistiche, risultante dai redditi percepiti dai lavoratori collocati nella stessa posizione professionale, residenti nella medesima regione e appartenenti alla stessa generazione di nascita del richiedente;
- $\underset{(X' \times R, S)}{{}_e n}$  è il numero di anni di contributi utili per il calcolo della pensione e varia in relazione all'ente di gestione di appartenenza. I valori di  $\underset{(X' \times R, S)}{{}_e n}$  sono riportati nell'Appendice 1, in allegato;
- $\underset{(X' \times R, S)}{{}_e p}^{t-i,t}$  è il coefficiente di rivalutazione delle retribuzioni percepite e utili ai fini del calcolo della pensione. Anche  $\underset{(X' \times R, S)}{{}_e p}^{t-i,t}$  varia in relazione all'ente di gestione cui è iscritto il richiedente. Se ne riportano i valori nell'Appendice 1, in allegato.

### C) Sistema contributivo

Con il metodo contributivo l'importo della pensione viene calcolato moltiplicando il montante dei contributi versati nel corso della vita lavorativa per un coefficiente di trasformazione correlato all'età del lavoratore alla data di liquidazione del trattamento pensionistico.

Fig. 17 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni di vecchiaia, anzianità ed invalidità liquidate secondo il sistema contributivo



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , l'importo medio delle pensioni di vecchiaia, anzianità ed invalidità liquidate secondo il sistema contributivo viene ottenuto applicando alla stima del montante dei contributi versati nel corso della vita lavorativa, un coefficiente di trasformazione determinato per legge e dipendente dall'età del lavoratore alla data di liquidazione del trattamento pensionistico. Aliquote di contribuzione e coefficienti di trasformazione sono fissati ai valori stabiliti dalla normativa in vigore ma, anche in tal caso, possono essere alterati e costituire oggetto di ipotesi di modificazione normativa.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^e MC^{t+1}$  (dimensione  $(X' \times R, S)$ ) = matrice dei montanti contributivi, in cui il generico elemento  ${}^e MC_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , l'ammontare dei contributi versati nel corso della vita lavorativa dagli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ ;

${}^e c(x)^0_{(X \times R, S)}$  = matrice dei coefficienti di trasformazione, in cui il generico elemento  ${}^e c(x)^0_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante iniziale di previsione 0, una percentuale stabilita per legge da commisurare al montante contributivo per gli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ <sup>28</sup>;

- *Matrici di output*

${}^C IMP_{IVA}^{Nt+1}_{(X \times R, S)}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^C IMP_{IVAr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle nuove rendite  $N$  erogate per vecchiaia, anzianità ed invalidità  $IVA$  in base al sistema contributivo  $C$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importi medi delle pensioni liquidate<sup>29</sup>:

$$(40) \quad {}^C IMP_{IVA}^{Nt+1}_{(X \times R, S)} = {}^e MC^{t+1}_{(X \times R, S)} * {}^e c(x)^0_{(X \times R, S)}$$

---

<sup>28</sup> Il generico valore  ${}^e c(x)^0_{r,x,s}$  della matrice in questione dipende esclusivamente dall'età anagrafica dei lavoratori alla data di liquidazione del trattamento pensionistico. Nella matrice gli elementi corrispondenti alle età interessate si ripetono con gli stessi valori per i vari enti di gestione e per tutte le regioni.

<sup>29</sup> Gli elementi della matrice  ${}^e MC^{t+1}_{(X \times R, S)}$  sono determinati endogenamente nel Modulo, risultando da operazioni su alcune variabili stimate in altri Moduli. In particolare il generico elemento della matrice,  ${}^e MC^{t+1}_{r,x,s}$ , risulta dall'applicazione della seguente relazione:

$${}^e MC^{t+1}_{r,x,s} = \sum_{i=1}^n (w_{r,x,s}^i \alpha(l)_{r,x,s}^i) \prod_{j=i+1}^{n+1} (1 + g_{mc}^j) + ({}_1 w_{r,x,s}^{n+1} \alpha(l)_{r,x,s}^{n+1})$$

(40')

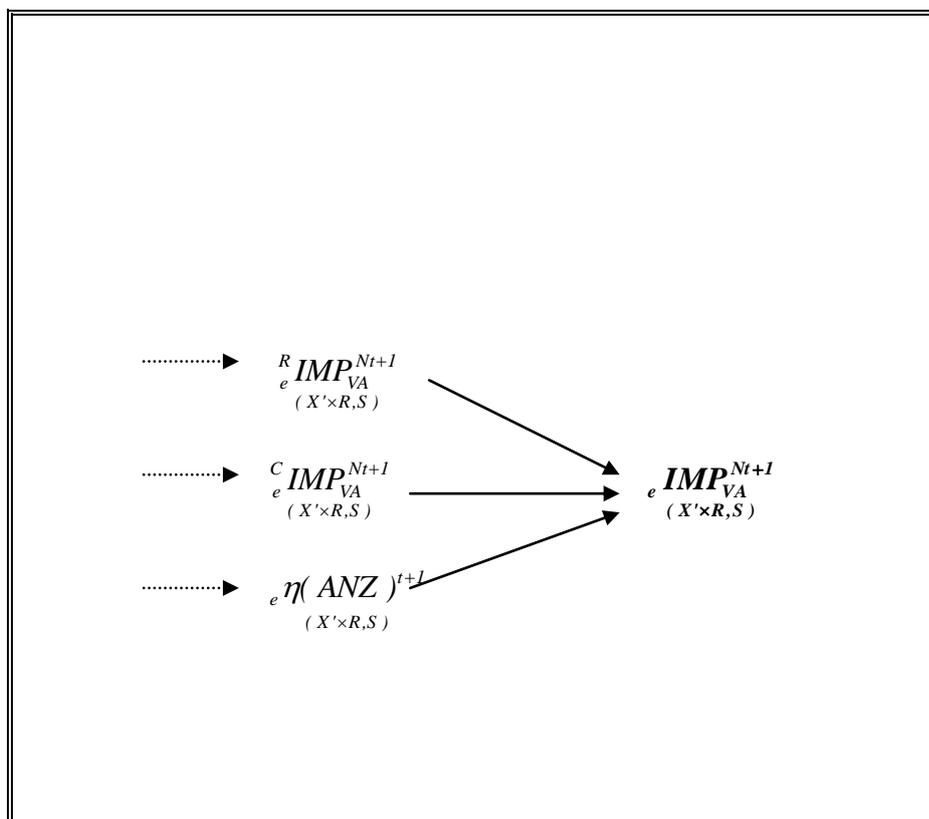
in cui:

- $n$  è il numero medio di contributi utili per la determinazione della pensione;
- $g_{mc}$  è il tasso annuo di capitalizzazione ed è definito come variazione media quinquennale del prodotto interno lordo nominale (PIL), appositamente calcolato dall'Istat, con riferimento al quinquennio precedente l'anno da rivalutare;
- $w$  sono i redditi medi soggetti a contribuzione percepiti dai lavoratori nella stessa posizione professionale, residenti nella medesima regione ed appartenenti alla stessa generazione di nascita;
- $\alpha(l)$  rappresenta un'aliquota di computo da applicare alla base imponibile relativa a ciascun anno di lavoro.

## 4.2.2. Pensioni di vecchiaia ed anzianità

### 4.2.2.1. Pensioni liquidate

Fig. 18 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni di vecchiaia ed anzianità liquidate



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Il valore dell'importo medio delle nuove pensioni di vecchiaia ed anzianità erogate in ciascun istante di previsione  $t+1$  è ottenuto dalla combinazione degli importi medi delle prestazioni liquidate secondo il sistema retributivo e di quelle liquidate secondo il sistema contributivo. La quota parte delle due tipologie dipende dalla consistenza media della posizione assicurativa maturata dal gruppo di individui di volta in volta esaminato. Il modello, sulla base dell'intervallo temporale simulato, distingue tra prestazioni erogate sotto regime retributivo, sotto regime misto e sotto regime contributivo.

I valori così ottenuti vengono tutti confrontati ed aggiornati sulla base del criterio di integrazione al minimo. Si consideri che l'importo di riferimento per l'integrazione al minimo è stabilito per legge ed è rivalutato annualmente sulla base dell'inflazione. Per mantenere invariato il significato del minimo in termini di potere d'acquisto, è possibile effettuare una rivalutazione anche alla crescita economica.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^R_e IMP_{VA}^{Nt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^R_e IMP_{VAr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle pensioni liquidate  $N$  per vecchiaia ed anzianità  $VA$  in base al sistema retributivo  $R$ , agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^C_e IMP_{VA}^{Nt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^C_e IMP_{VAr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle pensioni liquidate  $N$  per vecchiaia ed anzianità  $VA$  in base al sistema contributivo  $C$ , agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}_e \eta(ANZ)^{t+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice in cui il generico elemento  ${}_e \eta(ANZ)_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta la quota del numero di nuove prestazioni al tempo  $t+1$  liquidate con il sistema retributivo, sul complesso delle nuove pensioni erogate agli individui che hanno maturato  $ANZ$  anzianità contributive, di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ <sup>30</sup>.

- *Matrici di output*

${}_e IMP_{VA}^{Nt+1}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}_e IMP_{VAr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite liquidate  $N$  per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importi medi delle pensioni liquidate:*

$$(41) \quad {}^R_e IMP_{VA}^{Nt+1} (X' \times R, S) = ({}_e \eta(ANZ)^{t+1} (X' \times R, S) * {}^R_e IMP_{VA}^{Nt+1} (X' \times R, S) + (1 - {}_e \eta(ANZ)^{t+1} (X' \times R, S)) * {}^C_e IMP_{VA}^{Nt+1} (X' \times R, S))$$

in cui il generico elemento della matrice  ${}_e \eta(ANZ)^{t+1}$  (  $X' \times R, S$  ) rispetta la condizione<sup>31</sup>:

$$0 \leq \frac{{}_e \eta(ANZ)^{t+1} (X' \times R, S)}{1} \leq 1$$

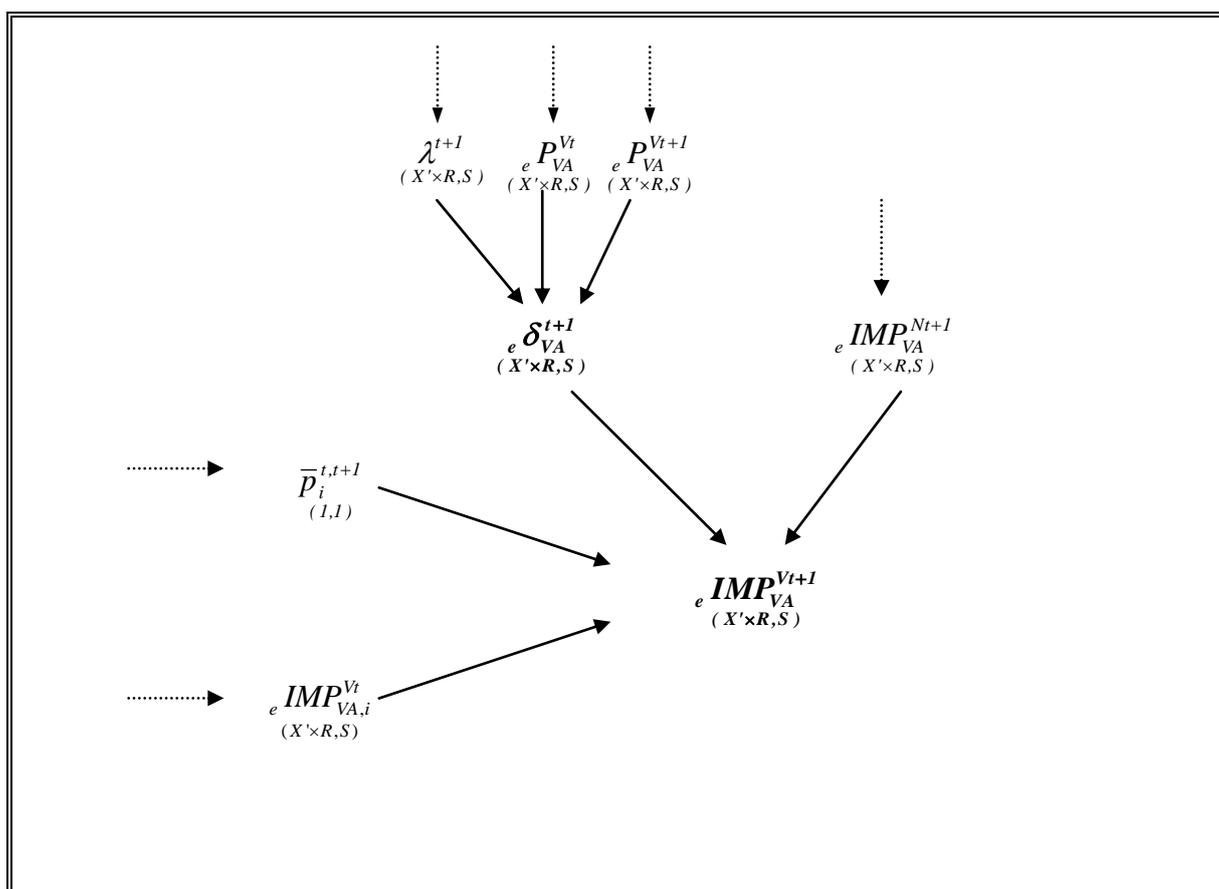
<sup>30</sup> La stima delle proporzioni dei percettori coperti dal sistema di calcolo retributivo e contributivo viene realizzata sulla base dei dati aggregati relativi alle prestazioni vigenti e liquidate nell'anno di base delle previsioni ed aggiornati, per gli anni successivi, in funzione delle variazioni dei parametri normativi previsti dalla legislazione in vigore.

<sup>31</sup> La variabile  ${}_e \eta(ANZ)_{r,x,s}^{t+1}$  risulta, infatti, dal rapporto di due grandezze: la grandezza che definisce il numeratore è una quota parte di quella relativa al denominatore.

#### 4.2.2.2. Pensioni vigenti

L'adeguamento delle pensioni di vecchiaia ed anzianità alla variazione del costo della vita si basa su un meccanismo di perequazione automatica a scaglioni.

Fig. 19 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni di vecchiaia ed anzianità vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , determinato il valore degli importi medi delle pensioni liquidate nello stesso istante temporale, l'importo medio delle prestazioni vigenti per vecchiaia ed anzianità viene ottenuto sommando algebricamente ad esso il valore perequato degli importi medi delle pensioni vigenti in  $t$ , stimato confrontando il valore dell'importo medio non indicizzato con i valori soglia degli scaglioni di perequazione ed indicizzando ogni singola quota in base al relativo coefficiente di adeguamento. La logica del meccanismo di perequazione per scaglioni è dunque completamente rappresentata ed i valori utilizzati sono quelli stabiliti dalla normativa in vigore. Anche tale meccanismo costituisce oggetto di ipotesi, potendo essere praticato l'intervento sulla dimensione e la dinamica dei parametri normativi. Analogamente a quanto descritto per il criterio di integrazione al minimo, anche in tal caso la normativa attualmente in vigore stabilisce che gli scaglioni vengano rivalutati alla crescita dei

prezzi. Ciò comporta, in una ottica di dinamica di crescita, che essi perdono il loro significato economico quando l'orizzonte di simulazione è fissato nel medio-lungo periodo. Per questo motivo è stato reso possibile rivalutare gli scaglioni anche alla crescita economica.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\mathcal{L}_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\mathcal{L}_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

${}^e P_{VA}^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{VAr,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui di età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e P_{VA}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{VAr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_{VAi}^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{VAir,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , la fascia dell'importo medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui di età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ , che rientra nello scaglione di perequazione  $i$ ;

${}^e IMP_{VA}^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{VAr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche liquidate  $N$  per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

$\bar{p}_i^{t+1}$  = scalare che rappresenta il coefficiente di adeguamento degli importi medi delle pensioni IVS vigenti all'evoluzione del costo della vita tra  $t$  e  $t+1$ , corrispondente allo scaglione di perequazione  $i$ <sup>32</sup>.

- *Matrici di output*

${}^e \mathcal{D}_{VA}^{t+1}$  = matrice il cui generico elemento  ${}^e \mathcal{D}_{VAr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il rapporto tra il numero delle pensioni vigenti di vecchiaia ed anzianità  $VA$  sopravvissute dall'istante  $t$  all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo di pensioni

---

<sup>32</sup> Le fasce degli importi medi delle rendite pensionistiche per la perequazione ed i relativi coefficienti di aggiornamento sono riportati nell'Appendice 1.

vigenti in  $t+1$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_{VA}^{Vt+1}$  (matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^e IMP_{VAr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ).

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importo medio delle pensioni vigenti:*

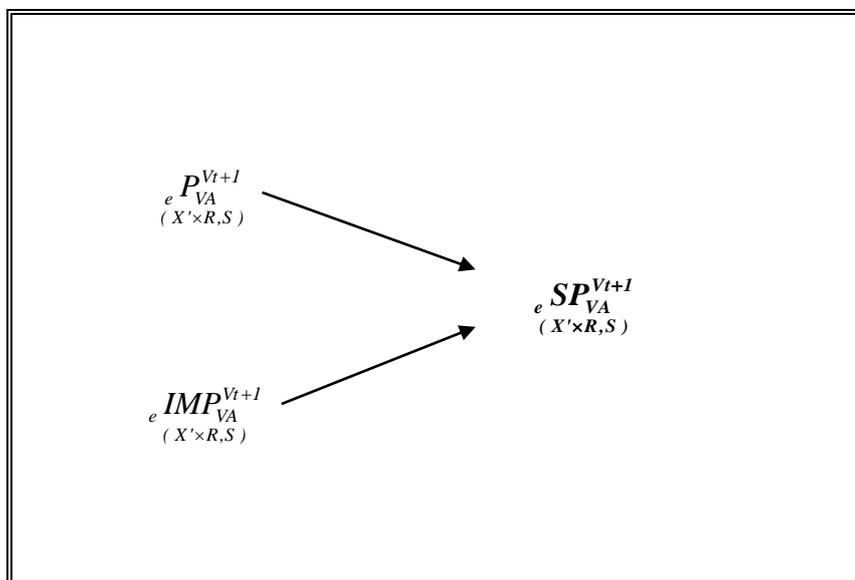
$${}^e IMP_{VA}^{Vt+1} (X' \times R, S) = {}^e \delta_{VA}^{t+1} (X' \times R, S) * \left( \sum_{i=1}^k ({}^e IMP_{VAi}^{Vt} (X' \times R, S) * (I + \bar{p}_i^{t+1} (I, I))) \right) + (I - {}^e \delta_{VA}^{t+1} (X' \times R, S)) * {}^e IMP_{VA}^{Nt+1} (X' \times R, S) \quad (42)$$

in cui:

$${}^e \delta_{VA}^{t+1} (X' \times R, S) = \frac{\lambda^{t+1} (X' \times R, S) {}^e P_{VA}^{Vt} (X' \times R, S)}{{}^e P_{VA}^{Vt+1} (X' \times R, S)} \quad (42')$$

### 4.2.2.3. Spesa complessiva

Fig. 20 - Schema delle relazioni per la determinazione della spesa complessiva per le prestazioni di vecchiaia ed anzianità vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , la spesa complessiva per le prestazioni di vecchiaia ed anzianità viene determinata moltiplicando la loro numerosità per il valore degli importi medi.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^e P_{VA}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{VAr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite erogate  $V$  per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_{VA}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{VAr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per vecchiaia ed anzianità  $VA$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

${}^e SP_{VA}^{Vt+1}$  = matrice della spesa per pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e SP_{VAr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate

per vecchiaia ed anzianità VA agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

### **Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output**

*Spesa per le pensioni vigenti:*

$$(43) \quad {}_e SP_{VA}^{Vt+1} = {}_e P_{VA}^{Vt+1} * {}_e IMP_{VA}^{Vt+1}$$

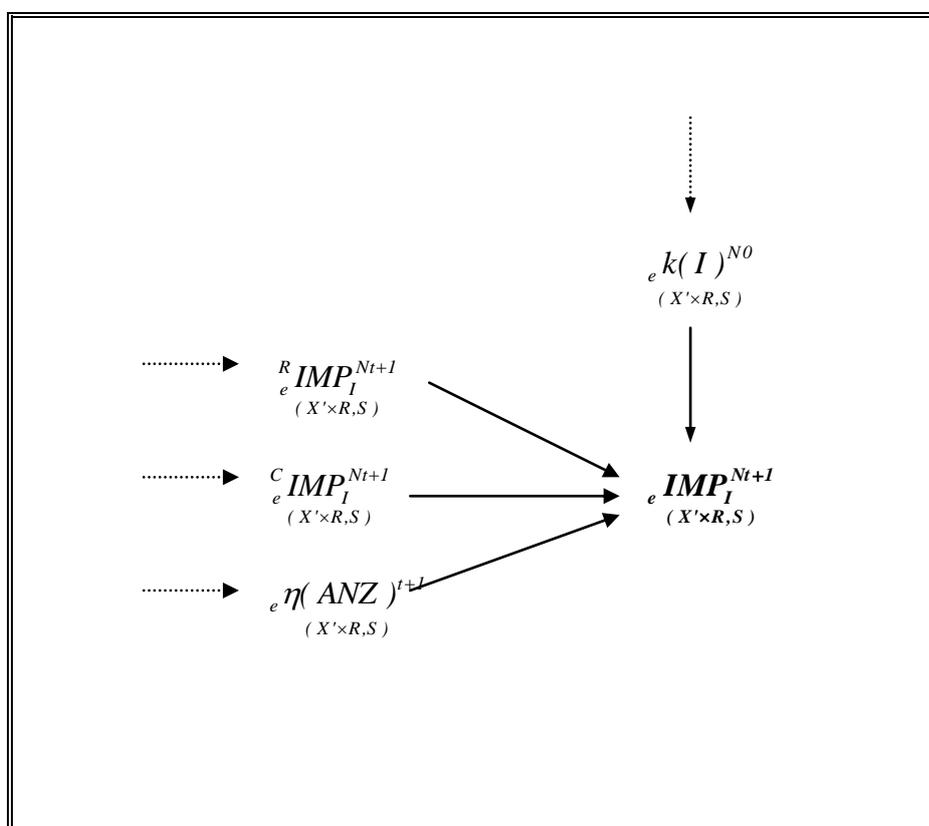
( X'×R,S )      ( X'×R,S )      ( X'×R,S )

### 4.2.3. Pensioni di invalidità

Nella determinazione degli importi medi delle pensioni d'invalidità è necessario considerare i vincoli nell'entità delle provvidenze, rappresentati dai limiti di cumulabilità con altre forme di reddito eventualmente percepite dai beneficiari. Al sistema di calcolo seguito per la determinazione dell'importo di base delle rendite per vecchiaia ed anzianità è dunque necessario apportare degli aggiustamenti<sup>33</sup>.

#### 4.2.3.1. Pensioni liquidate

Fig. 21 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni liquidate per invalidità



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

<sup>33</sup> Nel Modello tali restrizioni vengono inserite ipotizzando che nella stima degli importi delle rendite liquidate e vigenti venga commesso un errore sistematico di sovrastima, causato dalla non esplicita considerazione di meccanismi di ridimensionamento dovuti ai vincoli di reddito contemplati dalla legislazione. Tale errore, per definizione, può essere quantificato per l'istante iniziale delle previsioni ricorrendo al confronto dei dati effettivi sugli importi medi delle pensioni liquidate e vigenti, con i valori delle medesime provvidenze ottenuti dalle stime. Si ipotizza, poi, che tale rapporto rimanga costante nei successivi periodi di previsione. Seguendo questa procedura, tuttavia, si preclude la possibilità di contemplare automaticamente eventuali modifiche legislative riguardanti i parametri previsti per l'anno iniziale delle simulazioni. La tradizione legislativa sulla cumulabilità delle pensioni d'invalidità con altri redditi mostra, in realtà, come le eventuali modifiche siano state inserite in termini congiunturali e non prospettici, come invece avviene per i vincoli sull'età pensionabile o per i requisiti di accesso ad alcune prestazioni. L'ipotesi posta, da questo punto di vista, può essere considerata accettabile.

Il valore dell'importo medio delle nuove pensioni di invalidità erogate in ciascun istante di previsione  $t+1$  è ottenuto dalla combinazione degli importi medi delle prestazioni liquidate secondo il sistema retributivo e di quelle liquidate secondo il sistema contributivo, corretto per tener conto dei limiti di non cumulabilità e del criterio di integrazione al minimo. Per quest'ultimo valgono le osservazioni sulla fatte in precedenza in ordine alla possibilità di una rivalutazione estesa alla crescita economica. La quota parte delle due tipologie dipende dalla consistenza media della posizione assicurativa maturata dal gruppo di individui di volta in volta esaminato.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^R_e IMP_I^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^R_e IMP_{Ir,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle pensioni liquidate  $N$  per invalidità  $I$  in base al sistema retributivo  $R$ , agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^C_e IMP_I^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^C_e IMP_{Ir,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle pensioni liquidate  $N$  per invalidità  $I$  in base al sistema contributivo  $C$ , agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e \eta(ANZ)^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e \eta(ANZ)_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta la quota del numero di nuove prestazioni al tempo  $t+1$  liquidate con il sistema retributivo sul complesso delle nuove pensioni erogate agli individui che hanno maturato  $ANZ$  anzianità contributive, di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ <sup>34</sup>;

${}^e k(I)^{NO}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e k(I)_{r,x,s}^{NO}$  rappresenta, nell'istante  $0$  delle previsioni, un coefficiente di correzione degli importi medi delle prestazioni liquidate  $N$  per invalidità  $I$ , per tener conto dei vincoli sulla cumulabilità con altre forme di reddito per gli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

${}^e IMP_I^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{VAr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite

---

<sup>34</sup> La stima delle proporzioni dei percettori coperti dal sistema di calcolo retributivo e contributivo viene realizzata sulla base dei dati aggregati relativi alle prestazioni vigenti e liquidate nell'anno di base delle previsioni ed aggiornati, per gli anni successivi, in funzione delle variazioni dei parametri normativi previsti dalla legislazione in vigore.

liquidate  $N$  per invalidità  $I$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importi medi delle pensioni liquidate<sup>35</sup>:

$${}^e IMP_I^{Nt+1} = ({}^e \eta(ANZ)^{t+1} * {}^R IMP_I^{Nt+1} + (1 - {}^e \eta(ANZ)^{t+1}) * {}^C IMP_I^{Nt+1}) * {}^e k(I)^{N0} \quad (44)$$

$(X' \times R, S)$        $(X' \times R, S)$

in cui il generico elemento della matrice  ${}^e \eta(ANZ)^{t+1}$  rispetta la condizione<sup>36</sup>

$(X' \times R, S)$

$$0 \leq {}^e \eta(ANZ)^{t+1} \leq 1$$

$(X' \times R, S)$

---

<sup>35</sup> Il generico elemento  ${}^e k(I)_{r,x,s}^{N0}$  della matrice di correzione degli importi, risulta dall'applicazione della relazione:

$${}^e k(I)_{r,x,s}^{N0} = \frac{IMP_{Ir,x,s}^{N*0}}{IMP_{Ir,x,s}^{N0}}$$

(44')

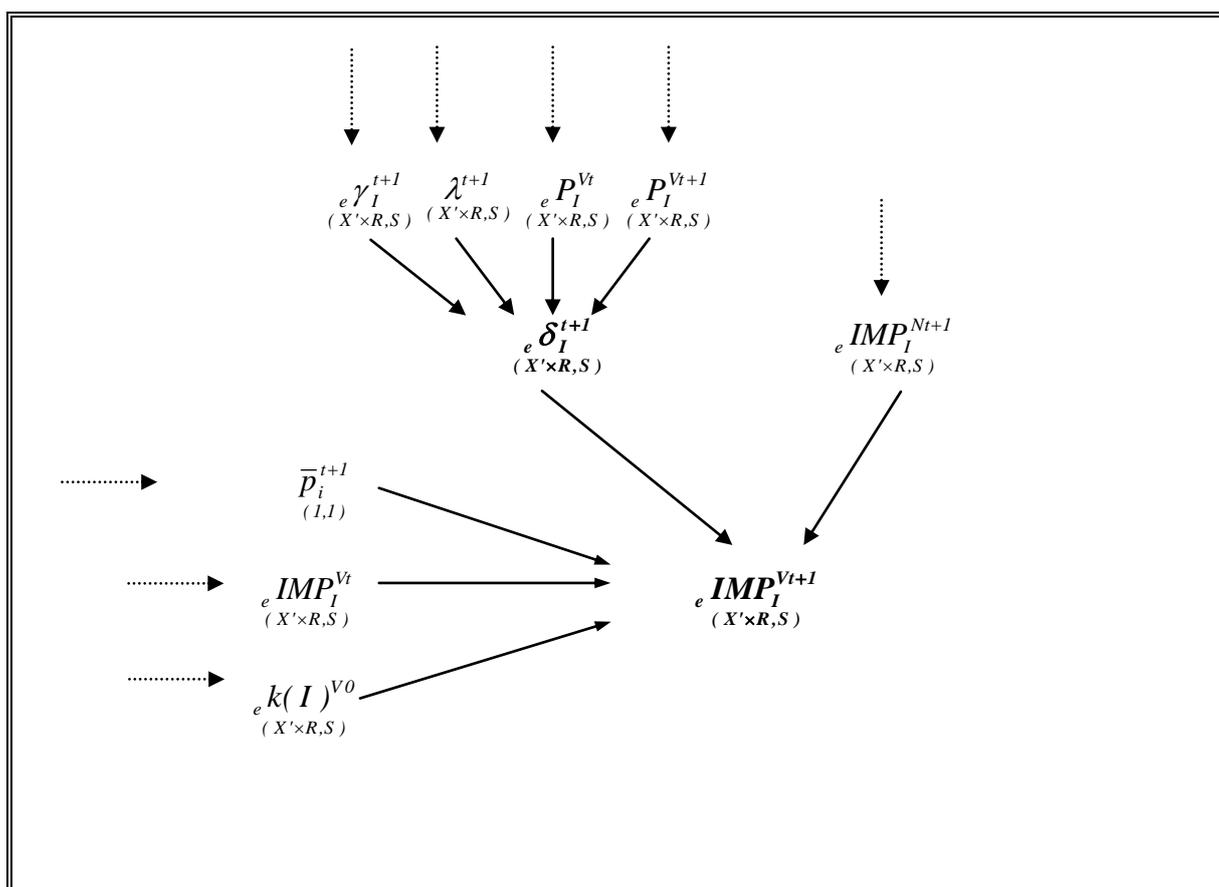
in cui la variabile  $IMP_{Ir,x,s}^{N0}$  rappresenta l'importo medio delle rendite per invalidità liquidate nell'istante 0 di base delle previsioni, ottenuto dalle stime, mentre la variabile  $IMP_{Ir,x,s}^{N*0}$  l'equivalente importo tratto dai dati.

<sup>36</sup> La variabile  ${}^e \eta(ANZ)_{r,x,s}^{t+1}$  risulta, infatti, dal rapporto di due grandezze: la grandezza che definisce il numeratore è una quota parte di quella relativa al denominatore.

### 4.2.3.2. Pensioni vigenti

Il meccanismo di adeguamento delle rendite per invalidità alla variazione del costo della vita equivale al sistema vigente per le pensioni di vecchiaia ed anzianità.

Fig. 22 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni d'invalidità vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , determinato il valore degli importi medi delle pensioni liquidate nello stesso istante temporale, il valore delle prestazioni vigenti per invalidità viene ottenuto sommando algebricamente ad esso il valore perequato degli importi medi delle pensioni vigenti da  $t$ , stimato confrontando il valore dell'importo medio non indicizzato con i valori soglia degli scaglioni di perequazione ed indicizzando ogni singola quota in base al relativo coefficiente di adeguamento. L'importo così ottenuto viene corretto per tener conto del vincolo della incumulabilità. Valgono le osservazioni fatte in precedenza sulla rivalutazione degli scaglioni alla crescita economica.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\lambda^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda^{t+1}_{r,x,s}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

${}^e P_I^{Vt}_{(X' \times R, S)}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{lr,x,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle pensioni d'invalidità  $I$  vigenti  $V$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e P_I^{Vt+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{lr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle pensioni d'invalidità  $I$  vigenti  $V$  erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_{li}^{Vt}_{(X' \times R, S)}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{lr,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , la fascia dell'importo medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per invalidità  $I$  agli individui di età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ , che rientra nello scaglione di perequazione  $i$ ;

${}^e IMP_I^{Nt+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{lr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche liquidate  $N$  per invalidità  $I$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

$\bar{p}_i^{t+1}_{(I \times I)}$  = scalare che rappresenta il coefficiente di adeguamento degli importi medi delle pensioni IVS vigenti all'evoluzione del costo della vita tra  $t$  e  $t+1$ , corrispondente allo scaglione di perequazione  $i$ <sup>37</sup>;

${}^e k(I)^{V0}_{(X' \times R, S)}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e k(I)_{r,x,s}^{V0}$  rappresenta, nell'istante  $0$  delle previsioni, un coefficiente di correzione degli importi medi delle prestazioni vigenti  $V$  per invalidità  $I$ , per tener conto dei vincoli sulla cumulabilità con altre forme di reddito per gli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

${}^e \delta_I^{t+1}_{(X' \times R, S)}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e \delta_{lr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il rapporto tra il numero delle pensioni vigenti di invalidità  $I$  sopravvissute

---

<sup>37</sup> Le fasce degli importi medi delle rendite pensionistiche per la perequazione ed i relativi coefficienti di aggiornamento sono riportati nell'Appendice 1.

dall'istante  $t$  all'istante  $t+I$  ed il numero complessivo di pensioni vigenti in  $t+I$ , per gli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , erogate dall'ente di gestione  $e$ ;

${}_e IMP_I^{Vt+1}$  (matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}_e IMP_{I,r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per invalidità  $I$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ).

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importo medio delle pensioni vigenti<sup>38</sup>:

$$(45) \quad {}_e IMP_I^{Vt+1} (X' \times R, S) = ({}_e \delta_I^{t+1} (X' \times R, S) * (\sum_{i=1}^k ({}_e IMP_{Ii}^{Vt} (X' \times R, S) * (1 + \bar{p}_i^{t,t+1} (I, I)))) + (1 - {}_e \delta_I^{t+1} (X' \times R, S)) * {}_e IMP_I^{Nt+1} (X' \times R, S)) * {}_e k(I)^{V0} (X' \times R, S)$$

in cui:

$$(45') \quad {}_e \delta_I^{t+1} (X' \times R, S) = \frac{\lambda^{t+1} (X' \times R, S) * {}_e \gamma_I^{t+1} (X' \times R, S) * {}_e P_I^{Vt} (X' \times R, S)}{{}_e P_I^{Vt+1} (X' \times R, S)}$$

<sup>38</sup> Il generico elemento  ${}_e k(I)_{r,x,s}^{V0}$  della matrice di correzione degli importi, risulta dall'applicazione della relazione:

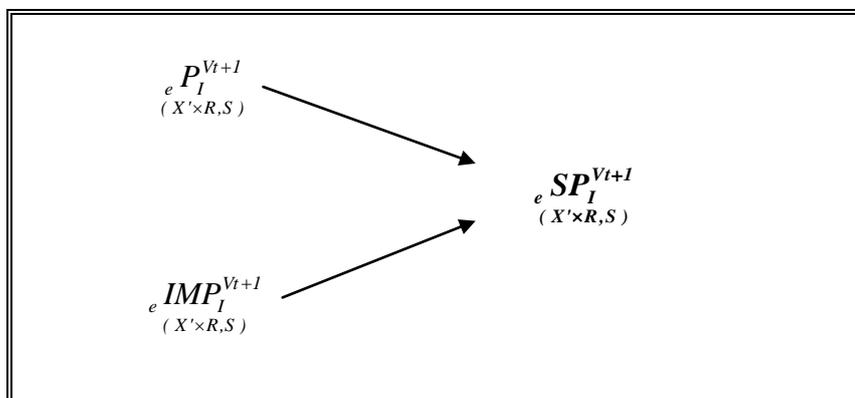
$${}_e k(I)_{r,x,s}^{V0} = \frac{IMP_{I,r,x,s}^{V*0}}{IMP_{I,r,x,s}^{V0}}$$

(45'')

in cui la variabile  $IMP_{I,r,x,s}^{V0}$  rappresenta l'importo medio delle rendite per invalidità liquidate nell'istante 0 di base delle previsioni, ottenuto dalle stime, mentre la variabile  $IMP_{I,r,x,s}^{V*0}$  l'equivalente importo tratto dai dati.

### 4.2.3.3. Spesa complessiva

Fig. 23 - Schema delle relazioni per la determinazione della spesa complessiva per le prestazioni di invalidità vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , la spesa complessiva per le prestazioni di invalidità viene determinata moltiplicando la loro numerosità per il valore degli importi medi.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^e P_I^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{I,r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite erogate  $V$  per invalidità  $I$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_I^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{I,r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per invalidità  $I$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

${}^e SP_I^{Vt+1}$  = matrice della spesa per pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e SP_{I,r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per invalidità  $I$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

#### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Spesa per le pensioni vigenti:

$$(46) \quad {}_eSP_I^{Vt+1} = {}_eP_I^{Vt+1} * {}_eIMP_I^{Vt+1}$$

$(X \times R, S) \quad (X \times R, S) \quad (X \times R, S)$

#### 4.2.4. Pensioni ai superstiti

Come nella determinazione degli importi delle provvidenze per invalidità, anche l'entità delle rendite medie ai superstiti è vincolata a limiti di cumulabilità con altre forme di redditi eventualmente percepite dai beneficiari<sup>39</sup>.

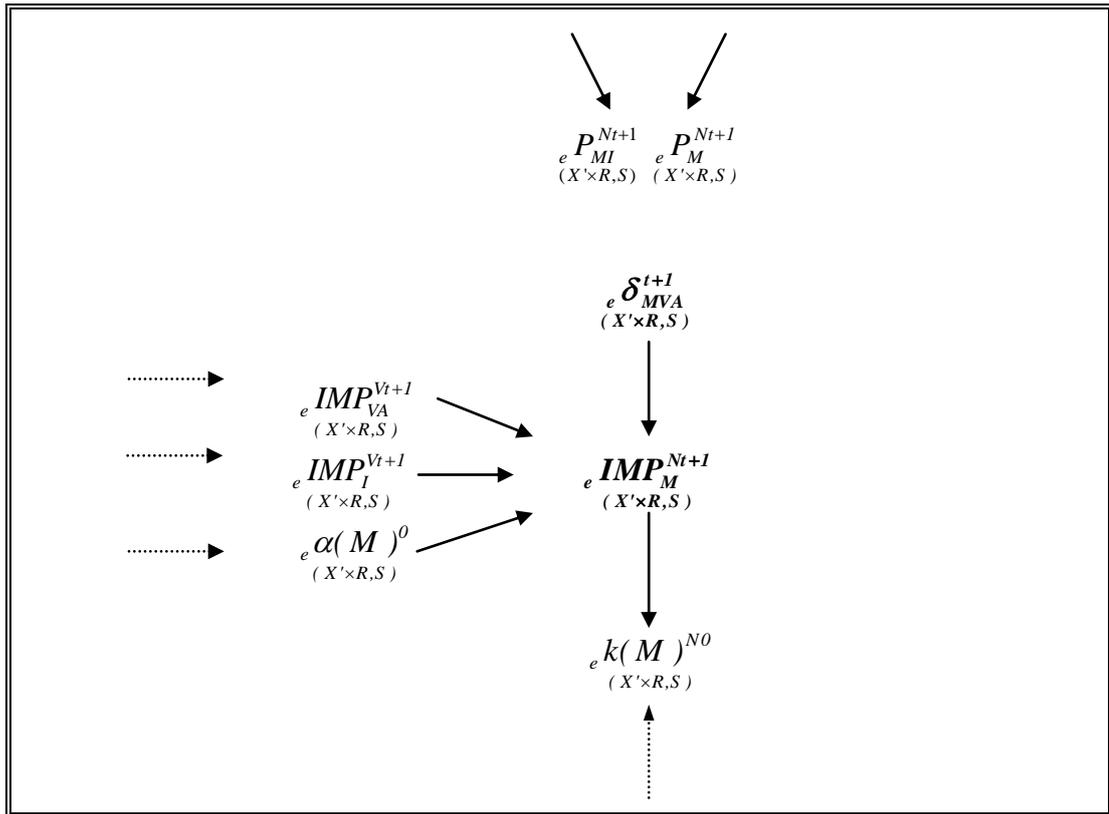
##### 4.2.4.1. Pensioni liquidate

Il valore dell'importo medio di una pensione di reversibilità equivale ad una quota dell'importo della prestazione che sarebbe spettata al beneficiario deceduto. La misura di questa quota è strettamente dipendente dal rapporto di parentela tra il beneficiario di origine ed il beneficiario attuale, nonché da altre determinanti di carattere socio-economico.

*Fig. 24 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni ai superstiti liquidate*

---

<sup>39</sup> Anche nel calcolo delle rendite ai superstiti, l'esistenza di tali restrizioni può essere simulata ipotizzando sovrastima sistematica dell'entità delle provvidenze dovuta alla non esplicita considerazione, nel calcolo degli importi medi, di meccanismi di ridimensionamento dovuti ai vincoli di reddito contemplati dalla legislazione. Seguendo la procedura già adottata per la determinazione degli importi delle pensioni d'invalidità, tale errore può essere quantificato confrontando i dati effettivi sugli importi medi delle pensioni liquidate e vigenti nell'anno iniziale delle previsioni, con i valori delle medesime provvidenze ottenuti dalle stime ed ipotizzando, infine, che tale rapporto si mantenga costante nei successivi periodi di previsione, a meno di cambiamenti legislativi che intercorressero nel tempo.



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Gli importi medi delle pensioni ai superstiti vengono determinati, per ciascun istante di previsione  $t+1$ , applicando al valore delle rendite altrimenti erogate ai beneficiari di origine, l'aliquota di ripartizione dell'importo tra i potenziali eredi ed aggiustando i valori così ottenuti per tener conto dei vincoli di incumulabilità. L'importo viene quindi condizionato al criterio di integrazione al minimo, per il quale vale l'opzione di rivalutazione alla crescita economica oltre che dei prezzi.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$e P_{MVA}^{Nt+1}$   $(X' \times R, S)$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  $e P_{MVAr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle nuove rendite  $N$  ai superstiti, derivanti da potenziali pensioni di vecchiaia o anzianità  $MVA$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

$e P_M^{Nt+1}$   $(X' \times R, S)$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  $e P_{Mr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , le nuove rendite  $N$  complessivamente erogate ai superstiti  $M$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_{VA}^{Nt+I}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{VAr,x,s}^{Nt+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il valore medio delle nuove rendite pensionistiche  $N$  per vecchiaia ed anzianità  $VA$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ <sup>40</sup>;

${}^e IMP_I^{Nt+I}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{Ir,x,s}^{Nt+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il valore medio delle nuove rendite pensionistiche  $N$  per invalidità  $I$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ <sup>41</sup>;

${}^e \alpha(M)^{t+I}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice in cui il generico elemento  ${}^e \alpha(M)_{r,x,s}^{t+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , l'aliquota media di commisurazione della rendita di reversibilità  $M$  per i superstiti di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , rispetto alla rendita altrimenti spettante al beneficiario di origine, deceduto, assicurato presso l'ente di gestione  $e$ ;

${}^e k(M)^{N0}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice in cui il generico elemento  ${}^e k(M)_{r,x,s}^{N0}$  rappresenta, nell'istante  $0$  delle previsioni, un coefficiente di correzione degli importi medi delle prestazioni liquidate  $N$  ai superstiti  $M$ , per tener conto dei vincoli sulla cumulabilità con altre forme di reddito degli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

${}^e \delta_{MVA}^{t+I}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice in cui il generico elemento  ${}^e \delta_{MVAr,x,s}^{t+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il rapporto tra il numero delle pensioni liquidate ai superstiti  $M$  derivanti da pensioni di vecchiaia ed anzianità  $VA$  sul totale delle nuove pensioni ai superstiti, per gli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , erogate dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_M^{Nt+I}$  (  $X' \times R, S$  ) = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{Mr,x,s}^{Nt+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il valore medio delle nuove rendite pensionistiche  $N$  ai superstiti  $M$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , erogate dall'ente di gestione  $e$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

---

<sup>40</sup> In prima approssimazione si ipotizza che il valore medio delle pensioni indirette derivanti da potenziali pensioni di vecchiaia ed anzianità sia equivalente, per classe di età e regione, al valore medio delle rendite di reversibilità della stessa categoria (ciò equivale ad ipotizzare che vi sia una certa omogeneità nelle anzianità di carriera e nei redditi medi da lavoro percepiti dagli individui appartenenti alla stessa classe di età, regione e nella stessa posizione professionale).

<sup>41</sup> Anche per le pensioni indirette derivanti da potenziali pensioni di invalidità viene posta l'ipotesi adottata per le rendite derivanti da prestazioni di vecchiaia ed anzianità, descritta nella nota precedente.

Importi medi delle pensioni liquidate<sup>42</sup>:

$$(47) \quad {}_e IMP_M^{Nt+1} = \left( {}_e \delta_{MVA}^{t+1} * {}_e \alpha(M)^{t+1} * {}_e IMP_{VA}^{Vt+1} + (1 - {}_e \delta_{MVA}^{t+1}) * {}_e \alpha(M)^{t+1} * {}_e IMP_I^{Vt+1} \right) * {}_e k(M)^{N0}$$

in cui:

$$(47') \quad {}_e \delta_{MVA}^{t+1} = \frac{{}_e P_{MVA}^{Nt+1}}{{}_e P_M^{Nt+1}}$$

---

<sup>42</sup> Il generico elemento  ${}_e k(M)_{r,x,s}^{N0}$  della matrice di correzione degli importi, risulta dall'applicazione della relazione:

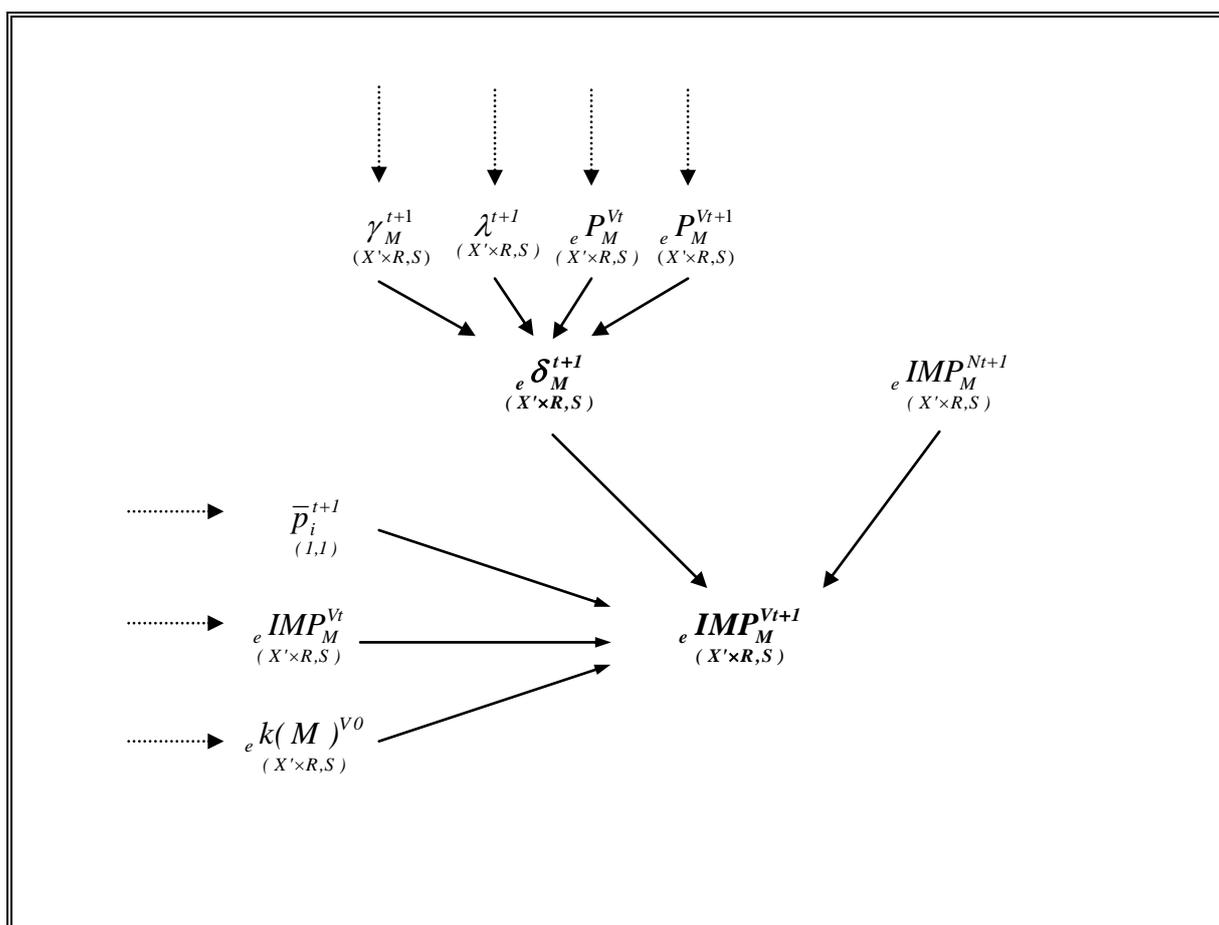
$$(47'') \quad {}_e k(M)_{r,x,s}^{N0} = \frac{IMP_{Mr,x,s}^{N*0}}{IMP_{Mr,x,s}^{N0}}$$

in cui la variabile  $IMP_{Mr,x,s}^{N0}$  rappresenta l'importo medio delle rendite ai superstiti liquidate nell'istante 0 di base delle previsioni, ottenuto dalle stime, mentre la variabile  $IMP_{Mr,x,s}^{N*0}$  l'equivalente importo tratto dai dati.

#### 4.2.4.2. Pensioni vigenti

Il meccanismo di adeguamento delle rendite di reversibilità alla variazione del costo della vita equivale al sistema vigente per le pensioni di vecchiaia ed anzianità.

Fig. 25 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni di reversibilità vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , determinato il valore degli importi medi delle pensioni liquidate nello stesso istante temporale, il valore delle prestazioni vigenti di reversibilità viene calcolato sommando algebricamente ad esso il valore perequato degli importi medi delle pensioni vigenti da  $t$ . Quest'ultimo viene stimato confrontando il valore dell'importo medio non indicizzato con i valori soglia degli scaglioni di perequazione ed indicizzando ogni singola quota in base al relativo coefficiente di adeguamento. Di nuovo, è disponibile l'opzione di rivalutazione degli scaglioni anche alla crescita economica. Gli importi medi così determinati vengono infine corretti per tener conto dei limiti di incumulabilità.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\mathcal{L}_{(X' \times R, S)}^{t+I}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\mathcal{L}_{r,x,s}^{t+I}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$\gamma_M^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  $\gamma_{Mr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , per un individuo in età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di superstite dall'epoca  $t$  ossia dall'età  $x-I$ ;

${}^e P_M^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{Mr,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate ai superstiti  $M$  in età  $x-I$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e P_M^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni liquidate, in cui il generico elemento  ${}^e P_{M,r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il numero totale delle rendite vigenti  $V$  erogate ai superstiti  $M$  in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_{Mi}^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{Mir,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , la fascia dell'importo medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate ai superstiti  $M$  di età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ , che rientra nello scaglione di perequazione  $i$ ;

${}^e IMP_M^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{Mr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+I$ , il valore medio delle rendite pensionistiche liquidate  $N$  ai superstiti  $M$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

$\bar{p}_i^{t+1}$  = scalare che rappresenta il coefficiente di adeguamento degli importi medi delle pensioni IVS vigenti all'evoluzione del costo della vita tra  $t$  e  $t+I$ , corrispondente allo scaglione di perequazione  $i$ <sup>43</sup>;

${}^e k(M)^{V0}$  = matrice in cui il generico elemento  ${}^e k(M)_{r,x,s}^{V0}$  rappresenta, nell'istante  $0$  delle previsioni, un coefficiente di correzione degli importi medi delle prestazioni vigenti  $V$  ai superstiti  $M$ , per tener conto dei vincoli sulla cumulabilità con altre forme di reddito degli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , assicurati presso l'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

---

<sup>43</sup> Le fasce degli importi medi delle rendite pensionistiche per la perequazione ed i relativi coefficienti di aggiornamento sono riportati nell'Appendice 1.

${}^e \delta_M^{t+1}$  (matrice  $(X' \times R, S)$ ) = matrice il cui generico elemento  ${}^e \delta_{Mr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il rapporto tra il numero delle pensioni vigenti di reversibilità  $M$  sopravvissute dall'istante  $t$  all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo di pensioni di reversibilità vigenti in  $t+1$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_M^{Vt+1}$  (matrice  $(X' \times R, S)$ ) = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{Mr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate ai superstiti  $M$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importo medio delle pensioni vigenti<sup>44</sup>:

$${}^e IMP_M^{Vt+1} (X' \times R, S) = ({}^e \delta_M^{t+1} (X' \times R, S) * (\sum_{i=1}^k ({}^e IMP_{Mi}^{Vt} (X' \times R, S) * (1 + \bar{p}_i^{t,t+1} (1,1)))) + (1 - {}^e \delta_M^{t+1} (X' \times R, S)) * {}^e IMP_M^{Nt+1} (X' \times R, S)) * {}^e k(M)^{V0} (X' \times R, S) \quad (48)$$

in cui:

$${}^e \delta_M^{t+1} (X' \times R, S) = \frac{{}^e \mathcal{L}_M^{t+1} (X' \times R, S) {}^e \mathcal{Y}_M^{t+1} (X' \times R, S) {}^e P_M^{Vt} (X' \times R, S)}{{}^e P_M^{Vt+1} (X' \times R, S)} \quad (48')$$

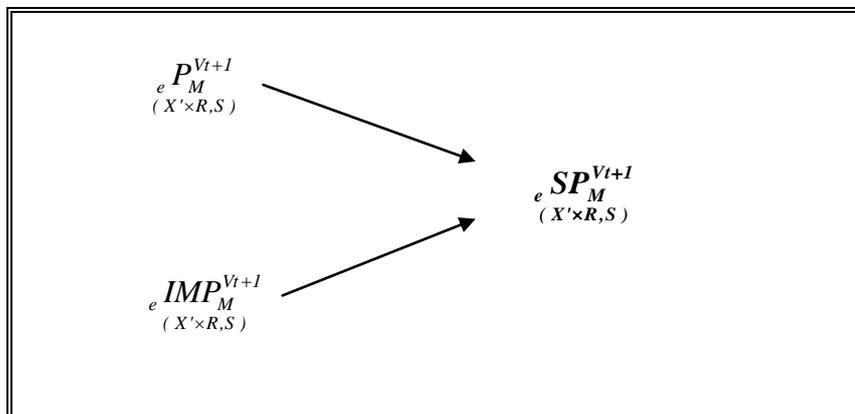
<sup>44</sup> Il generico elemento  ${}^e k(M)_{r,x,s}^{V0}$  della matrice di correzione degli importi, risulta dall'applicazione della relazione:

$${}^e k(M)_{r,x,s}^{V0} = \frac{IMP_{Mr,x,s}^{V*0}}{IMP_{Mr,x,s}^{V0}} \quad (48'')$$

in cui la variabile  $IMP_{Mr,x,s}^{V0}$  rappresenta l'importo medio delle rendite ai superstiti liquidate nell'istante 0 di base delle previsioni, ottenuto dalle stime, mentre la variabile  $IMP_{Mr,x,s}^{V*0}$  l'equivalente importo tratto dai dati.

### 4.2.4.3. Spesa complessiva

Fig. 26 - Schema delle relazioni per la determinazione della spesa complessiva per le prestazioni di reversibilità vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , la spesa complessiva per le prestazioni di reversibilità viene determinata moltiplicando la loro numerosità per il valore degli importi medi.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^e P_M^{Vt+1}$  (in corsivo) = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e P_{Mr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate ai superstiti  $M$  di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ ;

${}^e IMP_M^{Vt+1}$  (in grassetto) = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e IMP_{Mr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate ai superstiti  $M$  di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

- *Matrici di output*

${}^e SP_M^{Vt+1}$  (in grassetto) = matrice della spesa per pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^e SP_{Mr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per reversibilità  $M$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , dall'ente di gestione  $e$ .

#### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Spesa per le pensioni vigenti:*

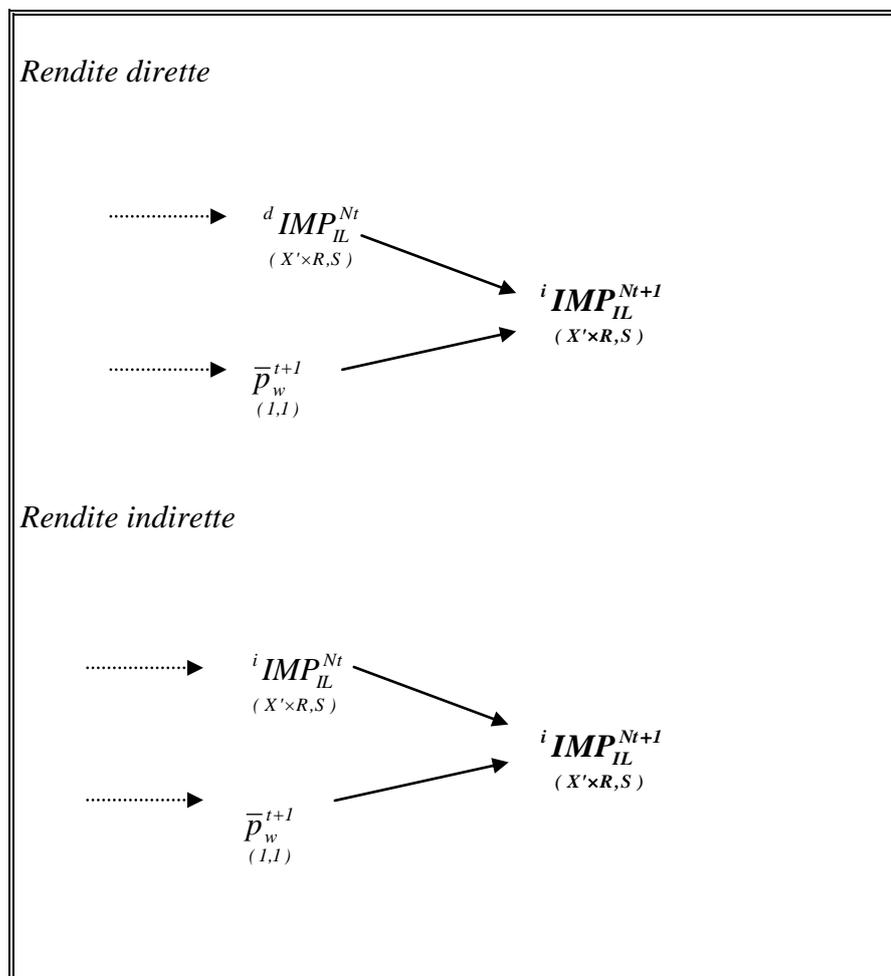
$$(49) \quad {}_e SP_M^{Vt+1} = {}_e P_M^{Vt+1} * {}_e IMP_M^{Vt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

### 4.3. Rendite per infortuni sul lavoro e malattie professionali

#### 4.3.1. Pensioni liquidate

Fig. 27 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle rendite liquidate per infortuni sul lavoro e malattie professionali



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

La determinazione degli importi medi delle rendite liquidate per infortunio sul lavoro e malattia professionale avviene con l'aggiornamento, in ciascun istante di previsione  $t+1$ , del valore degli importi medi delle prestazioni erogate nell'epoca  $t-1$ , con l'indice di variazione della retribuzione media annua risultante dalle retribuzioni registrate nei settori tutelati da questo tipo di assicurazione tra  $t-1$  e  $t+1$ <sup>45</sup>.

<sup>45</sup> A partire dal 1/7/1983 l'aggiornamento dei valori delle rendite di questa categoria viene infatti realizzato ogni due anni. Per rappresentare questo meccanismo, nella matrice  $\bar{p}_w^{t+1}$  (dimensione  $1, 1$ ) gli elementi corrispondenti agli anni di previsione in cui non è prevista perequazione vengono convenzionalmente posti pari a zero.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

${}^d IMP_{IL}^{Nt}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^d IMP_{ILr,x,s}^{Nt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite dirette  $d$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  liquidate  $N$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i IMP_{IL}^{Nt}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^i IMP_{ILr,x,s}^{Nt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite indirette  $i$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  liquidate  $N$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}_w^{t+1}$  = scalare che rappresenta la variazione della retribuzione media annua rilevata tra  $t-1$  e  $t+1$  utile per l'aggiornamento delle rendite per infortunio sul lavoro e malattia professionale.

- *Matrici di output*

${}^d IMP_{IL}^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^d IMP_{ILr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite dirette  $d$  per infortunio e malattia professionale  $IL$  liquidate  $N$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i IMP_{IL}^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^i IMP_{ILr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite indirette  $i$  per infortunio e malattia professionale  $IL$  liquidate  $N$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importi medi delle pensioni dirette liquidate*<sup>46</sup>:

$$(50) \quad {}^d IMP_{IL}^{Nt+1} = {}^d IMP_{IL}^{Nt} * (I + \bar{p}_w^{t+1})$$

$(X' \times R, S)$                        $(X' \times R, S)$                        $(I, I)$

*Importi medi delle pensioni indirette liquidate:*

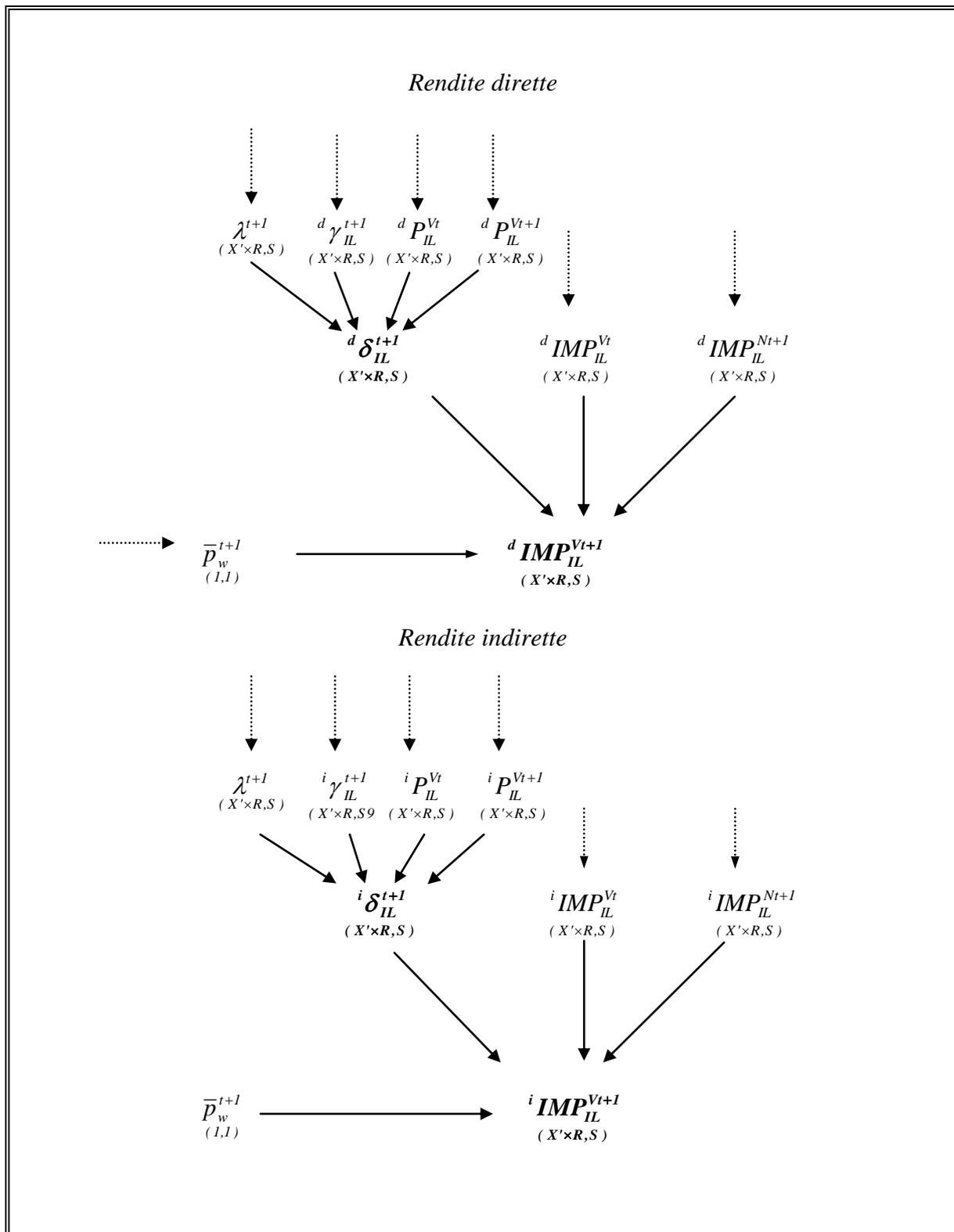
---

<sup>46</sup> Le prestazioni economiche per infortuni sul lavoro e malattie professionali concesse dall'INAIL consistono nella corresponsione periodica o una tantum di somme di denaro, che si differenziano a seconda delle conseguenze dell'infortunio o della malattia professionale. Seguendo questa procedura di stima degli importi, implicitamente si ipotizza che la struttura dei beneficiari rimanga invariata nel tempo e rispetto alle classi di età, in relazione alla tipologia e gravità dell'infortunio o della malattia.

$$(51) \quad \begin{matrix} {}^i \text{IMP}_{IL}^{Nt+1} \\ (X' \times R, S) \end{matrix} = \begin{matrix} {}^i \text{IMP}_{IL}^{Nt} * (1 + \bar{p}_w^{t+1}) \\ (X' \times R, S) \end{matrix} \begin{matrix} \\ (1, 1) \end{matrix}$$

### 4.3.2. Pensioni vigenti

Fig. 28 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni per infortunio sul lavoro o malattia professionale vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , determinato il valore degli importi medi delle rendite liquidate nello stesso istante temporale, il valore delle prestazioni per invalidità sul lavoro e malattia professionale vigenti viene determinato sommando algebricamente ad esso il valore degli importi medi delle pensioni vigenti da  $t$  aggiornato mediante l'indice di variazione delle retribuzioni annue del settore di appartenenza registrato tra  $t-1$  e  $t+1$ .

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\lambda_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$\gamma_{(X' \times R, S)}^{t+1, d}$  = matrice in cui il generico elemento  $\gamma_{IL,r,x,s}^{t+1, d}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , per un individuo in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario diretto  $d$  di rendita per infortunio sul lavoro o malattia professionale  $IL$  dall'istante  $t$ , ovvero dall'età  $x-1$ ;

$\gamma_{(X' \times R, S)}^{t+1, i}$  = matrice in cui il generico elemento  $\gamma_{IL,r,x,s}^{t+1, i}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , per un individuo in età  $x$ , di sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di percettore indiretto  $i$  di rendita per infortunio sul lavoro o malattia professionale  $IL$  dall'istante  $t$ , ovvero dall'età  $x-1$ ;

$P_{(X' \times R, S)}^{Vt, d}$  = matrice delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{IL,r,x,s}^{Vt, d}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  dirette  $d$  erogate agli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_{(X' \times R, S)}^{Vt, i}$  = matrice delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{IL,r,x,s}^{Vt, i}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  indirette  $i$  erogate ai superstiti degli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

$P_{(X' \times R, S)}^{Vt+1, d}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{IL,r,x,s}^{Vt+1, d}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  dirette  $d$  erogate agli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_{(X' \times R, S)}^{Vt+1, i}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{IL,r,x,s}^{Vt+1, i}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  indirette  $i$  erogate ai superstiti degli individui che hanno subito infortuni o malattie professionali  $IL$ , in età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

${}^d \mathbf{IMP}_{IL}^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^d \mathbf{IMP}_{ILr,x,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite vigenti  $V$  dirette  $d$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i \mathbf{IMP}_{IL}^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^i \mathbf{IMP}_{ILr,x,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite vigenti  $V$  indirette  $i$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^d \mathbf{IMP}_{IL}^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^d \mathbf{IMP}_{ILr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite dirette  $d$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  liquidate  $N$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i \mathbf{IMP}_{IL}^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^i \mathbf{IMP}_{ILr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite indirette  $i$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  liquidate  $N$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}_w^{t-1,t+1}$  = scalare che rappresenta l'indice di variazione delle retribuzioni annue tra gli istanti  $t-1$  e  $t+1$ .

- *Matrici di output*

${}^d \mathcal{D}_{IL}^{t+1}$  = matrice il cui generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^d \mathcal{D}_{ILr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il rapporto tra il numero delle rendite dirette  $d$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  vigenti, sopravvissute dall'istante  $t$  all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo di rendite dirette vigenti in  $t+1$ , per gli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i \mathcal{D}_{IL}^{t+1}$  = matrice il cui generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^i \mathcal{D}_{ILr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il rapporto tra il numero delle rendite indirette  $i$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  vigenti, sopravvissute dall'istante  $t$  all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo di rendite indirette vigenti in  $t+1$ , per gli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^d \mathbf{IMP}_{IL}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^d \mathbf{IMP}_{ILr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite dirette  $d$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  vigenti  $V$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i \mathbf{IMP}_{IL}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   ${}^i \mathbf{IMP}_{ILr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite

indirette  $i$  per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  vigenti  $V$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importo medio delle pensioni dirette vigenti:*

$$(52) \quad {}^d IMP_{IL}^{Vt+1} = {}^d \delta_{IL}^{t+1} * {}^d IMP_{IL}^{Vt} * (1 + \bar{p}_w^{t+1}) + (1 - {}^d \delta_{IL}^{t+1}) * {}^d IMP_{IL}^{Nt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (I, I) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

in cui:

$$(52') \quad {}^d \delta_{IL}^{t+1} = \frac{{}^d \lambda^{t+1} * {}^d \gamma_{IL}^{t+1} * {}^d P_{IL}^{Vt}}{{}^d P_{IL}^{Vt+1}}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

*Importo medio delle pensioni indirette vigenti:*

$$(53) \quad {}^i IMP_{IL}^{Vt+1} = {}^i \delta_{IL}^{t+1} * {}^i IMP_{IL}^{Vt} * (1 + \bar{p}_w^{t+1}) + (1 - {}^i \delta_{IL}^{t+1}) * {}^i IMP_{IL}^{Nt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (I, I) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

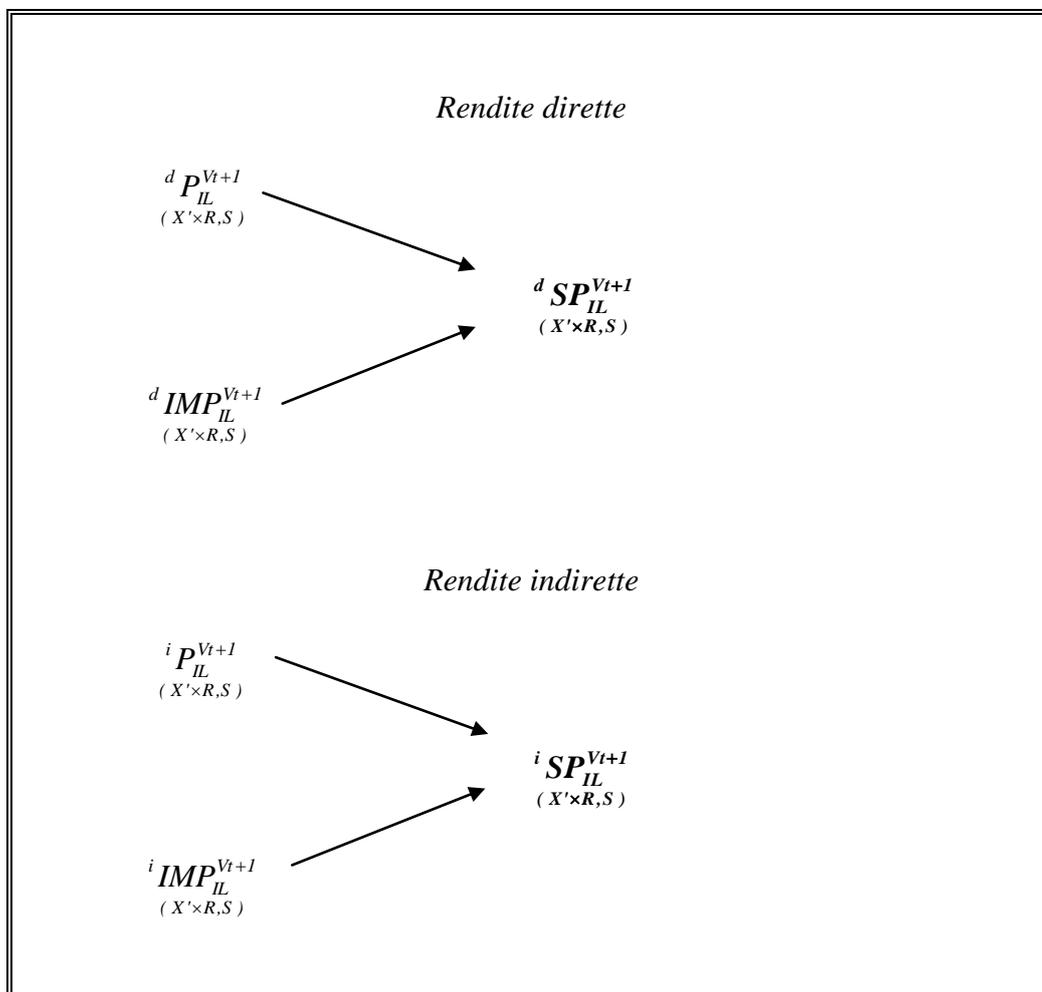
in cui:

$$(53') \quad {}^i \delta_{IL}^{t+1} = \frac{{}^i \lambda^{t+1} * {}^i \gamma_{IL}^{t+1} * {}^i P_{IL}^{Vt}}{{}^i P_{IL}^{Vt+1}}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

### 4.3.3. Spesa complessiva

Fig. 29 - Schema delle relazioni per la determinazione della spesa complessiva per le prestazioni di infortunio sul lavoro e malattia professionale vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , la spesa complessiva per le prestazioni per infortunio sul lavoro e malattia professionale viene determinata moltiplicando la loro numerosità per il valore degli importi medi.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$d P_{IL}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $d P_{ILr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite dirette  $d$  vigenti  $V$ ,

erogate per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i P_{IL}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^i P_{ILr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite indirette  $i$  vigenti  $V$ , erogate per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^d IMP_{IL}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^d IMP_{ILr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche dirette  $d$  vigenti  $V$  erogate per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i IMP_{IL}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^i IMP_{ILr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche indirette  $i$  vigenti  $V$  erogate per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

${}^d SP_{IL}^{Vt+1}$  = matrice della spesa per pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^d SP_{ILr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche dirette  $d$  vigenti  $V$ , erogate per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

${}^i SP_{IL}^{Vt+1}$  = matrice della spesa per pensioni vigenti, in cui il generico elemento  ${}^i SP_{ILr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche indirette  $i$  vigenti  $V$  erogate per infortunio sul lavoro e malattia professionale  $IL$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Spesa per le pensioni vigenti dirette:*

$${}^d SP_{IL}^{Vt+1} = {}^d P_{IL}^{Vt+1} * {}^d IMP_{IL}^{Vt+1} \quad (54)$$

*Spesa per le pensioni vigenti indirette:*

$${}^i SP_{IL}^{Vt+1} = {}^i P_{IL}^{Vt+1} * {}^i IMP_{IL}^{Vt+1} \quad (54')$$

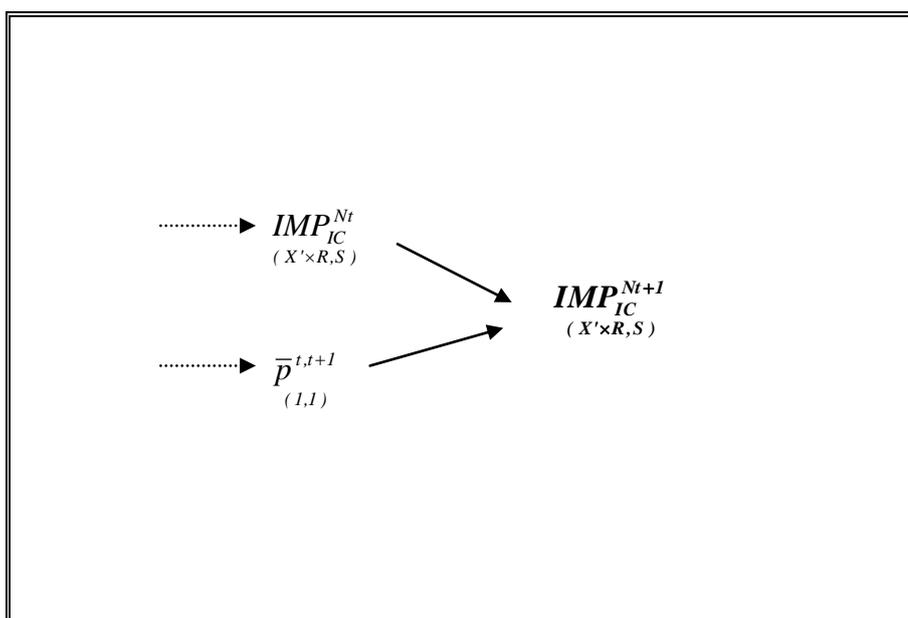


#### 4.4. Pensioni d'invalidità civile

##### 4.4.1. Pensioni liquidate

Gli importi medi delle prestazioni assistenziali ai minorati civili sono stabiliti per legge e, a meno di revisioni normative, sono annualmente perequati alla variazione del costo della vita secondo le stesse norme vigenti per le rendite sociali.

Fig. 30 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni d'invalidità civile liquidate



*In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.*

Noti gli importi medi delle prestazioni liquidate al tempo  $t$  e l'evoluzione dell'indice dei prezzi al consumo tra  $t$  e  $t+1$ , il valore delle medesime prestazioni al tempo  $t+1$  varia per effetto della perequazione automatica. Per simulazioni di medio-lungo periodo tale procedura produce una contrazione sostanziale del potere d'acquisto relativo di questa tipologia. E' quindi previsto che la rivalutazione possa avvenire, allo stesso modo della condizione reddituale di integrazione e degli scaglioni di rivalutazione, anche alla crescita economica.. Naturalmente la procedura è solo opzionale; pur non apparendo del tutto adeguata alla rappresentazione della prassi recente, essa ha comunque valore entro i limiti in cui, nel tempo, i diversi interventi "ad hoc" tendono a mantenere costante il valore delle rendite in termini di potere d'acquisto relativo rispetto alla ricchezza nazionale.

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$IMP_{IC}^{Nt}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   $IMP_{ICr,x,s}^{Nt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle nuove rendite pensionistiche  $N$  per invalidità civile  $IC$  erogate agli individui di età  $x$ , di sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}^{t,t+1}$  = scalare che rappresenta l'evoluzione dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati rilevata tra  $t$  e  $t+1$ .

- *Matrici di output*

$IMP_{IC}^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   $IMP_{ICr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle nuove rendite pensionistiche  $N$  per invalidità civile  $IC$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importi medi delle pensioni liquidate*<sup>47</sup>:

Per  $x < \varepsilon_A$

$$(55) \quad IMP_{IC}^{Nt+1} = IMP_{IC}^{Nt} * (1 + \bar{p}^{t,t+1})$$

$(X' \times R, S)$        $(X' \times R, S)$        $(I, I)$

Per  $x \geq \varepsilon_A$

$$(56) \quad IMP_{IC}^{Nt+1} = 0$$

$(X' \times R, S)$

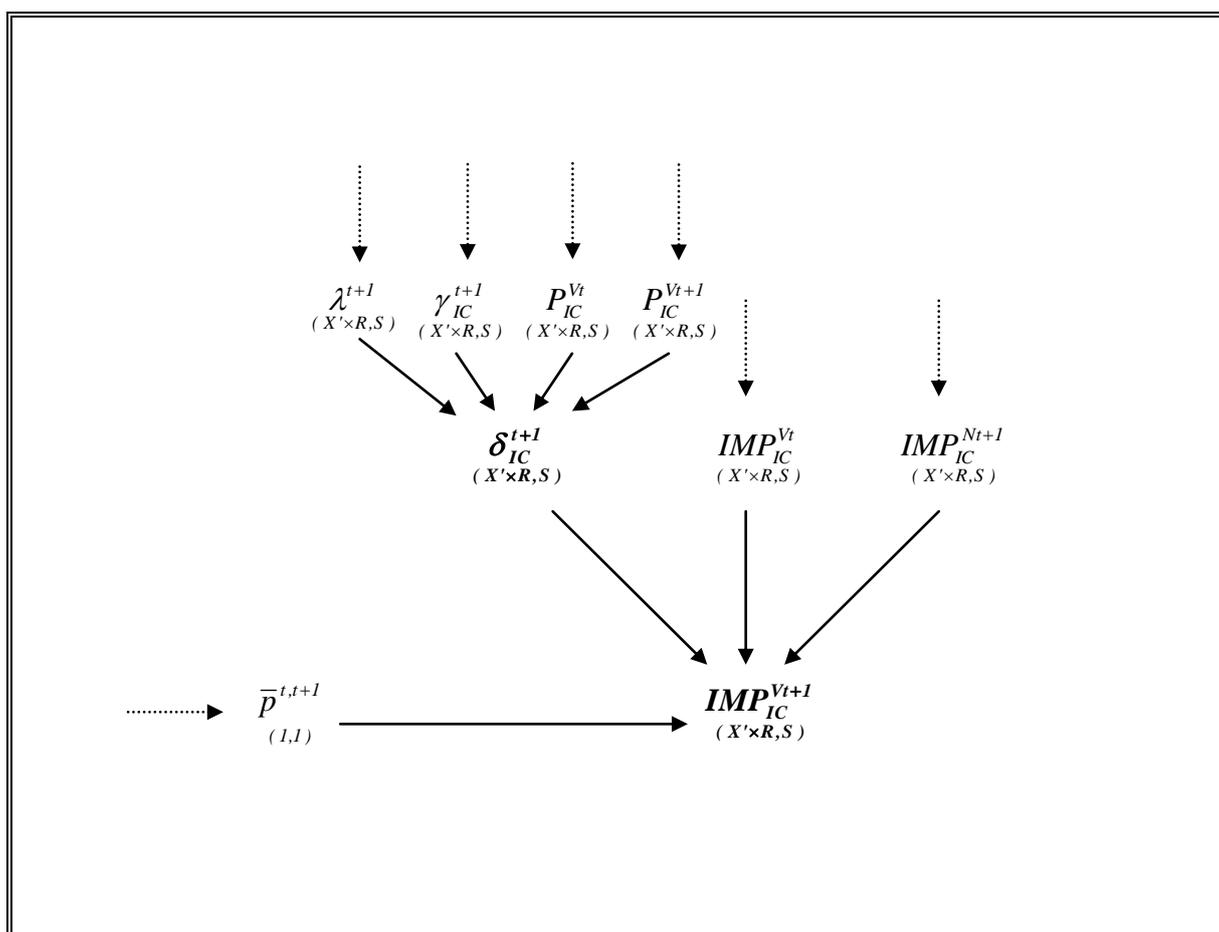
---

<sup>47</sup> Adottando questa procedura di stima degli importi, implicitamente si ipotizza che la composizione media per tipologia di prestazione ricevuta e per livello di reddito dei beneficiari rimanga invariata nel tempo.

#### 4.4.2. Pensioni vigenti

Il meccanismo di adeguamento delle rendite di invalidità civile alla variazione del costo della vita equivale al sistema vigente per le rendite liquidate della stessa categoria.

Fig. 31 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni vigenti per invalidità civile



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , determinato il valore degli importi medi delle pensioni liquidate nello stesso istante temporale, il valore delle prestazioni vigenti per invalidità civile viene calcolato sommando algebricamente ad esso il valore degli importi medi delle pensioni vigenti in  $t$  aggiornato mediante l'indice di variazione dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati rilevata tra  $t$  e  $t+1$ .

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\lambda_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$\gamma_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  $\gamma_{ICr,x,s}^t$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , per un individuo in età  $x$ , sesso  $s$ , residente nella regione  $r$ , il tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario di rendita per invalidità civile dall'istante  $t$ , ossia dall'età  $x-1$ ;

$P_{IC}^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{IC,r,x-1,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate agli invalidi civili  $IC$  di età  $x-1$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_{IC}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{IC,r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite vigenti  $V$  erogate agli invalidi civili  $IC$  in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_{IC}^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{ICr,x,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per invalidità civile  $IC$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_{IC}^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $IMP_{ICr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite pensionistiche liquidate  $N$  per invalidità civile  $IC$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}_{(1,1)}^{t,t+1}$  = scalare che rappresenta il coefficiente di adeguamento all'evoluzione del costo della vita tra  $t$  e  $t+1$ .

- *Matrici di output*

$\delta_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice il cui generico elemento  $\delta_{ICr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il rapporto tra il numero delle pensioni vigenti per invalidità civile  $IC$  sopravvissute dall'istante  $t$  all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo di pensioni vigenti in  $t+1$  erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_{IC}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{ICr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per invalidità civile  $IC$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importo medio delle pensioni vigenti:

Per  $x < \varepsilon_A$

$$(57) \quad \underset{(X' \times R, S)}{IMP_{IC}^{Vt+1}} = \underset{(X' \times R, S)}{\delta_{IC}^{t+1}} * \underset{(X' \times R, S)}{IMP_{IC}^{Vt}} * \underset{(1, I)}{(1 + \bar{p}^{t, t+1})} + \underset{(X' \times R, S)}{(1 - \delta_{IC}^{t+1})} * \underset{(X' \times R, S)}{IMP_{IC}^{Nt+1}}$$

in cui:

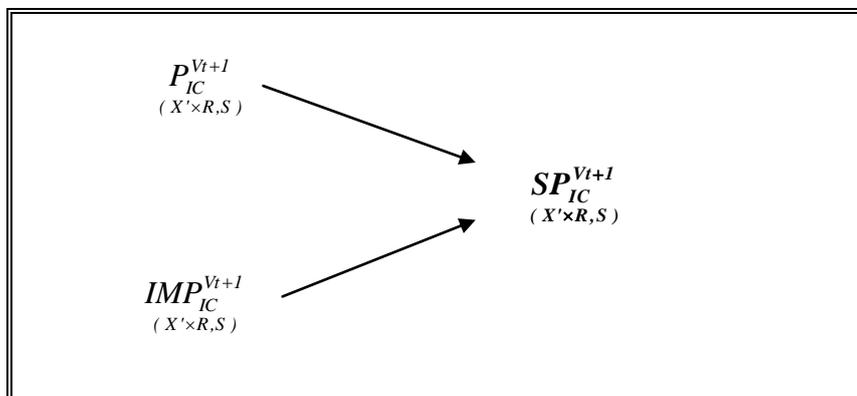
$$(57') \quad \underset{(X' \times R, S)}{\delta_{IC}^{t+1}} = \frac{\underset{(X' \times R, S)}{\lambda^{t+1}} * \underset{(X' \times R, S)}{\gamma_{IC}^{t+1}} * \underset{(X' \times R, S)}{P_{IC}^{Vt}}}{\underset{(X' \times R, S)}{P_{IC}^{Vt+1}}}$$

Per  $x \geq \varepsilon_A$

$$(58) \quad \underset{(X' \times R, S)}{IMP_{IC}^{Vt+1}} = 0$$

### 4.4.3. Spesa complessiva

Fig. 32 - Schema delle relazioni per la determinazione della spesa complessiva per le prestazioni di invalidità civile vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , la spesa complessiva per le prestazioni di invalidità civile viene determinata moltiplicando la loro numerosità con il valore degli importi medi.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$P_{IC}^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{ICr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite erogate  $V$  per invalidità civile  $IC$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_{IC}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{ICr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per invalidità civile  $IC$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

$SP_{IC}^{Vt+1}$  = matrice della spesa per pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $SP_{ICr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per invalidità civile  $IC$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

#### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Spesa per le pensioni vigenti:*

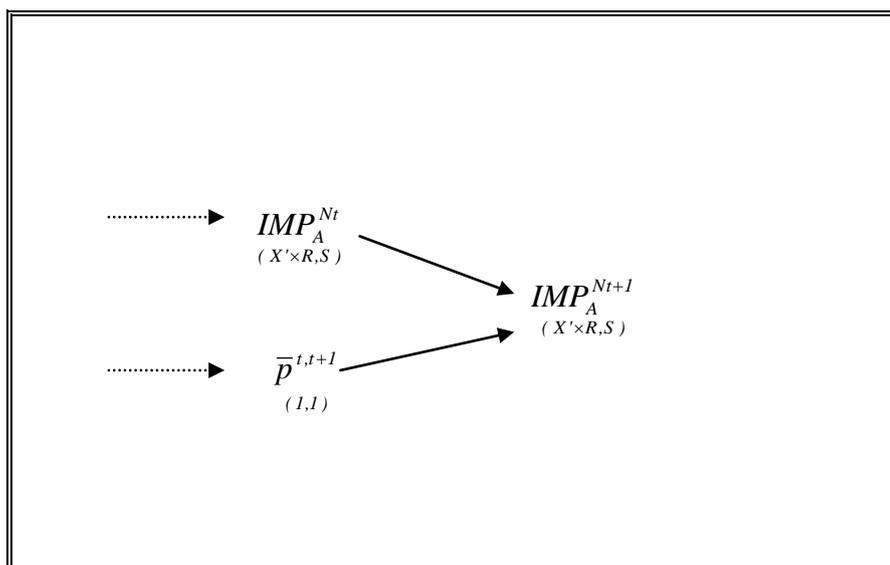
$$(59) \quad \underset{(X' \times R, S)}{SP_{IC}^{Vt+1}} = \underset{(X' \times R, S)}{P_{IC}^{Vt+1}} * \underset{(X' \times R, S)}{IMP_{IC}^{Vt+1}}$$

## 4.5. Assegni sociali - pensioni sociali

### 4.5.1. Pensioni liquidate

L'ammontare dell'assegno sociale è fissato per legge ed è annualmente rivalutato in funzione delle variazioni del costo della vita.

Fig. 33 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi degli assegni sociali liquidati



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Noto in  $t+1$  il valore dell'indice dei prezzi al consumo, il valore degli importi medi delle prestazioni erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , ed epoca  $t+1$  viene ottenuto applicando ai medesimi importi liquidati in  $t$  ai soggetti in età  $x$ , la variazione dell'indice tra  $t$  e  $t+1$ . Anche in tal caso, per i motivi esposti in occasione della descrizione delle relazioni per le pensioni di invalidità civile, è praticabile l'opzione della rivalutazione anche alla crescita economica.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$IMP_A^{Nt}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $IMP_{Ar,x,s}^{Nt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio degli assegni sociali  $A$  liquidati  $N$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}^{t,t+1}$  = scalare che rappresenta l'evoluzione dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati rilevata tra  $t$  e  $t+1$ <sup>48</sup>.

- *Matrici di output*

$IMP_A^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   $IMP_{Ar,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio degli assegni sociali  $A$  liquidati  $N$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importi medi delle pensioni liquidate*<sup>49</sup>:

Per  $x < \varepsilon_A$ :

$$(60) \quad IMP_A^{Nt+1} = 0$$

( X' × R, S )

Per  $x \geq \varepsilon_A$ :

$$(61) \quad IMP_A^{Nt+1} = IMP_A^{Nt} * ( 1 + \bar{p}^{t,t+1} )$$

( X' × R, S )      ( X' × R, S )      ( 1, 1 )

---

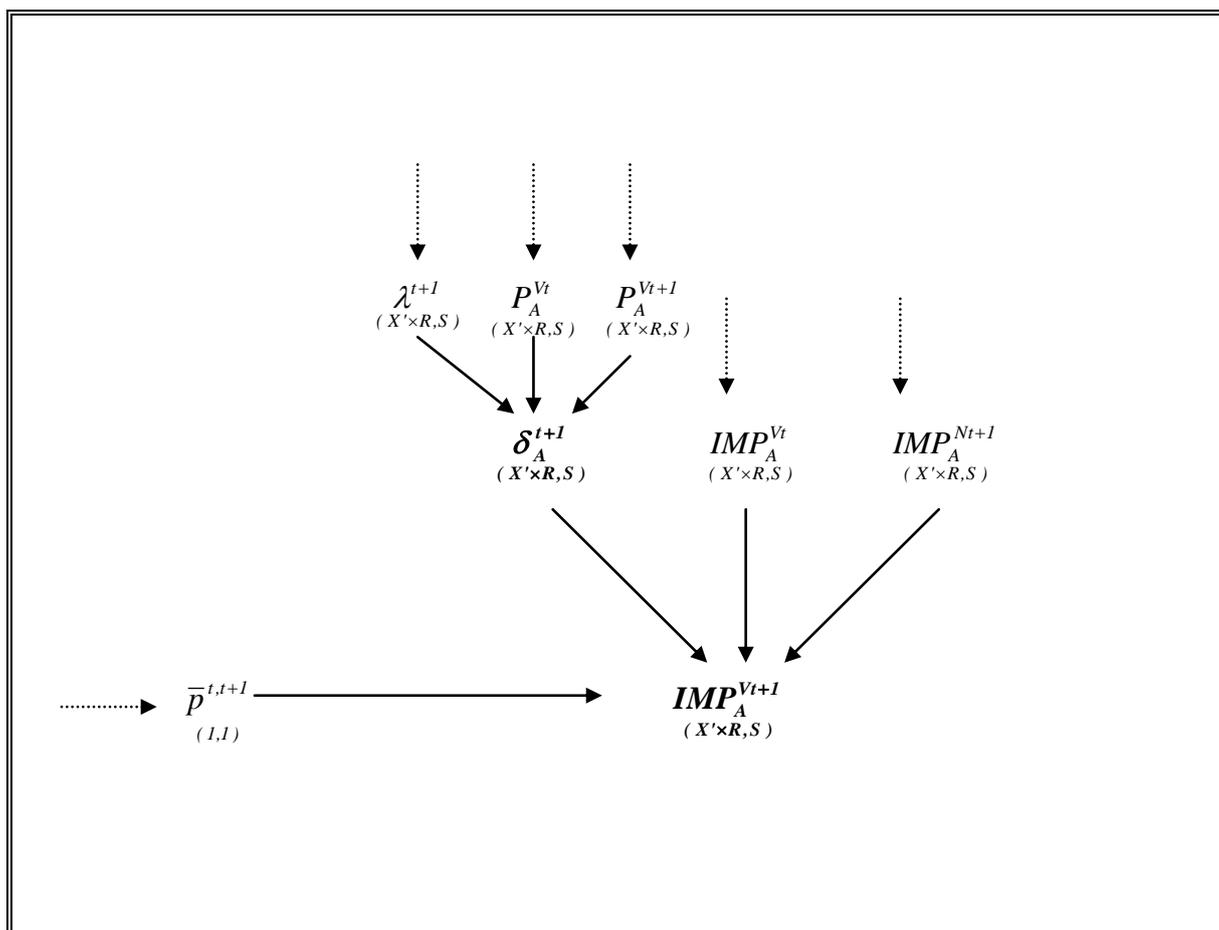
<sup>48</sup> Si tratta dell'indice annuo per le famiglie di operai ed impiegati calcolato dall'ISTAT.

<sup>49</sup> La corresponsione dell'assegno sociale è subordinata a limiti di reddito del potenziale beneficiario, dalla misura del quale dipende l'ammontare della prestazione annua erogata. Seguendo questa procedura di stima degli importi medi delle nuove rendite, implicitamente si ipotizza che la struttura dei redditi dei beneficiari rimanga invariata nel tempo per classi di età, rispetto agli importi medi noti dall'anno di base delle previsioni. Poiché, inoltre, al raggiungimento del 65° anno di età si trasforma in pensione sociale la rendita corrisposta per invalidità civile, l'ipotesi in questione equivale a supporre che sia costante nel tempo, per classi di età, la composizione media per tipologia di prestazione ricevuta e per livello di reddito dei beneficiari delle rendite per minorazione. Il livello di distorsione della stima potrebbe, tuttavia, essere corretto ripetendo l'operazione di calcolo proposta dei nuovi importi medi, sulle serie retrospettive delle medesime variabili per valutare, poi, la tendenza dell'errore di volta in volta commesso e per realizzare, infine, le rettifiche necessarie. Recenti innovazioni normative su questa tipologia pensionistica, in realtà, non permettono di ottenere una serie adeguatamente omogenea in proposito provocando ulteriori potenziali perdite di bontà nelle stime.

#### 4.5.2. Pensioni vigenti

Il meccanismo di adeguamento delle pensioni sociali alla variazione del costo della vita equivale al sistema vigente per le rendite liquidate della stessa categoria.

Fig. 34 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni sociali vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , determinato il valore degli importi medi delle pensioni liquidate nello stesso istante temporale, il valore delle prestazioni sociali vigenti viene determinato sommando algebricamente ad esso il valore degli importi medi delle pensioni vigenti da  $t$  aggiornato alla variazione del costo della vita tra  $t$  e  $t+1$ .

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\mathcal{L}_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\mathcal{L}_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$P_A^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{A,r,x,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite sociali  $A$  vigenti  $V$  erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_A^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{A,r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite sociali  $A$  vigenti  $V$  erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_A^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{Ar,x-I,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  sociali  $A$  erogate agli individui in età  $x-I$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_A^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi, in cui il generico elemento  $IMP_{Ar,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche sociali  $A$  liquidate  $N$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}_{(1,1)}^{t,t+1}$  = scalare che rappresenta il coefficiente di adeguamento all'evoluzione del costo della vita tra  $t$  e  $t+1$ <sup>50</sup>.

- *Matrici di output*

$\delta_A^{t+1}$  = matrice in cui il generico elemento  $\delta_{Ar,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il rapporto tra il numero delle rendite assistenziali  $A$  vigenti, sopravvissute dall'istante  $t$  all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo di pensioni vigenti in  $t+1$  erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_A^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{Ar,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite assistenziali  $A$  vigenti  $V$  erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

---

<sup>50</sup> Si tratta dell'indice ISTAT di variazione dei prezzi al consumo delle famiglie di operai ed impiegati.

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importo medio delle pensioni vigenti:

per  $x > \varepsilon_A$

$$(62) \quad \underset{(X' \times R, S)}{IMP_A^{Vt+1}} = \underset{(X' \times R, S)}{\delta_A^{t+1}} * \underset{(X' \times R, S)}{IMP_A^{Vt}} * \underset{(1,1)}{(1 + \bar{p}^{t,t+1})} + \underset{(X' \times R, S)}{(1 - \delta_A^{t+1})} * \underset{(X' \times R, S)}{IMP_A^{Nt+1}}$$

in cui:

$$(62') \quad \underset{(X' \times R, S)}{\delta_A^{t+1}} = \frac{\underset{(X' \times R, S)}{\lambda^{t+1}} * \underset{(X' \times R, S)}{P_A^{Vt}}}{\underset{(X' \times R, S)}{P_A^{Vt+1}}}$$

da cui:

per  $x = \varepsilon_A$

$$(63) \quad \underset{(X' \times R, S)}{IMP_A^{Vt+1}} = \underset{(X' \times R, S)}{IMP_A^{Nt+1}}$$

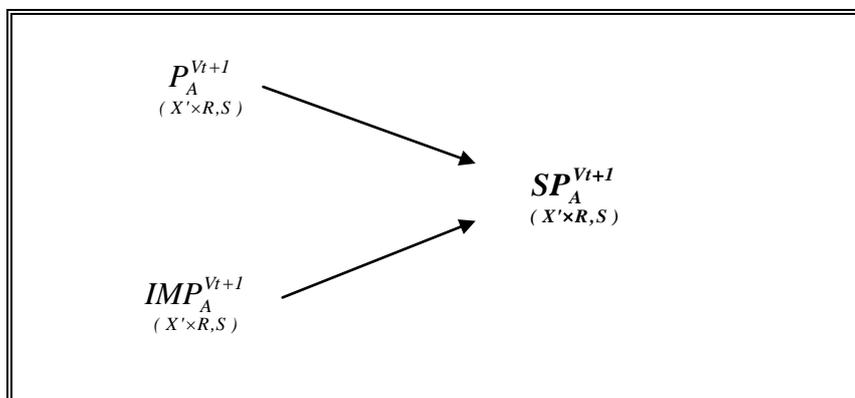
essendo in corrispondenza di questa classe di età:  $\underset{(R, S)}{P_A^{Vt}} = 0$ , ossia  $\underset{(R, S)}{\delta_A^{t+1}} = 0$

Infine, per definizione, per  $x < \varepsilon_A$

$$(64) \quad \underset{(X' \times R, S)}{IMP_A^{Vt+1}} = 0$$

### 4.5.3. Spesa complessiva

Fig. 35 - Schema delle relazioni per la determinazione della spesa complessiva per le prestazioni sociali vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , la spesa complessiva per le prestazioni sociali viene determinata moltiplicando la loro numerosità con il valore degli importi medi.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$P_A^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{Ar,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite erogate  $V$  sociali  $A$  agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_A^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{Ar,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  sociali  $A$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

$SP_A^{Vt+1}$  = matrice della spesa per pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $SP_{Ar,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche vigenti  $V$  sociali  $A$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

#### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Spesa per le pensioni vigenti:*

(65)

$$SP_A^{V_{t+1}} = P_A^{V_{t+1}} * IMP_A^{V_{t+1}}$$

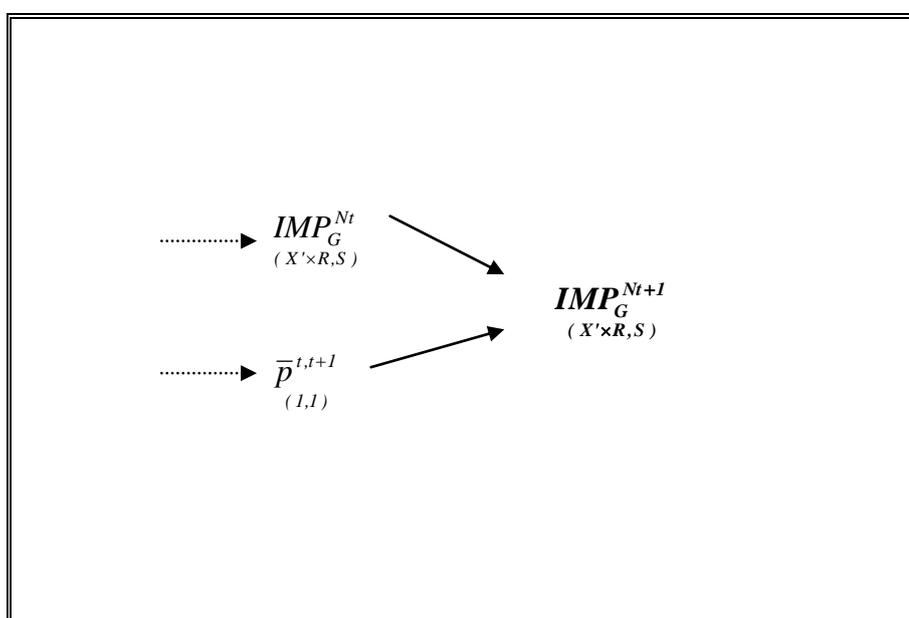
$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

## 4.6. Pensioni di guerra ed assegni di medaglia d'oro

### 4.6.1. Pensioni liquidate

Gli importi medi delle pensioni di Guerra e degli assegni di Medaglia d'oro sono stabiliti per legge e, a meno di revisioni normative, sono annualmente aggiornati con il meccanismo della perequazione automatica ai prezzi, secondo le stesse norme vigenti per le pensioni d'invalidità civile, con cui hanno varie affinità.

Fig. 36 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle pensioni di Guerra e degli assegni di Medaglia d'oro



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Noti gli importi medi delle prestazioni liquidate al tempo  $t$  e l'evoluzione dell'indice dei prezzi al consumo tra  $t$  e  $t+1$ , il valore delle medesime prestazioni al tempo  $t+1$  varia per effetto della perequazione automatica ai prezzi. Oltre alla perequazione automatica ai prezzi, anche in tal caso è praticabile l'opzione per la rivalutazione alla crescita economica..

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$IMP_G^{Nt}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   $IMP_{Gr,x,s}^{Nt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle nuove rendite pensionistiche  $N$  per guerra  $G$  erogate agli individui residenti nella regione  $r$ , in età  $x$ , di sesso  $s$ ;

$\bar{p}^{t,t+1}$  = scalare che rappresenta l'evoluzione dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati rilevata tra  $t$  e  $t+1$ .  $(1,1)$

- *Matrici di output*

$IMP_G^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X' \times R, S)$   $IMP_{Gr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle nuove rendite pensionistiche  $N$  per guerra  $G$  erogate agli individui residenti nella regione  $r$ , in età  $x$ , di sesso  $s$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

*Importi medi delle pensioni liquidate:*

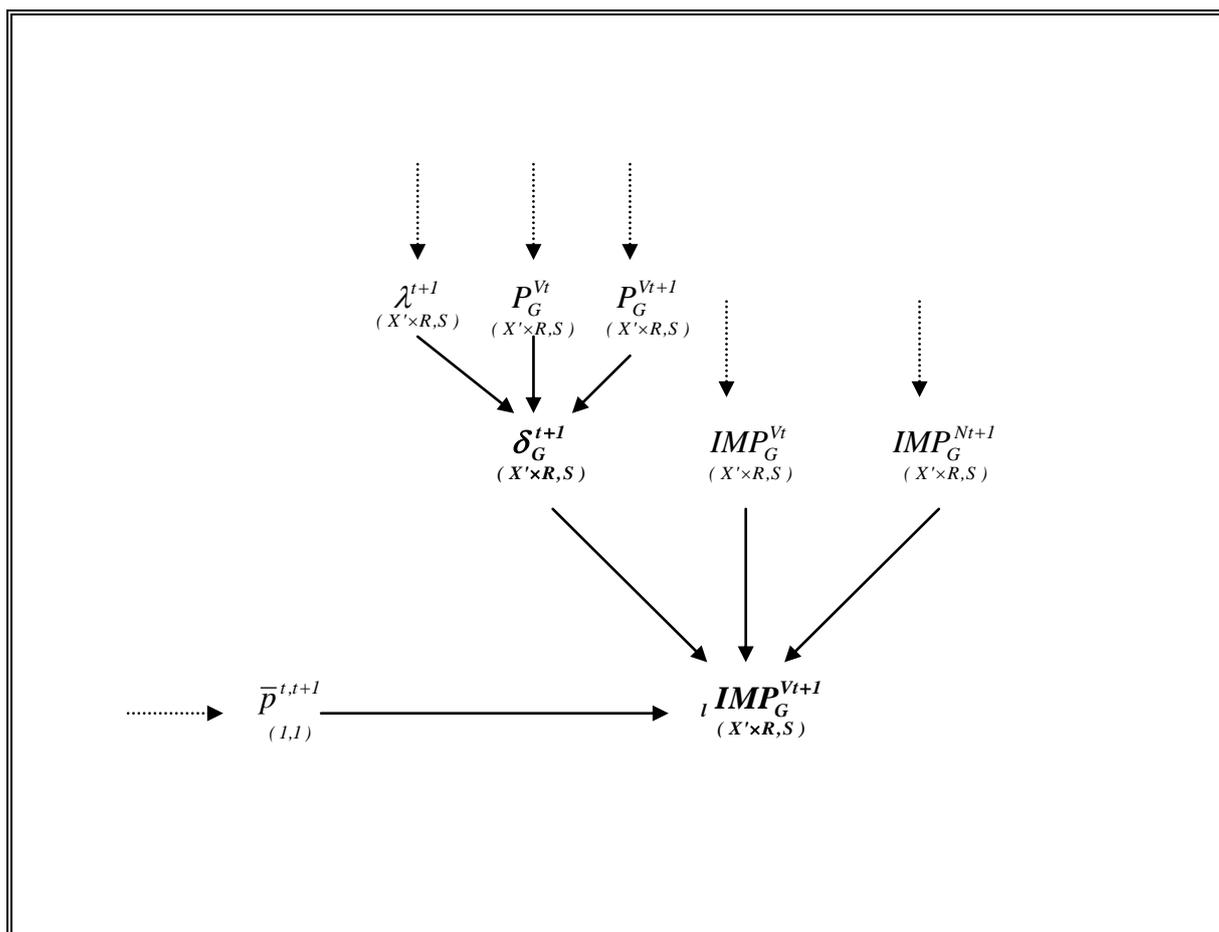
$$(66) \quad IMP_G^{Nt+1} = IMP_G^{Nt} * (1 + \bar{p}^{t,t+1})$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (1,1)$

#### 4.6.2. Pensioni vigenti

Il meccanismo di adeguamento delle rendite per Guerra ed assegni di Medaglia d'oro alla variazione del costo della vita equivale al sistema vigente per le rendite liquidate della stessa categoria.

Fig. 37 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi delle prestazioni per Guerra e Medaglia d'oro vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , determinato il valore degli importi medi delle pensioni liquidate nello stesso istante temporale, il valore delle prestazioni vigenti per Guerra e Medaglia d'oro si ottiene sommando algebricamente ad esso il valore degli importi medi delle pensioni vigenti da  $t$  aggiornato mediante l'indice di variazione dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati rilevato tra  $t$  e  $t+1$ .

## Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$\lambda_{(X' \times R, S)}^{t+1}$  = matrice delle probabilità di sopravvivenza, in cui il generico elemento  $\lambda_{r,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la probabilità per gli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ , di sopravvivere dall'istante  $t$ ;

$P_G^{Vt}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{G,r,x-l,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il numero delle rendite per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  vigenti  $V$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$P_G^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{G,r,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  vigenti  $V$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_G^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{Gr,x,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_G^{Nt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni liquidate, in cui il generico elemento  $IMP_{Gr,x,s}^{Nt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite liquidate  $N$  per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}^{t,t+1}$  = scalare che rappresenta il coefficiente di adeguamento delle pensioni di Guerra e Medaglia d'oro all'evoluzione del costo della vita tra  $t$  e  $t+1$ .

- *Matrici di output*

$\delta_G^{t+1}$  = matrice il cui generico elemento  $\delta_{Gr,x,s}^{t+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il rapporto tra il numero delle rendite per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  vigenti sopravvissute dall'istante  $t$  all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo di pensioni vigenti in  $t+1$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_G^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{Gr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  vigenti  $V$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

## Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importo medio delle pensioni vigenti:

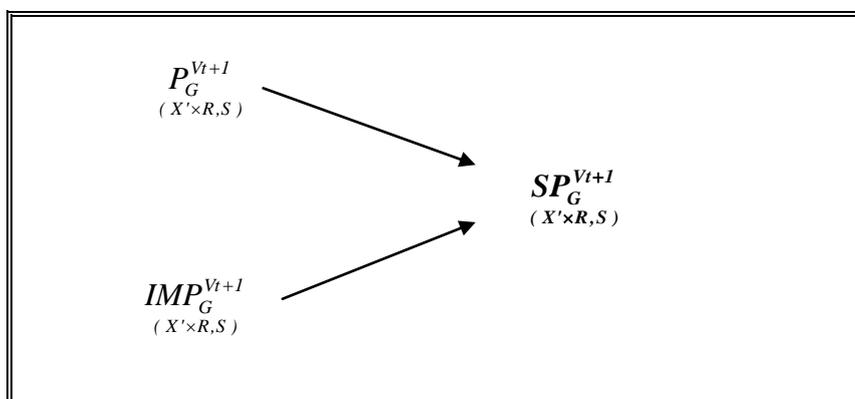
$$(67) \quad \underset{(X' \times R, S)}{IMP_G^{Vt+1}} = \underset{(X' \times R, S)}{\delta_G^{t+1}} * \left( \underset{(X' \times R, S)}{IMP_G^{Vt}} * \underset{(1,1)}{(1 + \bar{p}^{t,t+1})} \right) + \underset{(X' \times R, S)}{(1 - \delta_G^{t+1})} * \underset{(X' \times R, S)}{IMP_G^{Nt+1}}$$

in cui:

$$(67') \quad \underset{(X' \times R, S)}{\delta_G^{t+1}} = \frac{\underset{(X' \times R, S)}{\lambda^{t+1}} * \underset{(X' \times R, S)}{P_G^{Vt}}}{\underset{(X' \times R, S)}{P_G^{Vt+1}}}$$

### 4.6.3. Spesa complessiva

Fig. 38 - Schema delle relazioni per la determinazione della spesa complessiva per le prestazioni per Guerra e Medaglia d'oro vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , la spesa complessiva per le prestazioni di Guerra e Medaglia d'oro viene determinata moltiplicando la loro numerosità per il valore degli importi medi.

#### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$P_G^{Vt+1}$  = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{Gr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite erogate  $V$  per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_G^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{Gr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

$SP_G^{Vt+1}$  = matrice della spesa per pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $SP_{Gr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per Guerra e Medaglia d'oro  $G$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

#### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Spesa per le pensioni vigenti:

(68)

$$SP_G^{Vt+1} = P_G^{Vt+1} * IMP_G^{Vt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

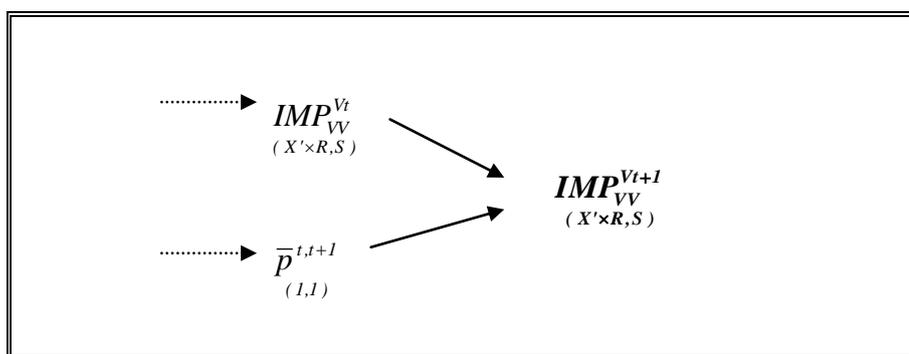
## 4.7. Assegni all'ordine di Vittorio Veneto e di Medaglia e Croce al Valor Militare

### 4.7.1 Assegni vigenti

Il meccanismo di adeguamento degli importi medi degli assegni di benemerenza è equiparato al sistema di funzionamento delle pensioni di guerra.

Gli assegni in questione sono stati liquidati in corrispondenza a specifici eventi passati, per cui attualmente non esistono nuove rendite di questa tipologia.

Fig. 39 - Schema delle relazioni per la determinazione degli importi medi degli assegni vigenti all'ordine di Vittorio Veneto e di Medaglia e Croce al Valor Militare



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Noti gli importi medi delle prestazioni vigenti al tempo  $t$  e l'evoluzione dell'indice dei prezzi al consumo tra  $t$  e  $t+1$ , il valore delle medesime prestazioni al tempo  $t+1$  varia per effetto della perequazione automatica ai prezzi.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$IMP_{VV}^{Vt}$  = matrice degli importi medi delle nuove pensioni, in cui il generico elemento  $IMP_{VVr,x,s}^{Vt}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t$ , il valore medio delle rendite vigenti  $V$  per benemerenza  $VV$  erogate agli individui in età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$\bar{p}^{t,t+1}$  = scalare che rappresenta l'evoluzione dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati rilevata tra  $t$  e  $t+1$ .

- *Matrici di output*

$IMP_{VV}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $IMP_{VVr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite

vigenti  $V$  per benemeranza  $VV$  erogate agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

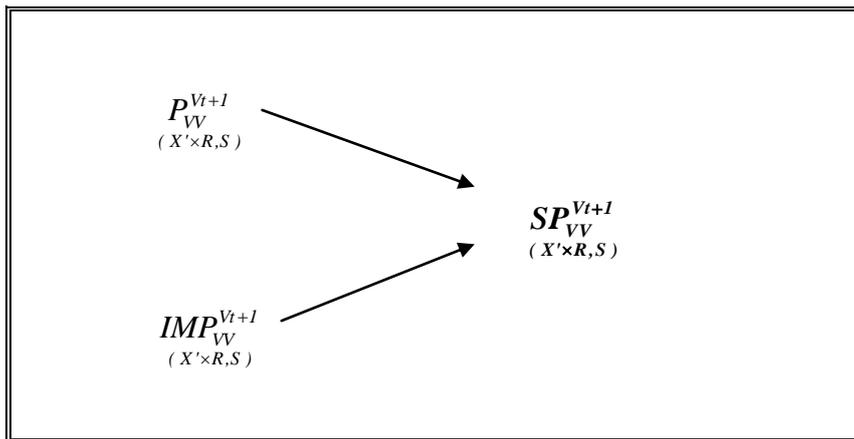
### Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output

Importi medi delle pensioni liquidate:

$$(69) \quad \underset{(X' \times R, S)}{IMP_{VV}^{Vt+1}} = \underset{(X' \times R, S)}{IMP_{VV}^{Vt}} * \underset{(1,1)}{(1 + \bar{p}^{t,t+1})}$$

### 4.7.2. Spesa complessiva

Fig. 40 - Schema delle relazioni per la determinazione della spesa complessiva per le prestazioni di benemeranza vigenti



In corsivo sono indicate le matrici riferite alle variabili di input e alle grandezze stimate al di fuori dello schema centrale del Modulo, in grassetto le matrici delle variabili determinate nello schema centrale del Modulo.

Per ciascun istante di previsione  $t+1$ , la spesa complessiva per le prestazioni per benemeranza viene determinata moltiplicando la loro numerosità per il valore degli importi medi.

### Descrizione delle matrici utilizzate

- *Matrici di input*

$P_{VV}^{Vt+1}$  ( $X' \times R, S$ ) = matrice del numero di pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $P_{VVr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il numero delle rendite erogate  $V$  per benemeranza  $VV$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ ;

$IMP_{VV}^{Vt+1}$  = matrice degli importi medi delle pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $(X \times R, S)$   $IMP_{Vr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , il valore medio delle rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per benemerenza  $VV$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

- *Matrici di output*

$SP_{VV}^{Vt+1}$  = matrice della spesa per pensioni vigenti, in cui il generico elemento  $SP_{VWr,x,s}^{Vt+1}$  rappresenta, nell'istante di previsione  $t+1$ , la spesa per le rendite pensionistiche vigenti  $V$  erogate per benemerenza  $VV$  agli individui di età  $x$ , sesso  $s$ , residenti nella regione  $r$ .

### **Equazioni formali per la determinazione delle variabili di output**

*Spesa per le pensioni vigenti:*

$$(70) \quad SP_{VV}^{Vt+1} = P_{VV}^{Vt+1} * IMP_{VV}^{Vt+1}$$

$(X' \times R, S) \quad (X' \times R, S) \quad (X' \times R, S)$

## **SEZIONE B: Struttura di programmazione**

MODSIM-P è un modello di macro-simulazione dinamica *cell-based*, strutturato in algoritmi di calcolo in programmazione SAS-base, SAS-IML, SAS-Macro. Il programma è organizzato in quattro listati distinti ed autonomi, che contengono la sintassi per l'esecuzione di operazioni di caricamento dati, di gestione delle ipotesi, di simulazione dei tassi e dei parametri strutturali e di elaborazione dell'informazione e produzione dell'output. Il quarto listato riorganizza le simulazioni in forma utile ad un'analisi più sintetica dei risultati.

L'algoritmo è strutturato in modo tale da consentire una gestione flessibile del modello. A tal fine, le principali relazioni formali utilizzano parametri definiti in ambienti concentrati e separati rispetto alla collocazione della relazione algebrica di riferimento. L'intervento discrezionale è reso possibile dalla definizione di insiemi di ipotesi di livello demografico, macroeconomico e normativo. Ciò permette, nei limiti di una loro gestione coerente, l'alterazione e la verifica di combinazioni di insiemi di ipotesi alternative rispetto a quelle definite nello scenario a parametri costanti.

Dopo aver definito le caratteristiche dell'informazione elaborata dal modello, in questa sezione vengono fornite una descrizione sintetica dell'organizzazione logica del programma, la rassegna dell'organizzazione informatica, quella delle possibilità di intervento discrezionale su parti specifiche del programma e sugli insiemi di ipotesi e la descrizione dell'organizzazione dei risultati di simulazione.

### ***5. Descrizione dei dati di origine***

Il modello MODSIM-P elabora un set di informazione definito all'anno-base. Per anno-base si intende l'anno della rilevazione più recente, a partire dal quale vengono effettuate le simulazioni.

Con riferimento alla fonte di rilevazione o produzione, possono essere definiti cinque gruppi distinti di basi di dati: demografici, occupazionali, macroeconomici, retributivi e pensionistici.

In riferimento al contesto demografico, le variabili contenute sono:

- la popolazione residente al 31 dicembre, distinta per regione, genere, classe annuale di età e scenario demografico (basso, centrale e alto), secondo le proiezioni Istat al 2050;
- i tassi di sopravvivenza relativi alle previsioni Istat, distinti per regione, genere, classe annuale di età e scenario (basso, centrale e alto).

Per quanto riguarda i dati relativi al mercato del lavoro, le variabili di riferimento sono:

- la popolazione attiva all'anno-base, con distinzione per regione, genere, classe annuale di età;
- la popolazione occupata all'anno-base e per la serie storica 1986-1998, con distinzione per regione, genere, classe annuale di età, settore di attività economica e posizione professionale.

In riferimento al contesto macroeconomico le variabili sono:

- il Prodotto Interno Lordo all'anno-base, con disaggregazione regionale e per settore di attività economica.

Per i dati sulle retribuzioni lavorative le variabili di input sono:

- le retribuzioni lavorative medie annue definite all'anno-base e per la serie storica 1986-1998, con disaggregazione regionale, per genere, classe annuale di età, settore di attività economica e posizione professionale.

Infine, per i dati dell'universo pensionistico, le variabili di input sono:

- il numero e all'importo medio delle pensioni di Invalidità, Vecchiaia e Anzianità, delle rendite ai Superstiti, dei trattamenti (diretti ed indiretti) per Infortunio e Malattia Professionale, delle rendite pensionistiche per Invalidità Civile, dei trattamenti Sociali e delle rendite (dirette ed indirette) per Guerra; per tutte le tipologie, oltre alla distinzione per fondo di gestione delle tipologie previdenziali, le informazioni sono fornite per regione, genere e classe annuale di età.

Nella tabella che segue (tav. 5.1) riportiamo la distinzione sopra descritta con indicazione dell'origine dei dati per le variabili menzionate.

*Tav. 5.1 - Descrizione delle fonti dei dati per gruppi di variabili*

GRUPPO	VARIABILI	ORIGINE DEI DATI
Demografia	proiez. 2050 popolazione resid. (3 scenari)	Istat, proiezioni demografiche
	proiez. 2050 tassi di sopravvivenza (3 scenari)	Istat, proiezioni demografiche
Merc. Lavoro	popolaz. attiva all'anno-base	Istat, Indagine Forze di Lavoro
	popolaz. occupata all'anno-base	Istat, Indagine Forze di Lavoro
	popolaz. occupata negli anni 1986-1998	Istat, Elab. su dati Indagine Forze di Lavoro
Macroec.	Pil regionale all'anno base	Istat, Contabilità Nazionale, Conti Economici Reg.
Retribuzioni	retribuzioni medie annue all'anno base	Elab. Su dati Svimez e Banca d'Italia, Bilanci Famiglie
	retribuzioni medie annue negli anni 1986-1998	Istat, Contabilità Nazionale, Conti Economici Reg.
Pensioni	numero e importo diverse tipologie all'anno-base	Inps, Casellario Centrale dei pensionati

I dati relativi alla serie storica 1986 – 1998 degli occupati sono stati ottenuti attraverso opportune elaborazioni dell'Istat, Servizio Forze di Lavoro, quelli relativi alle retribuzioni lavorative definite all'anno base sono il risultato di elaborazioni su dati Svimez e dell'Indagine della Banca d'Italia sui Bilanci delle Famiglie. Per tali dati non esiste quindi pubblicazione specifica.

## **6. La struttura generale del modello**

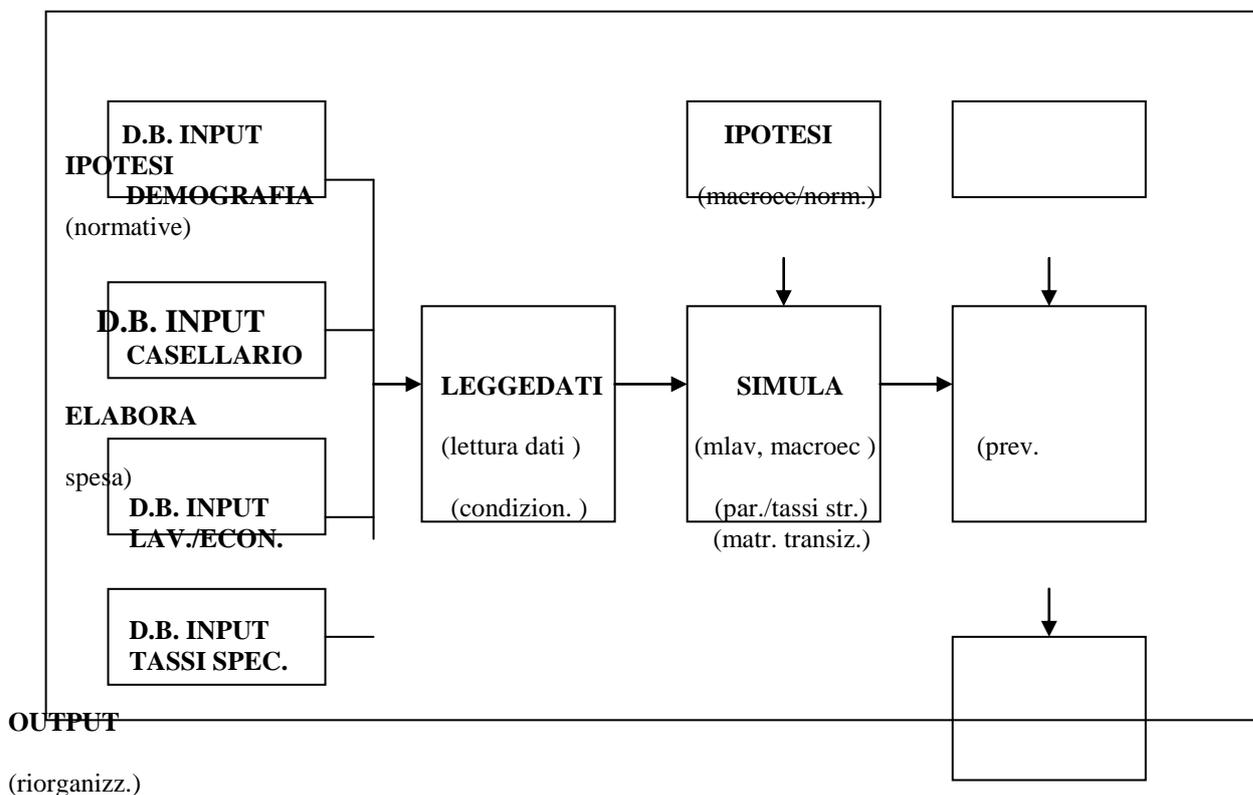
### **6.1. Interazioni tra i diversi listati del programma**

Come anticipato, il modello MODSIM-P, ad un livello di massima generalità, si compone di tre parti distinte ed autonome e di un listato di riorganizzazione dell'output. La prima, definita dal listato di programmazione "Leggedati", esegue la lettura dei dati demografici, del mercato del lavoro e del casellario pensionistico, disponendone la riorganizzazione in forme matriciali conformi alla struttura disaggregata di simulazione e previsione. Le matrici di output

prodotte a questo livello costituiscono l'input del secondo listato, definito "Simula", che genera iterativamente, in base a scenari o insiemi di ipotesi coerenti, i valori futuri dei tassi di pensionamento specifici (per tipologie e gestioni), dei parametri strutturali e delle matrici di transizione di stato. La terza fase, definita dal listato di programmazione "Elabora", utilizza l'informazione di base assunta e riorganizzata al primo livello e la proietta, servendosi delle simulazioni prodotte dal secondo, all'orizzonte di previsione. E' a questo livello che la popolazione esposta ai diversi "rischi tutelati" viene tradotta in numero previsto di beneficiari di trattamenti pensionistici, distinti per regione, età, sesso, tipologia pensionistica e fondo di gestione. Nella stessa fase, applicando alla numerosità ottenuta i valori previsti per gli importi medi dei diversi trattamenti, si ottiene la spesa pensionistica disaggregata.

Una quarta fase, definita dal listato di programmazione "Output", riorganizza il dato di output a seconda delle necessità di valutazione sintetica dei risultati che di volta in volta si presentano. La struttura del modello ora sintetizzata è riprodotta nella fig. 6.1.

Fig 6.1 - Interazioni tra i diversi listati del modello



Dal punto di vista tecnico della programmazione, i quattro listati costitutivi sono assolutamente autonomi l'uno dall'altro, pertanto, possono essere avviati per elaborazione separatamente. Ciò rende possibile l'intervento discrezionale a diversi livelli evitando l'esecuzione dell'intero programma.

## 6.2. Struttura logico-tecnica degli algoritmi di funzionamento

La sintassi contenuta in ogni listato di programmazione è organizzata per moduli specifici di routine, per macro di gestione delle funzioni generiche, per macro principali (main) di richiamo del testo di funzione sotto i cicli di iterazione e per listati di programmazione. Questi ultimi, ognuno dei quali è autonomo rispetto agli altri, rappresentano il livello gerarchico superiore dell'organizzazione logica del programma.

Ai fini di una migliore comprensione dell'organizzazione logica dei listati si consideri che:

- una macro definisce un comando, o un gruppo di comandi, a ciascuno dei quali è assegnato un nome che, quando richiamato, consente l'esecuzione della macro. Il comando *%(nome macro)* apre la macro, il comando *%mend* la chiude;
- un modulo è definito da un gruppo di comandi che può essere eseguito singolarmente; i moduli possono essere gestiti come ambienti separati e ausiliari; un modulo è aperto dal comando *start* e chiuso dal comando *finish*; per eseguire un modulo sotto procedura IML si fornisce generalmente il comando *run*; ciò produce una precedenza nell'esecuzione del testo sotto modulo su quello definito dalla routine di richiamo.

La procedura IML (Interactive Matrix Language) è un ambiente di funzionamento di SAS che assume come elemento di base la matrice. Il ricorso all'ambiente matriciale rende più efficiente l'esecuzione di operazioni tra elementi di matrici, tipiche dell'approccio modellistica *cell-based*. Tranne che per le fasi di caricamento di dati da file esterni, il linguaggio di programmazione adottato lavora sempre sotto procedura IML.

Nella costruzione del programma di calcolo si è fatto ricorso a macro per la gestione della sintassi relativa alla funzione generica e a moduli di routine per la costruzione delle funzioni specifiche. In generale, le macro di MODSIM-P contengono il testo costante delle operazioni di calcolo del numero e degli importi delle prestazioni previdenziali e assistenziali, mentre ai moduli di routine è attribuita la funzione della predisposizione delle basi informatiche delle relazioni algebriche relative a tipologie e gestioni pensionistiche specifiche. Le routine di richiamo dei moduli gestiscono l'informazione che viene sottoposta al testo costante dei moduli.

Omettendo le relazioni algebriche fondamentali contenute nei moduli di routine, che in sostanza riproducono sintatticamente le relazioni algebriche descritte nella sezione A, la composizione di MODSIM-P per listati di programmazione, per macro di funzione generica e per moduli di funzione specifica, è rappresentata nella tabella seguente (tav. 6.2).

Tav. 6.2 - Struttura logica del modello (generale)

LISTATO	Macro	[Moduli] (%macro)	Funzione
<b>Leggedati</b>	demo		→ Lettura dati demografici
	mlav		→ Lettura dati mercato del lavoro
	agginva		→ Lettura dati prestazioni per invalidità
	aggvecc		→ Lettura dati prestazioni per vecchiaia e anzianità
	aggsupe		→ Lettura dati prestazioni per superstiti
	agginfo		→ Lettura dati prestazioni per infortunio
	aggciv		→ Lettura dati prestazioni per invalidità civile
	aggsoci		→ Lettura dati prestazioni per trattamenti sociali
	aggguer		→ Lettura dati prestazioni per guerra
	aggvami		→ Lettura dati prestazioni per valor militare
main		→ Definizione cicli iterativi e richiamo macro	
<b>Simula</b>	modlav		→ Simulazioni mercato del lavoro (scenari)
	economia		→ Simulazioni dinamica del PIL e retribuzioni lavoro (scenari)
	tassipen	[tasinva tasvanz tassupe tasinfo]	→ Simulazioni tassi e probabilità di transizione previdenza
	tassiass	[tasinc tassoc tasgue]	→ Simulazioni tassi e probabilità di transizione assistenza
	main		→ Definizione cicli iterativi e richiamo macro
<b>Elabora</b>	numpre	[ninva nvanz nsuper ninfor]	→ Calcola numero prestazioni per previdenza
	numass	[ninci nsoci nguerra nvalmi]	→ Calcola numero prestazioni per assistenza
	impre	(%cicli (35)) (%regimi di calcolo (5)) (%iinva %ivanz %isuper %iinfor)	→ Calcola importi e spesa per previdenza
	impass	[iinci isoci iguerra ivalmi]	→ Calcola importi e spesa per assistenza
	main		→ Definizione cicli iterativi e richiamo macro

Il listato “Leggedati” si compone di 10 *macro* di funzione (oltre alla principale). La prima esegue il caricamento e l'impostazione matriciale dei dati demografici. La seconda macro contiene la sintassi per la lettura ed il condizionamento matriciale dei dati di base per il mercato del lavoro, mentre le 8 macro rimanenti eseguono lettura e organizzazione dei dati di casellario pensionistico, ripercorrendone la distinzione per tipologia e, per le prestazioni previdenziali, anche per fondi di gestione. In queste macro viene inoltre effettuato il caricamento di alcuni tassi specifici di transizione definiti all'anno base, che non costituiscono oggetto di ipotesi gestibile all'interno del modello e per i quali l'alterazione è possibile esclusivamente intervenendo direttamente sui dati di origine.

Il listato “Simula” è costituito da 4 *macro* di funzione (oltre alla principale). La prima macro contiene la sintassi per la definizione e l'alterazione delle ipotesi sulla dinamica del mercato del lavoro. In particolare, in essa vengono definite le ipotesi per la gestione della dimensione e della forma funzionale dei parametri che descrivono la dinamica dei tassi di partecipazione e di occupazione, opportunamente disaggregati.

La complessità delle diverse strutture di ipotesi configurabili ha reso opportuna la costruzione di una sintassi parallela, che sostanzialmente riproduce l'algoritmo della macro “modlav”. Tale sintassi effettua la calibrazione e il controllo immediato degli effetti indotti dall'alterazione delle ipotesi sui diversi indicatori strutturali che descrivono la dinamica occupazionale. Ciò rende possibile il

dimensionamento coerente delle ipotesi evitando un eccessivo appesantimento della sintassi e dei tempi di elaborazione del modello.

La seconda macro del listato “Simula” contiene gli algoritmi per la simulazione delle ipotesi macroeconomiche e la sintassi per il loro raccordo formale con le ipotesi del mercato del lavoro e con quelle normative. Per raccordo formale si intende l'utilizzo di relazioni algebriche valide per definizione o per ipotesi teorica esplicita. Ciò garantisce la coerenza matematica e teorica di insiemi di ipotesi adottate in fasi logiche e di programmazione diverse. A questo livello vengono inoltre prodotti i parametri e i coefficienti di natura economica.

Le ultime due *macro* eseguono, rispettivamente per trattamenti previdenziali e assistenziali, il calcolo e la simulazione delle matrici di transizione di stato, coerentemente con le ipotesi e i valori simulati per il mercato del lavoro e per le variabili macroeconomiche di interesse. La simulazione delle matrici di transizione di stato utilizza, infatti, oltre all'informazione definita all'anno-base, quella proveniente dalle simulazioni per il mercato del lavoro e per le variabili macroeconomiche. Anche in tal caso viene utilizzata una sintassi per il raccordo formale degli algoritmi per il calcolo di tali matrici con i valori stabiliti dalle ipotesi normative in materia di età di pensionamento e con gli insiemi di ipotesi rilevanti assunte ai livelli precedenti dello stesso listato.

Le ultime due macro del listato di programmazione “Simula” sono a loro volta costituite da *moduli* che rimandano alla particolare tipologia pensionistica, richiamati dalle rispettive *routine* in cui vengono definite le età istituzionali previste dalla normativa ed eseguite le operazioni di caricamento dei dati necessari alla specifica elaborazione. Per una specificazione di tale struttura di programmazione, sostanzialmente comune a tutti i listati di programmazione, ad eccezione di quello per la lettura ed organizzazione dei risultati (listato “Output”), si rimanda alle sezioni dedicate alla descrizione specifica.

Il listato “Elabora” si compone di quattro macro funzionali (oltre alla principale). Le prime due eseguono, rispettivamente, il calcolo del numero di prestazioni previdenziali ed assistenziali, mentre le ultime due il calcolo dell'importo medio delle diverse tipologie previdenziali ed assistenziali. Anche in questi casi, moduli e routine attivano le particolari tipologie e regolano i flussi di informazione ad esse specifici.

All'interno della terza macro (macro “impre”), un'ulteriore struttura per macro gestisce la definizione dei cicli di iterazione per il calcolo dell'importo delle prestazioni di natura previdenziale, per singole gestioni e definiti sottoperiodi dell'intervallo di simulazione. Infatti, ai fini della riproduzione puntuale del disposto normativo in materia di armonizzazione delle diverse gestioni e di transizione graduale al regime contributivo, vengono definiti cinque regimi teorici di periodo, a loro volta distinti rispetto alle sette gestioni previdenziali (5 gestioni principali e due insiemi di gestioni minori). Ciò ha richiesto la definizione di 35 (7 x 5) macro soggette ad un numero equivalente di condizioni di periodo per i rispettivi cicli specifici.

La macro principale (main), presente in ognuno dei primi tre listati, è stata introdotta per ragioni di efficienza di programmazione. Sebbene strutturata in modo diverso per ognuno dei tre listati di programmazione, essa sostanzialmente svolge un ruolo analogo per ciascun listato. La funzione comune è quella di richiamare, in un unico insieme di comandi, le macro funzionali sotto i cicli di anni di simulazione o di categoria, producendone l'esecuzione iterativa. In tal modo si evita l'esecuzione distinta e ripetuta di insiemi di comandi sotto gli stessi cicli di iterazione, con sensibili guadagni in efficienza di elaborazione.

Le tavole che seguono (tavv. 6.3, 6.4, 6.5) riproducono, per singoli listati, la struttura logica di programmazione del modello sopra descritta.

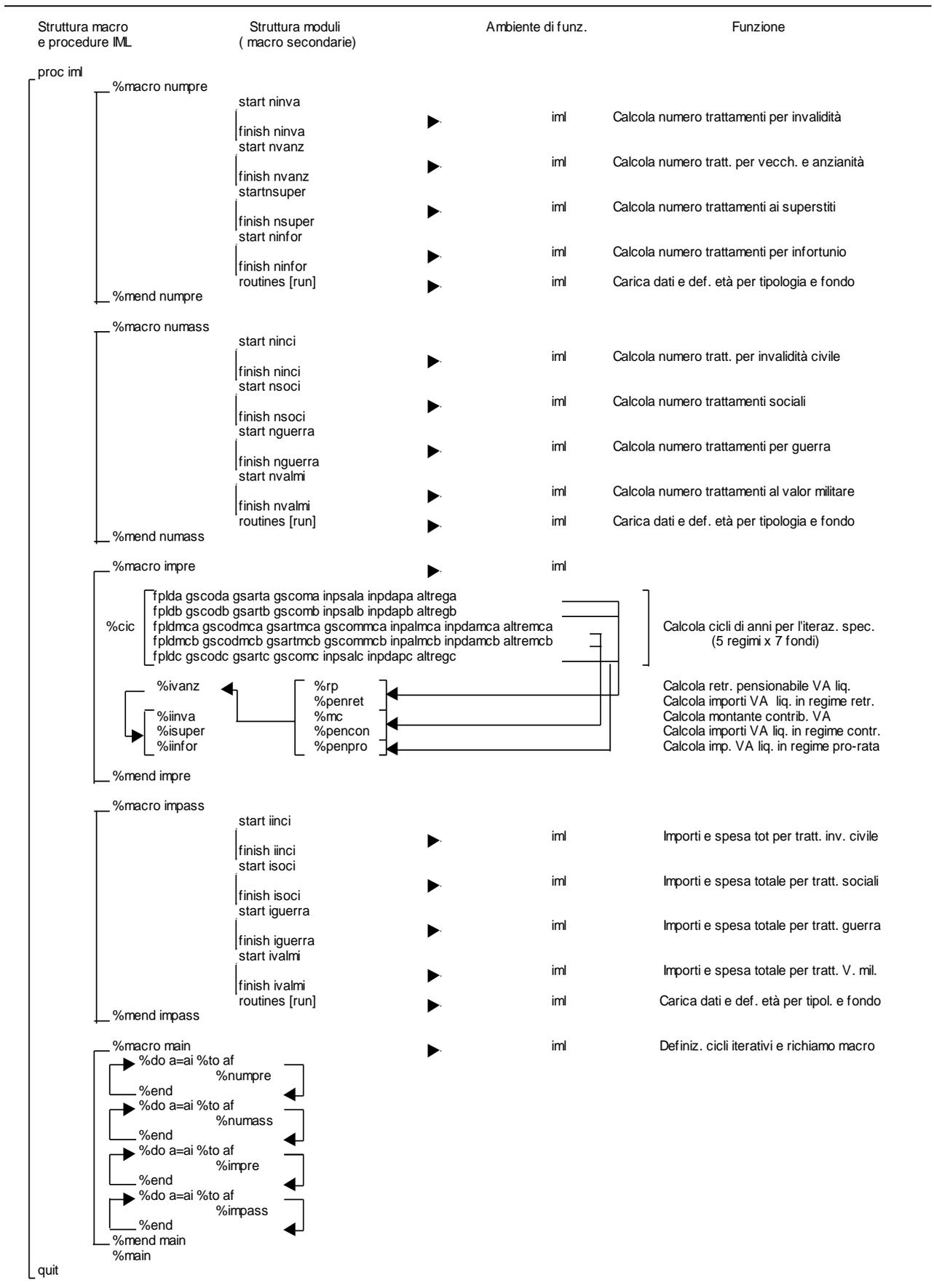
Tav. 6.3 - Struttura logica di programmazione del listato SAS "Leggedati"

Struttura macro	Struttura proc IML	Ambiente di funz.	Funzione
%macro demo	[ proc iml	▶ data step	Lettura dati demografici
%mend demo		▶ iml	Riordino dati demografici in matrici
%macro mlav	[ quit		
%mend mlav	[ proc iml	▶ data step	Lettura dati mercato del lavoro
%macro agginvva		▶ iml	Riordino dati mercato del lavoro in matrici
%mend agginvva	[ quit		
%macro aggvecc	[ proc iml	▶ data step	Lettura tassi anno base
%mend aggvecc		▶ iml	Riordino tassi e dati casellario in matrici
%macro aggsupe			
%mend aggsupe	[ quit		
%macro agginfo	[ proc iml	▶ data step	Lettura tassi anno base
%mend agginfo		▶ iml	Riordino tassi e dati casellario in matrici
%macro aggiciv			
%mend aggiciv	[ quit		
%macro aggsoci	[ proc iml	▶ data step	Lettura tassi anno base
%mend aggsoci		▶ iml	Riordino tassi e dati casellario in matrici
%macro aggguer			
%mend aggguer	[ quit		
%macro aggvami	[ proc iml	▶ data step	Lettura tassi anno base
%mend aggvami		▶ iml	Riordino tassi e dati casellario in matrici
%macro main %demo %mlav		▶ iml	Definizione cicli iterativi e richiamo macro
▶ %do f=1 %to 7 %agginvva %end			
▶ %do f=1 %to 7 %aggvecc %end			
▶ %do f=1 %to 7 aggsupe %end			
%agginfo %aggiciv %aggsoci %aggguer %aggvami			
%mend main %main	[ quit		

Tav. 6.4 - Struttura logica di programmazione del listato SAS "Simula"

Struttura macro e procedure IML	Struttura moduli	Ambiente di funz.	Funzione
proc iml			
%macro modlav		► iml	Simulazioni mercato del lavoro
%mend modlav			
%macro economia		► iml	Simulazioni tassi crescita Pil e retribuzioni lavoro
%mend economia			
%macro tassipen		► iml	Caricamento dati e def. età per tipologia e fondo (prev.)
routines [run]		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti di invalidità
start tasinva		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti di invalidità
finish tasinva			
start tasvanz		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti per vecch. e anzianità
finish tasvanz			
start tassupe		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti ai superstiti
finish tassupe			
start tasinfo		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti per infortunio
finish tasinfo			
%mend tassipen			
%macro tassias		► iml	Caricamento dati e def. età per tipologia e fondo (ass.)
routines [run]		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti per inv. civile
start tasinc		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti per inv. civile
finish tasinc			
start tassoc		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti sociali
finish tassoc			
start tasgue		► iml	Simulazioni tassi per trattamenti per guerra
finish tasgue			
%mend tassias			
%macro main		► iml	Definizione cicli iterativi e richiamo macro
%do a=ai %to af			
%modlav			
%end			
%do a=ai %to af			
%economia			
%end			
%do f=1 %to 8			
%tassipen			
%end			
%do f=9 %to 11			
%tassias			
%end			
%mend main			
%main			
quit			

Tav. 6.5 - Struttura logica di programmazione del listato SAS "Elabora"



A scopo esemplare, viene di seguito fornita una descrizione pratica dell'organizzazione della sintassi per macro, moduli e routine di richiamo. Nella sintassi del listato "Simula" del modello, con riferimento alla tipologia Vecchiaia e Anzianità e al fondo di gestione per i lavoratori dipendenti (FPLD), la struttura logica descritta è riprodotta nelle cinque fasi seguenti:

- *Definizione macro di funzione e variabili macro per fondi specifici*

```
%macro tassipen ;  
...  
  %if (&f=1) %then %let fondo=fpld ;  
...  
%mend
```

- *Definizione routine di richiamo moduli*

```
  if ((&f=1) | (&f=5)) then do ;  
...  
  run tasvanz ;  
...  
end ;  
...
```

- *Definizione moduli di routine*

```
  start tasvanz ;  
...  
  finish tasvanz ;  
...  
%mend
```

- *Chiusura macro funzionale*

```
%mend tassipen ;  
...
```

- *Definizione macro principale di richiamo sotto cicli specifici (di anni o fondi)*

```
%macro main ;  
...  
  %do f=1 %to 8 ;  
    %tassipen ;  
  %end ;  
...  
%mend main ;  
%main ;
```

I cinque punti descritti definiscono la struttura logica generale del modello MODSIM-P. La sintassi relativa ad altre tipologie pensionistiche e ad altri fondi di gestione segue sostanzialmente la stessa impostazione.

### **7. Organizzazione funzionale dei dati: definizione delle librerie SAS**

Come accennato nella sezione precedente, i singoli *data-set* contengono le unità di analisi da cui si sviluppano tutte le successive elaborazioni.

A livello del listato “Leggedati”, attraverso una serie di operazioni, i *data-set* vengono trasformati in matrici, le quali sono riorganizzate in *cataloghi*, che rappresentano un livello intermedio di aggregazione dei dati. *Cataloghi* e *matrici* vengono a loro volta attribuiti a *librerie*, che rappresentano il livello di aggregazione più elevato nella struttura gerarchica di organizzazione dei dati.

Il ricorso alla struttura *librerie – cataloghi – matrici* segue la logica della impostazione modulare di MODSIM-P. Dal punto di vista tecnico di programmazione, la definizione delle librerie avviene mediante l’istruzione *LIBNAME*, che definisce la directory a cui vengono attribuiti (ed in cui vengono memorizzati) i data set e i cataloghi. La sintassi relativa alla definizione delle librerie, per il modulo Previdenza ed Assistenza, è la seguente:

```
libname pop 'c:\modsim\dati\pop ';
libname cas 'c:\modsim\dati\cas';
libname mlav 'c:\modsim\dati\mlav';
libname eco 'c:\modsim\dati\eco';
libname pen 'c:\modsim\dati\pen';
```

Nella tabella che segue viene sinteticamente riprodotto il contenuto delle librerie.

*Tav. 7.1 - Librerie, cataloghi e matrici. Numero e descrizione\**

<b>libreria</b>	<b>catalogo</b>	<b>contenuto</b>	<b>numero</b>	<b>descrizione</b>	
pop	matr	matrici	371	dati proiezione demografica (3 scenari)	
cas		SAS data-set	53	dati casellario anno base (1998)	
mlav	matr	matrici	16768	dati simulazioni mercato del lavoro	
eco	matr	matrici	901	dati simulazioni macroeconomiche	
pen	fpld	matrici	5247	dati simulazioni fondo fpld	
	gscod	matrici	4187	dati simulazioni fondo gscod	
	gscom	matrici	4187	dati simulazioni fondo gscom	
	gsart	matrici	4187	dati simulazioni fondo gsart	
	inpsal	matrici	5247	dati simulazioni altre inps	
	inpdap	matrici	3684	dati simulazioni inpdap	
	altreg	matrici	5247	dati simulazioni altre gestioni	
	icivile	matrici	477	dati simulazioni pensioni inv civile	
	sociali	matrici	477	dati simulazioni pensioni sociali	
	infort	matrici	1166	dati simulazioni pensioni infortunio	
	guerra	matrici	848	dati simulazioni pensioni guerra	
	<b>totale</b>			<b>53047</b>	

\* il numero delle matrici è quello massimo, ottenuto con l’attivazione di tutte le tipologie, i fondi, le regioni, per l’orizzonte 1998-2050.

### **8. Flessibilità del modello: attivazione ridotta e possibilità di intervento sulle ipotesi**

Il modello MODSIM-P permette un utilizzo molto flessibile dello strumento di simulazione, sia in relazione alle possibilità di attivazione di parti distinte del modello, sia in relazione al sostanziale sganciamento, nella definizione e calibrazione delle ipotesi, dalla logica degli “scenari” predefiniti.

La struttura informatica del modello permette l'attivazione (o inibizione) di parti specifiche del programma e l'intervento discrezionale nella definizione di singole ipotesi o di insiemi di ipotesi. La rassegna delle aree di intervento che segue definisce i limiti di gestione flessibile del modello da parte dell'utilizzatore. La possibilità di modificazioni sostanziali rimane aperta, ma richiede l'intervento sulla sintassi del programma. In questo caso si fa riferimento esclusivo alle procedure di intervento su sezioni parametrizzate della sintassi del programma di calcolo.

Nella struttura di programmazione del modello la definizione dei parametri discrezionali (interruttori) avviene tecnicamente attraverso l'utilizzo di *macro-variabili*, cioè di testo costante per valori di elementi matriciali (o scalari), costanti che a loro volta definiscono quantitativamente una ipotesi o un insieme coerente di ipotesi.

### **8.1. Attivazione di parti ridotte del programma**

Allo scopo di una gestione più efficiente e flessibile del modello, è stata impostata una parametrizzazione per l'attivazione di parti distinte del programma. Essa agisce attraverso l'inibizione di parti di sintassi che eseguono insiemi di comandi riferibili a funzioni specifiche. L'esecuzione ridotta del programma è praticabile relativamente a "funzioni generiche" e a "funzioni specifiche".

Nella definizione qui utilizzata appartengono al primo gruppo la definizione dei cicli regionali, cioè la scelta delle regioni da includere nella simulazione, la definizione dell'intervallo di simulazione e quella dei gruppi e delle tipologie pensionistiche. In questo ultimo caso l'esecuzione ridotta riguarda la possibilità di intervenire sul funzionamento del modulo a diversi livelli di dettaglio. Per gruppi si intende la distinzione tra prestazioni di natura previdenziale e prestazioni di natura assistenziale. E' quindi possibile lanciare una esecuzione del programma che abbia per oggetto esclusivo la simulazione della componente previdenziale o assistenziale, della spesa pensionistica.

Per quanto riguarda l'intervento discrezionale sulle tipologie, esso permette l'esecuzione di simulazioni delle singole tipologie pensionistiche (o di loro insiemi) di natura previdenziale e assistenziale. Il comando di gruppo ha precedenza su quello di tipologia, il che comporta che l'inibizione di un gruppo rende impossibile l'esecuzione di qualsiasi tipologia ad esso appartenente. All'insieme delle "funzioni specifiche" appartengono le modalità di intervento sulla sintassi per l'attivazione/inibizione dei singoli fondi di gestione. Tale opzione è praticabile esclusivamente al livello del listato di programmazione "Elabora". Ciò si deve, oltre che a ragioni di struttura della programmazione, al fatto che la simulazione dell'evoluzione di una particolare gestione non è indipendente dai dati di partenza e dalle ipotesi assunte per altre gestioni.

**IN CONSEGUENZA DELL'IMPOSTAZIONE PER LIVELLI GERARCHICI DEL MODELLO, ANCHE IN TAL CASO SI HA UNA PRECEDENZA DEL COMANDO DI TIPOLOGIA SU QUELLO DI GESTIONE; IN ALTRE PAROLE, L'INIBIZIONE DI UNA PARTICOLARE TIPOLOGIA RENDE IMPOSSIBILE L'ESECUZIONE DI SIMULAZIONI DI QUALSIASI GESTIONE AD ESSA APPARTENENTE.**

**LA TABELLA 8.1 RIASSUME LE POSSIBILITÀ DI ESECUZIONE RIDOTTA DEL MODELLO.**

*Tav. 8.1 - Possibilità di esecuzione ridotta per listato di programmazione*

---

<b>Attivazione ridotta</b>	<b>Listato di programmazione</b>
Cicli regionali	Leggedati; Simula; Elabora; Output
Intervallo di simulazione	Leggedati; Simula; Elabora; Output
Gruppi (prev./assist.)	Leggedati; Simula; Elabora
Tipologie pensionistiche	Leggedati; Simula; Elabora
Fondi di gestione	Elabora

---

**8.2. INTERVENTO SULLE IPOTESI OPERATIVE**

**IL MODELLO È STATO PARAMETRIZZATO ANCHE IN RELAZIONE ALLA POSSIBILITÀ DI INTERVENTO SULLE SINGOLE IPOTESI O SU INSIEMI DI IPOTESI (SCENARI). LA GESTIONE DISCREZIONALE DELLE ASSUNZIONI OPERATIVE DI BASE È PRATICABILE IN RELAZIONE AL LIVELLO DEMOGRAFICO, MACROECONOMICO E NORMATIVO.**

**PER QUANTO RIGUARDA IL PRIMO LIVELLO, ABBIAMO VISTO CHE MODSIM-P ASSUME COME INFORMAZIONE DI BASE LE MATRICI DI PROIEZIONE DEMOGRAFICA FORNITE DALL'ISTAT SOTTO TRE SCENARI EVOLUTIVI, A CUI CORRISPONDONO DIVERSI INSIEMI DI IPOTESI SUI TASSI DI FERTILITÀ, SOPRAVVIVENZA E MOBILITÀ INTRANAZIONALE ED INTERNAZIONALE. E' POSSIBILE ATTIVARE UNO DEI TRE SCENARI DEMOGRAFICI (ALTO, CENTRALE, BASSO), MA NON INTERVENIRE SULLE SINGOLE IPOTESI CHE DEFINISCONO L'INSIEME (FERTILITÀ, MORTALITÀ, MIGRATORIETÀ).**

**L'INTERVENTO SULLA SINTASSI CHE GESTISCE IL LIVELLO MACROECONOMICO È PRATICABILE IN RELAZIONE A CINQUE COMPONENTI:**

- **TASSI DI ATTIVITÀ: DIMENSIONE E TRAIETTORIA DINAMICA;**
- **TASSI DI OCCUPAZIONE: DIMENSIONE E TRAIETTORIA DINAMICA;**
- **TASSI DI CRESCITA DEL PIL: DIMENSIONE E TRAIETTORIA DINAMICA;**
- **TASSI DI CRESCITA DELLA PRODUTTIVITÀ E DELLE RETRIBUZIONI: DIMENSIONE E TRAIETTORIA DINAMICA;**
- **TASSI DI CRESCITA DEL LIVELLO DEI PREZZI (INFLAZIONE).**

**L'INTERVENTO SUI TASSI DI ATTIVITÀ PUÒ ESSERE EFFETTUATO DISCRIMINANDO RISPETTO A REGIONE DI RESIDENZA, ETÀ E GENERE,**

**QUELLO SUI TASSI DI CRESCITA DEL PIL E DELLA PRODUTTIVITÀ DEL LAVORO CON DISAGGREGAZIONE REGIONALE E SETTORIALE.**

**PER TRAIETTORIA DINAMICA SI INTENDE LA PARTICOLARE FORMA FUNZIONALE CHE PUÒ ESSERE ASSUNTA NELLA DINAMICA DI TRANSIZIONE DALLO STATO INIZIALE ALLO STATO FINALE DELLA SIMULAZIONE. NON ESISTONO PARTICOLARI FORME FUNZIONALI IMPLEMENTATE, MA UNA SINTASSI CHE RENDE POSSIBILE LA SIMULAZIONE DELLA DINAMICA DEI TASSI SOTTO QUALSIASI TRAIETTORIA.**

**PER IL TASSO DI INFLAZIONE È POSSIBILE SCEGLIERE TRA UNA PROCEDURA ESOGENA E UNA PROCEDURA PARZIALMENTE ENDOGENA. NEL PRIMO CASO VENGONO FISSATE DIMENSIONI E TRAIETTORIE DINAMICHE; NEL SECONDO CASO, DOPO AVER FISSATO UNA COMPONENTE ESOGENA, LA COMPONENTE ENDOGENA RISULTA DALLA DINAMICA DEL PIL E DELL'OCCUPAZIONE (CURVE DI OKUN E DI PHILLIPS), CON COEFFICIENTI DI PROPORZIONALITÀ STIMATI ESOGENAMENTE AL MODELLO.**

**PIÙ COMPLESSA È LA PROCEDURA DI INTERVENTO SUI TASSI DI OCCUPAZIONE. ESSA, COME ANTICIPATO IN FASE DI DESCRIZIONE DELLE RELAZIONI ALGEBRICHE UTILIZZATE NELLA SIMULAZIONE DELLA DINAMICA DEL MERCATO DEL LAVORO, PUÒ ESSERE EFFETTUATA IN RIFERIMENTO A DIVERSE COMPONENTI TEORICHE E CON MASSIMO GRADO DI DISAGGREGAZIONE (OTTENIBILE ATTRAVERSO DIVERSI LIVELLI DI DISAGGREGAZIONE PER LE DIVERSE COMPONENTI TEORICHE). ABBIAMO VISTO CHE I TASSI DI OCCUPAZIONE POSSONO ESSERE ALTERATI RISPETTO ALLE SEGUENTI COMPONENTI TEORICHE DI “DERIVA”:**

- “deriva” di settore di attività economica;
- “deriva” nella posizione professionale;
- “deriva” di genere;
- dinamica occupazionale di base.

Il livello di disaggregazione controllabile dall'ipotesi, nell'aggregato, è pertanto per età, genere, settore di attività, posizione professionale e regione di residenza. La complessità che ne risulta è stata affrontata attraverso la costruzione di un programma parallelo (SimHML) per la calibrazione ed il controllo efficiente delle ipotesi e delle traiettorie dinamiche per i tassi di attività e di occupazione.

Per quanto riguarda il livello normativo, lo scenario legislativo attualmente riprodotto nella sintassi e nei parametri è quello definito dall'attuale legislazione in materia pensionistica. Considerando che la costruzione di scenari normativi fissi pienamente parametrizzati avrebbe sensibilmente ridotto le possibilità di intervento, si è preferito non fornirli, ma strutturare la sintassi in modo tale da rendere facilmente praticabile l'alterazione discrezionale di alcuni importanti parametri e relazioni normative. L'intervento discrezionale è possibile in relazione ai seguenti aspetti:

- età normative di pensionamento;
- definizione tetti pensionabili e coefficienti di calcolo sotto regime retributivo;
- definizione aliquote di contribuzione;

- definizione regole di calcolo del montante contributivo;
- definizione coefficienti di trasformazione;
- definizione del meccanismo di perequazione per scaglioni.

**LA TABELLA 8.2 RIASSUME LE POSSIBILITÀ DI INTERVENTO SULLE  
IPOTESI OPERATIVE DEL MODELLO:**

Tav. 8.2 - Definizione delle ipotesi per livello e listato di programmazione

Ipotesi	Livello	Listato di programmazione
Scenario demografico	demografico	Leggedati; Simula; Elabora; Output
Tassi di attività	macroeconomico	Simula
Tassi di occupazione	macroeconomico	Simula
Tassi variazione del Pil	macroeconomico	Simula
Tassi variazione produttività	macroeconomico	Simula
Tassi di inflazione	macroeconomico	Simula
Età di pensionamento	normativo	Simula; Elabora
Tetti pensionabili	normativo	Elabora
Coeff. calcolo retributivo	normativo	Elabora
Aliquote contributive	normativo	Elabora
Regole calcolo montante	normativo	Elabora
Coeff. Di trasformazione	normativo	Elabora
Perequaz. Per scaglioni	normativo	Elabora

### 9. Lettura ed organizzazione dei risultati di simulazione

L'ampia disaggregazione dell'informazione elaborata dal modulo permette una numerosità di possibili riorganizzazioni del dato di output. Si è scelto, in considerazione delle necessità di analisi e degli indicatori generalmente utilizzati, di fornire uno standard per la presentazione dei risultati di simulazione, che viene prodotto dal listato di programmazione "Output".

Si consideri infatti che la funzione principale del listato di programmazione "Output" è quella dell'esecuzione delle opportune riorganizzazioni matriciali e del salvataggio dei risultati in formato di testo (*txt*). La produzione delle tabelle finali in formato *xls* non è immediata e richiede il rispetto di alcuni passaggi.

Compiuta l'esecuzione del listato, i file in formato *txt* vanno aperti da excel servendosi del programma di lettura in formato *xls* "Output" e salvati nella stessa sotto-cartella di MODSIM-P con nome identificativo del tipo di simulazione e comunque diverso da quello del programma di lettura.

Ogni esecuzione del listato di programmazione SAS "Output" produce tre file di testo, rispettivamente per la riaggregazione dei dati relativi alla simulazione della componente demografica, del mercato del lavoro e della spesa pensionistica (*tab1.txt*, *tab2.txt*, *tab3.txt*), la cui collocazione è gestita dalla sintassi seguente:

```
filename TAB1a "c:\modsim\output\tab1a.txt" ;
filename TAB2a "c:\modsim\output\tab2a.txt" ;
filename TAB3a "c:\modsim\output\tab3a.txt" ;
```

Il percorso di collocazione dei file può essere modificato nei modi consueti in relazione alle esigenze dell'utente.

Come accennato, il passo successivo è l'apertura dei file in formato di testo in ambiente excel. Una volta richiamati i tre file si apre il programma di lettura "Output.xls" in formato excel, la cui collocazione è:

c:\modsim\output\Output.xls

Il programma legge i dati dei tre file e ne produce la riorganizzazione finale. In particolare, vengono prodotte tre tabelle sintetiche, rispettivamente per i dati ed indicatori demografici, del mercato del lavoro e della spesa pensionistica.

Si consideri che i tre file prodotti dall'esecuzione del listato di programmazione SAS "Output" hanno contenuto non nullo solo relativamente al periodo simulato, il che comporta che non è possibile lanciare il programma per due sottoperiodi distinti e quindi procedere alla lettura in excel. Allo stato attuale del programma, le modalità descritte, sotto questo punto di vista, non possono essere alterate.

Al fine di evitare che in successive elaborazioni si rischi di aggiornare i risultati di esecuzioni precedenti, è opportuno che in questa fase il file relativo alla simulazione venga salvato in versione *speciale* rispetto ai soli valori delle celle delle tabelle prodotte.

Le tabelle riportate di seguito schematizzano in modo semplificato la riorganizzazione finale dei risultati di simulazione ottenibili seguendo le procedure descritte. Le tabelle riepilogative non fanno riferimento al periodo di simulazione. Si consideri che, nella reale riorganizzazione dell'output, la struttura viene rappresentata in riga e la dimensione temporale in colonna.

Le due tabelle che seguono riassumono lo standard adottato per la presentazione dei risultati della proiezione demografica (tav.9.1) e della simulazione dell'evoluzione del mercato del lavoro (tav. 9.2). Tali risultati costituiscono i primi due fogli di lavoro del file di lettura e riorganizzazione dei risultati "Output.xls". La struttura reale prevede una riproduzione per riga della dimensione di genere, qui riportata in colonna, secondo l'ordine Totale – Maschi – Femmine.

Tav. 9.1 - Riorganizzazione dei risultati della proiezione demografica

VALORE	GENERE		
	Totale	Maschi	Femmine
POP 0-14	X	X	X
var%	X	X	X
POP 15-64	X	X	X
var%	X	X	X
POP 65+	X	X	X
var%	X	X	X
TOTALE	X	X	X
var%	X	X	X
IV	X	X	X
var%	X	X	X
IA	X	X	X
var%	X	X	X
IDA	X	X	X
var%	X	X	X
IDG	X	X	X
var%	X	X	X

Tav. 9.2 - Riorganizzazione dei dati della simulazione del Mercato del Lavoro

VALORE	GENERE		
	Totale	Maschi	Femmine
ATTIVI	X	X	X
var %	X	X	X
OCCUPATI	X	X	X
var %	X	X	X
RETRIBUZIONI	X	X	X
var %	X	X	X
RETR./OCC.	X	X	X
var %	X	X	X

Le tabelle da 9.3 a 9.5 sono dedicate alla descrizione dell'organizzazione dei risultati della simulazione del numero di trattamenti pensionistici, della spesa e dei relativi indicatori. La prima tabella (tav. 9.3) si riferisce alle definizioni adottate nelle abbreviazioni e tassonomia utilizzate per i gruppi, le tipologie e le gestioni simulate.

Tav. 9.3 - Descrizione della tassonomia e delle abbreviazioni

GRUPPO, TIPOLOGIA	
o GESTIONE	DESCRIZIONE
<b>Totale</b>	Totale delle prestazioni previdenziali, indennitarie e assistenziali
<b>IVS</b>	Prestazioni per Invalidità, Vecchiaia e Anzianità e Supersiti
<b>Indenn</b>	Trattamenti pensionistici indennitari per danni di servizio lavorativo o militare
<b>Assist</b>	Trattamenti pensionistici assistenziali attribuiti per ragioni non di servizio
<b>Inval</b>	Pensioni di Invalidità
<b>Vec/Anz</b>	Pensioni di Vecchiaia ed Anzianità
<b>Super</b>	Pensioni ai Superstiti
<b>Infort</b>	Pensioni per Infortunio e Malattia Professionale
<b>InvCiv</b>	Pensioni di Invalidità Civile
<b>Soc</b>	Pensioni Sociali
<b>Guerra</b>	Pensioni di Guerra
<b>FPLD</b>	Gestione Fondo Previdenza Lavoratori Dipendenti
<b>GSCoD</b>	Gestione Speciale Coltivatori Diretti
<b>GSArt</b>	Gestione Speciale Artigiani
<b>GSCom</b>	Gestione Speciale Commercianti
<b>INPSal</b>	Altre gestioni INPS
<b>INPDAP</b>	Gestione Dipendenti dell'Amministrazione Pubblica
<b>alGest</b>	Altre gestioni

La tabella che segue fornisce una descrizione delle modalità di aggregazione per tipologia utilizzate nella definizione dei gruppi. Per le tipologie di natura assistenziale la tipologia corrisponde, per ragioni di convenienza di programmazione ed in termini di unità di analisi, alla gestione.

Tav. 9.4 - Definizione dei gruppi per tipologia

GRUPPO	TIPOLOGIA						
	Invalidità	Vec/Anz	Superstiti	Ind	InvCiv	Soc	Guerra
<b>Totale</b>	X	X	X	X	X	X	X
<b>IVS</b>	X	X	X	-	-	-	-
<b>Indennitarie</b>	-	-	-	X	-	-	X
<b>Assistenziali</b>	-	-	-	-	X	X	-

Prima di fornire la descrizione dell'aggregazione in gruppi per gestioni, si presenta una tabella per la descrizione delle tipologie previdenziali rispetto alle diverse gestioni (tav.9.5).

Tav. 9.5 - Tipologie previdenziali e gestioni

TIPOLOGIA PREVIDENZIALE	GESTIONE						
	FPLD	GSCoD	GSArt	GSCom	INPSal	INPDAP	alGest
<b>Invalidità</b>	X	X	X	X	X	-	X
<b>Vecchiaia/Anzianità</b>	X	X	X	X	X	X	X
<b>Superstiti</b>	X	X	X	X	X	X	X

Come si nota, le tipologie IVS vengono erogate, nelle definizioni adottate nel programma, da cinque gestioni specifiche e da due gruppi di diverse gestioni minori (INPSal e alGest). Nella tabella che segue (tav.9.6) viene descritta l'aggregazione per gruppi rispetto alle diverse gestioni previdenziali e tipologie assistenziali.

Tav. 9.6 - Definizione dei gruppi per gestione e tipologia assistenziale

GRUPPO	GESTIONE o TIPOLOGIA ASSISTENZIALE										
	FPLD	GSCoD	GSArt	GSCom	INPSal	INPDAP	alGest	Ind	InvCiv	Soc	Guerra
<b>Totale</b>	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
<b>IVS</b>	X	X	X	X	X	X	X	-	-	-	-
<b>Indennitarie</b>	-	-	-	-	-	-	-	X	-	-	X
<b>Assistenziali</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	X	X	-

Lo standard di presentazione dei risultati è organizzato per gruppi (tav. 9.6), gestioni previdenziali e tipologie di natura assistenziale. All'interno delle diverse gestioni previdenziali si distingue per tipologie, quindi tra prestazioni per Invalidità, Vecchiaia e Anzianità, Superstiti. Per la gestione Inpdap si distingue esclusivamente tra prestazioni per Vecchiaia ed Anzianità e prestazioni ai Superstiti; la tipologia Invalidità non rientra infatti nelle attività istituzionali dell'Inpdap. Come anticipato, le prestazioni per Infortunio/Malattia professionale e le pensioni di Guerra vengono distinte tra prestazioni dirette e indirette (ai superstiti di aventi diritto).



## SEZIONE C: La base dati

### 10. Le fonti dei dati

Il modello di simulazione della spesa per pensioni MODSIM-P si avvale di dati demografici ed economici provenienti da fonti ufficiali dell'Istat, dell'INPS e della SVIMEZ, ottenuti nella disaggregazione richiesta con l'utilizzo di opportune elaborazioni.

Data la struttura del modello, le elaborazioni procedono per moduli e si basano, in ogni sua fase, su informazioni di "tipo derivato", prodotte da alcuni moduli ed esterne ad altri e quindi interne al modello, ed informazioni di "tipo specifico", legate al funzionamento del modello ed esterne sia ai singoli moduli sia al modello.

Le basi di dati si distinguono oltretutto per il tipo di informazione in esse contenuta anche per le fonti di provenienza. A tal proposito, le principali fonti utilizzate sono:

- le previsioni demografiche della popolazione dell'Istat;
- l'indagine sulle forze di lavoro dell'Istat;
- il Casellario centrale dei pensionati dell'INPS;
- i conti economici regionali dell'Istat;
- dati stimati dalla SVIMEZ sulle retribuzioni lavorative.

#### 10.1. Le previsioni demografiche dell'Istat con base 01/01/1996

Nella versione attuale del modello, la popolazione utilizzata nelle simulazioni è quella residente al 31 dicembre di ogni anno e prevista dall'Istat con base 01/01/1996 secondo gli scenari evolutivi deterministici basso, medio e alto di mortalità, fecondità e movimenti migratori. In particolare, lo *scenario centrale* è caratterizzato da stabilizzazione dell'intensità nella fecondità, lieve riduzione nella mortalità e costanza nei flussi migratori rispetto al periodo cui si riferisce la base della previsione; lo *scenario alto*, in cui si ipotizzano prospettive più favorevoli di fecondità e di speranza di vita media ed un flusso migratorio più consistente rispetto ai valori dell'anno base; lo *scenario basso*, in cui si suppone che i quozienti di fecondità rimangano costanti al livello dell'anno base e che i tassi di sopravvivenza ed il ritmo di evoluzione dei flussi migratori tendano gradualmente a ridursi (Istat, 1997).<sup>51</sup>

---

<sup>51</sup> Per quanto riguarda le nascite, nell'*ipotesi centrale* viene assunta una ulteriore diminuzione dei livelli di fecondità delle coorti, facendo passare il TFT da 1,2 del 1996 a 1,43 nel 2020. Si ipotizza inoltre la prosecuzione del processo, già in atto, di slittamento in avanti dell'inizio della vita feconda, con il relativo aumento dell'età media della madre. Per quanto riguarda la mortalità si assume che gli uomini raggiungono i 78,3 anni di vita media nel 2020 e le donne di 84,7, aumentando in modo tendenziale rispetto ai valori registrati nel corso degli anni '70 e '80. Dal livello di 108 mila persone all'anno nel 1994 il numero degli iscritti viene supposto scendere a circa 100 mila all'anno fino al 2000, livello che permane fino al 2020.

In particolare, nell'*ipotesi alta* si ipotizza una ripresa del tasso di fecondità sino al livello di 1,75 figli per donna nel 2020 rispetto a 1,2 del 1996. La vita media raggiunge gli 80,1 anni per gli uomini e gli 86,3 anni per le donne. Entrambe le componenti migratorie presentano i loro valori massimi: le iscrizioni crescono fino a raggiungere 140 mila ingressi annui nel 2020, per le cancellazioni il livello medio annuale viene ipotizzato salire a 65 mila uscite nel 2020.

Nell'*ipotesi bassa* si ipotizza che il TFT scenda dal livello di 1,2 nel 1996 al livello di 1,1 nel 2020 e la dinamica della sopravvivenza risulti più debole rispetto a quella di ipotesi centrale: la vita media si arresterebbe nel 2020 a 76,9 per gli uomini e 83,3 anni per le donne. Per i flussi migratori si ipotizza una più marcata riduzione del livello sia delle iscrizioni che delle cancellazioni. Le iscrizioni dall'estero

A seguito della recente diffusione di previsioni Istat sulla popolazione residente con base 01/01/1998, si prevede un prossimo aggiornamento della base dati del modello. Le nuove previsioni riguardano, in particolare, modifiche nei livelli di fecondità e di mortalità ma soprattutto variazioni nella portata del flusso migratorio.

Per quanto riguarda il tipo di informazione, la popolazione residente rientra tra quella di tipo specifico che viene acquisita dal listato "leggedati" attraverso una macro funzionale predisposta a questo scopo. La disaggregazione richiesta al funzionamento della macro prevede un dettaglio per regione, classe annuale d'età e genere. Le regioni considerate sono 20 - non sono esplicitate le due provincie autonome di Bolzano e Trento - mentre le classi di età, annuali, coprono la fascia 0-90+, dove 90+ indica la classe residuale degli individui con oltre 90 anni di età. L'anno base del modello è il 1998 e le previsioni, annuali, si estendono fino al 2050.

Dalla fonte dati sulle previsioni demografiche, disponibili per ogni anno ( $t$ ) secondo gli scenari basso, medio e alto e relativi alla popolazione residente appartenente alle varie classi di età ( $x$ ), vengono tratti anche i tassi di sopravvivenza distinti per regione, classe annuale d'età e genere per gli anni di previsione 1998-2050 e scenario demografico. I tassi di sopravvivenza vengono utilizzati per simulare il numero di individui sopravvissuti tra l'anno precedente ( $t-1$ ) nella classe di età precedente ( $x-1$ ) all'anno in corso ( $t$ ) delle simulazioni, dunque alla classe di età successiva ( $x$ ).

## **10.2. Le forze di lavoro dell'Istat**

I dati sul mercato del lavoro, ottenuti per gli anni di previsione all'interno del modulo Mercato del Lavoro, quindi di origine derivata, ed elaborati per gli anni passati sulla base dell'indagine delle Forze di Lavoro dell'Istat, e quindi di origine specifica, sono:

- la popolazione attiva, in valori medi annui distinti per scenario dei tassi di attività (1999-2050);
- la popolazione occupata, in valori medi annui distinti per posizione nella professione e scenario dei tassi di occupazione (1999-2050);
- la popolazione occupata, in valori medi annui distinti per posizione nella professione (1986-1998).

La disaggregazione dei dati riguarda la posizione nella professione (dipendente e autonomo), la regione (le 20 regioni), la classe annuale d'età (15-70), il genere (maschi e femmine) e il settore di attività economica (agricoltura, industria ed attività dei servizi).

La produzione dei valori medi annui degli attivi e degli occupati per gli anni di previsione 1999-2050 avviene attraverso un semplice calcolo moltiplicativo tra matrici. Applicando alla popolazione prevista dall'Istat i tassi di attività e di occupazione, ricavati per l'anno base 1998 tramite una elaborazione dei dati dell'indagine delle Forze di lavoro dell'Istat e sotto ipotesi di loro invarianza nel tempo (scenario *benchmark*), si ottengono le proiezioni della popolazione

---

partendo dal livello di 108 mila l'anno si riducono prima nel 2000 a 60 mila circa l'anno, dopo di che il numero dei nuovi ingressi viene mantenuto costante fino alla fine della previsione. Le cancellazioni per l'estero, invece, diminuiscono fino al livello di 24 mila unità annue registrate nel 2020, per assestarsi intorno a quel valore.

attiva e della popolazione occupata relative agli anni di previsione 1999-2050 e le proiezioni della popolazione disoccupata come differenza tra le precedenti.

Le matrici di previsione della popolazione attiva e occupata, così calcolate, vengono acquisite come input nel modulo “previdenza ed assistenza” con la disaggregazione richiesta e sono, quindi, di origine derivata.

Diversamente, i dati storici sulla popolazione attiva ed occupata, necessari al calcolo del numero e degli importi medi delle prestazioni pensionistiche, sono stati elaborati esternamente al modello sulla base dell’indagine delle Forze di lavoro per ottenere la disaggregazione per posizione nella professione, regione, classe annuale d’età, genere e settore di attività economica, e quindi sono di origine specifica. L’elaborazione è stata diversa per i vari anni considerati, infatti per gli anni 1997 e 1998 sono stati resi disponibili dal Servizio Forze di Lavoro dell’Istat dati sugli occupati ad un elevato livello di disaggregazione, mentre per gli anni 1986-1996 sono stati utilizzati i dati pubblicati sull’Annuario Forze di Lavoro, opportunamente rielaborati al fine di ricavare gli *stock* al livello di disaggregazione necessario.

I dati sulle retribuzioni lavorative medie annue per occupato, prodotte per gli anni di previsione all’interno del modulo Mercato del Lavoro, e quindi di tipo derivato, e per gli anni storici compreso l’anno di base 1998 prodotti all’esterno del modello e quindi di tipo specifico, sono:

- le retribuzioni lavorative, in valori medi annui distinte per posizione nella professione (1986-2050).

Come per i dati relativi all’occupazione, la disaggregazione delle retribuzioni lavorative utile al calcolo degli importi delle pensioni previdenziali ed indennitarie liquidate prevede un dettaglio per genere (maschi e femmine), classe annuale d’età (15-70) e regione di appartenenza (20 regioni) del percettore e settore di attività economica (agricoltura, industria ed attività dei servizi), oltreché per posizione nella professione (dipendente e autonomo). Le basi informative disponibili a tale riguardo sono tuttavia molto limitate. I dati sulle retribuzioni lorde annue relative ai soli lavoratori alle dipendenze, classificati esclusivamente per settore di attività economica e regione, sono fornite dai Conti economici regionali dell’Annuario Contabilità Nazionale diffusi dall’Istat e disponibili fino al 1995. Per gli anni successivi 1996-1998 si è pertanto proceduto alla ricostruzione di tali aggregati sulla base di stime SVIMEZ riguardanti i redditi da lavoro dipendente per ripartizione territoriale e per settore di attività economica.

Il profilo per genere ed età<sup>52</sup> di tali retribuzioni e i dati sui redditi da lavoro autonomo vengono invece stimati facendo ricorso ad elaborazioni sui microdati forniti dall’indagine sui bilanci familiari della Banca d’Italia<sup>53</sup>.

### **10.3. Il Casellario centrale dei pensionati dell’INPS**

Il Casellario centrale dei pensionati è un archivio amministrativo depositato presso l’INPS, precisamente “Casellario centrale per la raccolta, la conservazione e la gestione dei dati e degli elementi relativi a titolari di trattamenti pensionistici” (Istat – INPS, 1998). In base al D.P.R. n. 1388 del 1971, successivamente modificato dal D.L.

---

<sup>52</sup> Tale profilo, necessario ai fini dello sviluppo del modello, non è invece fornito dalle indagini condotte dall’Istat.

<sup>53</sup> L’elaborazione è stata effettuata sulla base dei dati dell’Indagine relativa al 1995.

n. 352 del 1978 e dalla legge n. 85 del 22 marzo 1995, tutti gli enti erogatori di prestazioni pensionistiche obbligatorie e integrative e i soggetti erogatori di pensioni e assegni continuativi assistenziali sono tenuti a comunicare periodicamente all'INPS la situazione delle prestazioni pensionistiche vigenti al 31 dicembre dell'anno precedente. Tale archivio è dunque esaustivo sui trattamenti pensionistici liquidati annualmente in Italia, tuttavia, contiene solo limitate informazioni di carattere socio-demografico sui titolari delle prestazioni.

Applicando ai microdati del Casellario centrale una procedura di estrazione SAS sono stati creati dataset di input contenenti informazioni di tipo specifico relative al numero e all'importo medio delle prestazioni pensionistiche vigenti e liquidate nell'anno di base 1998. Le prestazioni pensionistiche considerate nell'elaborazione sono quelle di invalidità, vecchiaia ed anzianità, ai superstiti, agli invalidi civili, le rendite pensionistiche dirette ed indirette per infortunio sul lavoro e malattie professionali e per guerra e le rendite pensionistiche sociali.

La procedura di estrazione, esterna al modulo ed effettuata sulla base di un campione rappresentativo estratto casualmente dal Casellario dell'INPS, classifica i circa 500.000 record individuali in base alla regione di residenza, all'età e al genere del percettore della prestazione e li archivia in opportuni dataset SAS distinti per tipologia di prestazione e per fondo erogatore.

Le tipologie di trattamento pensionistico considerate e i rispettivi fondi di gestione sono:

1) Trattamenti pensionistici d'invalidità, vecchiaia ed anzianità e superstiti

INPS:

- Fondo pensioni lavoratori dipendenti;
- Gestione speciale coltivatori diretti, mezzadri e coloni;
- Gestione speciale artigiani;
- Gestione speciale commercianti;
- Altre gestioni INPS.

INPDAP:

- Cassa statali, enti locali, sanitari, insegnanti, ufficiali giudiziari, ente FF.SS., istituto postelegrafonici.

GESTIONI MINORI

- In questo raggruppamento sono inclusi i Fondi che gestiscono forme di previdenza sostitutive dell'AGO INPS. In una prima fase di previsione vengono stimati indirettamente, in relazione all'evoluzione delle prime due categorie.

2) Pensioni per infortunio sul lavoro e malattia professionale

In questo gruppo vengono considerate:

- Pensioni per infortunio sul lavoro erogate dall'INAIL, incluse le prestazioni relative alla gestione conto Stato ed IPSEMA.

### 3) Pensioni di invalidità civile

Sono erogate dal Ministero dell'Interno.

### 4) Pensione ed assegno sociale

Sono erogati dall'INPS.

### 5) Pensioni di benemerenzza

In questa tipologia sono considerate:

- Pensioni di guerra ed assegni di Medaglia d'oro erogate dal Ministero del Tesoro;
- Assegni all'Ordine di Vittorio Veneto e Assegni di Medaglia e Croce al Valor Militare, erogati anch'essi dal Ministero del Tesoro.

I dataset così ottenuti vengono successivamente letti e sistemati in matrici nella dimensione richiesta dagli algoritmi del modello MODSIM-P.

## ***11. La gestione dei dati***

Il modello MODSIM-P si compone di vari moduli, ciascuno dei quali può raggruppare specifiche operazioni per l'acquisizione e sistemazione in matrici dei dati provenienti da file esterni, di tipo specifico, come accade nel Modulo Demografia, nel Modulo Economia e in parte anche nel Modulo Mercato del Lavoro, oppure operazioni per l'elaborazione dei dati intermedi, di tipo derivato, finalizzate alla produzione di output per gli anni di simulazione, come nel Modulo Mercato del Lavoro e nel Modulo Previdenza ed Assistenza.

Rientrano nel primo ordine di operazioni, la creazione delle matrici sulla popolazione residente per tutti gli anni di previsione che vengono acquisite dalle previsioni demografiche dell'Istat esterne al modello, e la creazione delle matrici sulle retribuzioni lavorative, necessarie al calcolo della retribuzione pensionabile sotto regime retributivo o misto, e sugli occupati medi, che costituiscono la popolazione esposta al rischio di pensionamento, per l'anno base (1998) e per gli anni storici.

Al secondo ordine di operazioni appartiene invece la produzione delle matrici della popolazione occupata, della popolazione attiva, delle retribuzioni lavorative medie, del numero e degli importi delle prestazioni previdenziali ed assistenziali per gli anni di proiezione tra il 1999 e il 2050, la cui gestione viene effettuata attraverso un sistema di salvataggio delle stesse in librerie SAS opportunamente create.

### **11.1. Le previsioni demografiche dell'Istat**

Le proiezioni demografiche della popolazione residente al 31 dicembre di ogni anno rientrano tra i dati di input "di origine specifica" che necessitano di una risistemazione in matrici nella dimensione utile al funzionamento degli algoritmi del modello. Tale processo avviene per fasi successive. La prima fase è caratterizzata dalla lettura dei dati, salvati su file di formato .csv con delimitatore di elenco recante, per ciascuna regione, le proiezioni demografiche dal 1996 al 2050 della popolazione residente distinta per classi annuali d'età (0-90+), per genere (maschio, femmina e

totale) e per scenario demografico (centrale, basso e alto) e, in seguito, dalla loro sistemazione in matrici SAS (fase 1). La seconda ed ultima fase prevede la riorganizzazione dei dati contenuti nelle matrici provenienti dalla prima fase, in matrici che contengano per ogni anno di previsione i dati relativi alle 20 regioni, consentendo comparabilità con le matrici presenti negli algoritmi di calcolo successivi (fase 2). Le matrici definitive vengono così salvate nella libreria POP.

Le fasi cui viene sottoposto il file iniziale sono pertanto:

Fase 1: file pop1.csv (popolazione prevista secondo tre scenari demografici per la regione Piemonte=1)

Regione	Anno proiezione	Classe d'età	Popmc	popfc	poptc	popmb	popfb	poptb	popma	popfa	popa
1	1996	0	#	#	#	#	#	#	#	#	#
1	1996	1	#	#	#	#	#	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	1996	90	#	#	#	#	#	#	#	#	#
1	1996	90+	#	#	#	#	#	#	#	#	#
1	1997	0	#	#	#	#	#	#	#	#	#
1	1997	1	#	#	#	#	#	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	1997	90	#	#	#	#	#	#	#	#	#
1	1997	90+	#	#	#	#	#	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	2050	0	#	#	#	#	#	#	#	#	#
1	2050	1	#	#	#	#	#	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	2050	90	#	#	#	#	#	#	#	#	#
1	2050	90+	#	#	#	#	#	#	#	#	#

Fase 2: matrice popc1996 (matrice popolazione prevista secondo lo scenario demografico centrale = c nel 1996)

Regione	Anno proiezione	Classe d'età	popmc	popfc
1	1996	0	#	#
1	1996	1	#	#
...	...	...	...	...
1	1996	90	#	#
2	1996	0	#	#
2	1996	1	#	#
...	...	...	...	...
2	1996	90	#	#
...	...	...	...	...
20	1996	0	#	#
20	1996	1	#	#
...	...	...	...	...
20	1996	90	#	#

## 11.2. Le forze di lavoro dell'Istat

I file contenenti i tassi di attività e di occupazione dei lavoratori dipendenti e autonomi, gli occupati dipendenti e autonomi, gli attivi e le retribuzioni lavorative medie, per gli anni storici di interesse e per l'anno base, elaborati annualmente

all'esterno del modello e salvati su file .csv con delimitatore di elenco, sono acquisiti come informazione di tipo specifico e sono sistemati in matrici all'interno della libreria.

A titolo di esempio si riporta lo schema di una matrice tipo degli occupati per il 1998, la cui dimensione è di 1120 righe e 9 colonne (1120x9):

Regione	Anno	Classe d'età	odam	odaf	odim	odif	odaam	odaaf
1	1998	15	#	#	#	#	#	#
1	1998	16	#	#	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	1998	70	#	#	#	#	#	#
2	1998	15	#	#	#	#	#	#
2	1998	16	#	#	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...	...	...
2	1998	70	#	#	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...
20	1998	15	#	#	#	#	#	#
20	1998	16	#	#	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...	...	...
20	1998	70	#	#	#	#	#	#

La matrice sopra riportata viene pertanto acquisita con le disaggregazioni per regione (1-20), classi annuali di età (15-70), posizione nella professione (dipendenti e autonomi) e settore di attività economica (agricoltura, industria e attività di servizi) e genere (es. odam=occupati dipendenti in agricoltura maschi) e nominata in base all'anno di riferimento prima di essere archiviata nella libreria LAV di SAS. La matrice OD1998 rappresenta la matrice degli occupati dipendenti relativa all'anno 1998.

La matrice delle retribuzioni lavorative medie presenta dimensione identica e stesso livello di disaggregazione della matrice degli occupati. In questo caso la variabile rldm rappresenta la retribuzione media dei lavoratori maschi nella posizione di dipendente. Analogamente, la matrice RLD1998 salvata nella libreria LAV indica la matrice delle retribuzioni lavorative medie relativa a lavoratori dipendenti e riferita all'anno 1998.

Le matrici degli attivi (A1998) e dei tassi di attività che ne derivano (TA1998) presentano una disaggregazione per regione (1-20), classi annuali di età (15-70), e per genere (maschi, femmine), ma non per posizione nella professione e settore di attività economica. A titolo di esempio si riporta lo schema di una matrice degli attivi per il 1998 (1120x5):

Regione	Anno	Classe d'età	am	af
1	1998	15	#	#
1	1998	16	#	#
...	...	...	...	...
1	1998	70	#	#
2	1998	15	#	#
2	1998	16	#	#
...	...	...	...	...
2	1998	70	#	#
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
20	1998	15	#	#

20	1998	16	#	#
...	...	...	...	...
20	1998	70	#	#

Per gli anni di proiezione 1999-2050 le matrici degli occupati, degli attivi e dei tassi di occupazione e di attività vengono ottenute attraverso operazioni di tipo moltiplicativo sfruttando i dati in forma matriciale prodotti per l'anno base 1998. In particolare, dopo una correzione dei tassi di attività e di occupazione per tener conto della diversa definizione di popolazione adottata dall'indagine Forze di lavoro e dalle previsioni demografiche dell'Istat e sotto ipotesi di invarianza degli stessi, si determinano le matrici degli attivi.

Le matrici così ottenute presentano la stessa disaggregazione delle matrici dell'anno base con un nome diverso dovuto all'utilizzo di uno scenario del mercato di lavoro centrale, alto o basso. La matrice che è archiviata nella libreria LAV di SAS con il nome di ODC2000 individua quindi la matrice degli occupati dipendenti proiettata per il 2000 con lo scenario centrale del mercato del lavoro.

### **11.3. Il Casellario centrale dei pensionati dell'INPS: rappresentatività del campione ed estrazione dei dati**

Altre informazioni di tipo specifico sono costituite dai dataset delle pensioni per l'anno base (1998) che derivano da elaborazioni esterne effettuate sui microdati dell'archivio il Casellario dei pensionati dell'INPS e che contengono i dati relativi alla numerosità di trattamenti e all'importo medio. Esse vengono lette dal modello e sono distinte per:

- regione, da 1 a 21. I percettori di prestazione pensionistica residenti all'estero o non ripartibili appartenenti alla regione 21, all'interno del modello MODSIM-P, vengono attribuiti alle 20 regioni in modo proporzionale al peso dei loro percettori sul totale.
- fondo di gestione, da 1 a 11
  - 1=inps-fpld
  - 2=inps-cdmc
  - 3=inps-artigiani
  - 4=inps-commercianti
  - 5=inps-altre gestioni
  - 6=inpdap, enpaia, ipsema
  - 7=altre ivs
  - 8=inail
  - 9=inps-invalidita
  - 10=inps-sociali
  - 11=m.tesoro-guerra
- classe annuale d'età, da 0 a 110, e
- genere, maschio e femmina.

Così i trattamenti pensionistici liquidati dell'anno 2000 che sono archiviati nella libreria CAS di SAS con il nome VEN12000 contengono i dati sui trattamenti pensionistici di vecchiaia ed anzianità "nuovi" (liquidati nell'anno di proiezione) erogati

dal FPLD dell'INPS. Allo stesso modo VEV12000 rappresentano i trattamenti pensionistici “vigenti” erogati dallo stesso ente previdenziale.

Una matrice tipo, di dimensione (2331x7) è, in questo caso, la seguente e mostra nelle colonne il numero e l'importo delle prestazioni distinguendo per genere del percettore (maschio=m, femmina=f):

Regione	Classe d'età	Codice fondo	numm	numf	impm	impf
1	0	1	#	#	#	#
1	2	1	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...
1	110	1	#	#	#	#
2	0	1	#	#	#	#
2	2	1	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...
2	110	1	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
20	0	1	#	#	#	#
20	2	1	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...
20	110	1	#	#	#	#
21	0	1	#	#	#	#
21	2	1	#	#	#	#
...	...	...	...	...	...	...
21	110	1	#	#	#	#

Una descrizione sintetica dei dati di base utilizzati in MODSIM-P è presentata nella tavola 11.1 che segue.

**Tav. 11.1 – I dati di input per il modello MODSIM-P**

MODULO	DENOMINAZIONE	FONTE	ELABORAZIONE	ANNO
LAVORO (a)	Popolazione residente al 31 dicembre dell'anno per scenario demografico (centrale, alto e basso)	Istat – Servizio Struttura e dinamica demografica	Sistemazione in matrici contenenti dati distinti per regione, genere (M, F) e classe annuale d'età (0-90)	1998-2050
	Tassi di sopravvivenza annuale per scenario demografico (centrale, alto e basso)	Istat – Servizio Struttura e dinamica demografica	Sistemazione dei dati per regione, genere (M, F) e classe annuale d'età (0-90)	1997-2050
	Tasso di crescita delle retribuzioni lavorative	MODSIM –Modulo macroeconomia	Ora esogeno pari a 0,02	1998
	Tassi di attività	Istat – Indagine delle forze di lavoro	Sistemazione in matrici contenenti tassi di attività per genere (M, F), per classe annuale d'età (15-70) e regione	1998
	Tassi di occupazione per posizione nella professione e per scenario mercato del lavoro (centrale, alto e basso)	Istat – Indagine delle forze di lavoro	Elaborazione per genere (M, F), classe annuale d'età (15-70) e settore di attività economica	1998

(a) Tali dati di input sono stati collocati nel modulo Lavoro in previsione dell'integrazione tra i moduli del modello, attualmente essi vengono letti in modo autonomo dal modulo Previdenza ed Assistenza.

MODULO	DENOMINAZIONE	FONTE	ELABORAZIONE	ANNO
PREVIDENZA ED ASSISTENZA	Attivi medi annui distinti per scenario dei tassi di attività (centrale, alto e basso)	MODSIM –Modulo lavoro ( <i>b</i> )	Acquisizione delle matrici contenenti dati distinti per genere (M, F), per classe annuale d'età (15-70) e per regione	1999-2050
	Occupati medi annui distinti per posizione nella professione	Istat – Indagine delle forze di lavoro	Elaborazione distinti per genere (M, F), per regione e per settore di attività economica mediante la struttura per posizione nella professione e classe annuale d'età (15-70) ricavata dagli occupati del 1997	1986-1996
	Occupati medi annui distinti per posizione nella professione	Istat – Elaborazioni del Servizio Forze di Lavoro	Integrazione dell'elaborazione sugli occupati distinti per genere, classe annuale d'età e regione con l'elaborazione sugli occupati distinti per genere, posizione nella professione e regione e distinti per regione, genere e attività economica, avute dal Servizio Forze di Lavoro	1997
	Occupati medi annui distinti per posizione nella professione	Istat – Indagine delle forze di lavoro	Acquisizione delle matrici contenenti dati distinti per genere (M, F), per classe annuale d'età (15-70), per regione e per settore di attività economica	1998
	Occupati medi annui distinti per posizione nella professione e scenario dei tassi di occupazione (centrale, alto e basso)	MODSIM –Modulo lavoro ( <i>b</i> )	Acquisizione delle matrici contenenti dati distinti per genere (M, F), per classe annuale d'età (15-70), per regione e per settore di attività economica	1999-2050

MODULO	DENOMINAZIONE	FONTE	ELABORAZIONE	ANNO
PREVIDENZA ED ASSISTENZA	Retribuzioni lavorative medie annue per occupato, distinte per posizione nella professione	Istat – Contabilità Nazionale, Tomo 3, Conti economici regionali, Anni 1980-95	Elaborazione sulle retribuzioni lorde per regione e settore di attività economica derivanti da Contabilità Nazionale, mediante il profilo per genere (M, F), classe annuale d'età (15-70) e posizione nella professione ricavato dall'indagine sui Bilanci delle famiglie della Banca d'Italia del 1995	1986-1995
		SVIMEZ – Stime dei redditi da lavoro dipendente distinti per ripartizioni geografiche e settore di attività economica	Elaborazioni sui redditi da lavoro forniti dalla SVIMEZ mediante il profilo per genere (M, F), classe annuale d'età (15-70) e posizione nella professione ricavato dall'indagine sui Bilanci delle famiglie della Banca d'Italia del 1995	1996-1998
	Numero e importo medio delle prestazioni previdenziali (per invalidità, vecchiaia ed anzianità, superstiti, infortunio dirette e indirette) ed assistenziali (per invalidità civile, sociali e guerra), vigenti e nuove, distinte per fondo	INPS – Il Casellario centrale dei pensionati	Estrazione e riorganizzazione in dataset SAS contenenti dati distinti per genere (M, F), classe annuale d'età (0-110) e regione	1998





## Riferimenti bibliografici

- Ando A. e Kennickell, A. B. (1987) How Much (or Little) Life Cycle is there in Micro Data? The Cases of United States and Japan; in: Dornbush, R., Fisher, S. e Bossons, J. (ed.) *Macroeconomics and Finance: Essays in Honour of Franco Modigliani*, Cambridge MA, MIT Press.
- Andreasson, L., Fredriksen, D. e Ljones, O., (1994) The Future Burden of Public Pension Benefits. A micro-simulation Study, Discussion Paper, n 115, Statistics Norway.
- Attanasio, O. P. e Weber G. (1991) Consumption Growth, the Interest Rate and Aggregation; *Review of Economic Studies*, n 61.
- Auerbach A. J. e altri (1989) The Economic Dynamics of an Ageing Population: The Case of Four OECD Countries; OECD, *Economic Studies* n° 12, Paris.
- Baldacci E. (1998) Sostenibilità delle tendenze demografiche per il sistema di Welfare; *Rivista Italiana di Economia Demografia e Statistica*, n.4.
- Baldacci E. e Tuzi D. (1998) MODSIM. Un modello dinamico di simulazione della spesa pensionistica e sociale. in: Baldacci E. and Peracchi F. (1998) Le previsioni della spesa per pensioni. Metodologie a confronto; *Annali di Statistica*. Anno 127, serie X, volume 16, 1998 Istat, Roma.
- Baldacci E. e Tuzi D. (2001) *Demographic Trends and Pension System in Italy: An Assessment of 1990s Reforms*; paper preparato per il seminario "Socio-Demographic Factors and the Future of the Welfare State in Italy, 16-17 Marzo 2001, Villa Mondragone, Frascati, Roma.
- Brugiavini A. e Peracchi F. (1999) *Reforming Italian Social Security: Should We Switch from PAYG to fully funded?* Paper preparato per la sesta conferenza "Le nuove frontiere della politica economica", Roma, 7 giugno.
- Conte R. e Gilbert, G. N. (1995) Introduction; in: Gilbert, G. N. e Conte R. (ed.), *Artificial Societies*; UCL, London.
- Doran, J. e Gilbert G. N. (1993) *Simulating Societies: The Computer Simulation of Social Processes*; Gilbert, G. N. e Doran, J. (ed.), UCL, London.
- European Commission (2000) *Economic Policy Committee Report to the ECOFIN Council on the impact of ageing populations on public pension systems*, Bruxelles.
- Franco D. (1996) Public Pension Expenditure Prospects in the European Union: A Survey of National Projections; *European Economy* n°3, Bruxelles.
- Franco D. (2000) Italy: a never-ending pension reform. *NBER-Kiel Institute Conference. Coping with the Pension Crisis – Where Does Europe Stand?* Berlino.
- Garner C. A. (1992) Forecasting Consumer Spending: Should Economists Pay Attention to Consumer Confidence Surveys?; Federal Reserve of Kansas City, *Economic Review*, May and June.
- Gilbert G. N. (2001) *Computer Simulation of Social Processes*; Issue 6, Social Research Update, University of Surrey.
- Golini A. (1997) Demographic Trends and Aging in Europe. Prospects, Problems and Policies; *Genus*, Volume LIII, n. 3-4.
- Gonnot J. P. e altri (1995) Adjustments of Public Pension Schemes in 12 Industrialized Countries; *European Journal of Population* n. 11.

- Gouriéroux, C. e Monfort A. (1991) Simulation Based Inference in Models with Heterogeneity; *Annales d'Economie et Statistique*, 20/21, Paris.
- Hagemann R.P., Nicoletti G. (1989) Population Ageing: Economic Effects and some Policy Implications for Financing Public Pensions; OECD *Economic Studies* n. 12, Paris.
- Hancock, R. e Sutherland, H., eds., (1992), "Microsimulation Models for Public Policy Analysis. New Frontiers", STIRCED *Occasional Paper*, n.17, London, LSE.
- Hanneman, R., Collins, R. e Mordt, G. (1995) Discovering Theory Dynamics by Computer Simulation; in: Marsden, P. V. (ed.) *Social Methodology*, Cambridge, M.A., Blackwell.
- Hanneman, R. e Patrick S., (1997) On the Uses of Computer-Assisted Simulation Modeling in the Social Sciences, *Sociological Research Online*, vol 2, n. 2.
- Harding B. (1990) Dynamic Microsimulation Models: Problems and Prospects; *Discussion Paper* 48, LSE Welfare State Programme.
- Heller P.S. e altri (1986) Ageing and Social Expenditure in the Major Industrial Countries, 1980-2025; *IMF Occasional Paper*, n. 47.
- IMF (1988) Pension policies in the OECD countries: background and trends; *Working Paper*, Washington.
- INPS (1989) Il modello INPS e le prime previsioni al 2010; *Previdenza Sociale* supplemento al n. 3, maggio-giugno'89, Roma.
- Istat (1997) Previsioni della popolazione residente per sesso, età e regione. Base 1.1.1996, *Informazioni* n°34.
- Istat-INPS (1998) Il sistema pensionistico italiano: beneficiari e prestazioni, *Informazioni* n. 91.
- Keifetz N. (1985) The Demographics of Unfunded Pensions; *European Journal of Population* vol. 1.
- Kennickell A. B. (1990) Demographics and Household Saving; Federal Reserve Board, Washington: *Finance and Economics Discussion Series*, Paper 123.
- Laroque G. e Salanié B. (1999) Macroeconometric Disequilibrium Models; in: Pesaran M. H. e Wickens M. R. (ed.) *Handbook of Applied Econometrics*, Blackwell, Oxford.
- Leibfritz W. e altri (1995) Ageing Populations, Pension Systems and Government Budgets: How Do They Affect Saving ?; *Economic Department Working Papers*, n. 156.
- Livi Bacci L. (1995) Evoluzione demografica e sistema pensionistico, in *Economia italiana*, gennaio-aprile.
- Ministero del Tesoro – RGS (1989) *Metodi per la previsione a lungo termine degli squilibri previdenziali*, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, Roma.
- Ministero del Tesoro – RGS (1996) Tendenze demografiche e spesa pensionistica; *Conti pubblici e congiuntura economica*, quaderno monografico n. 9, Roma.
- Ministero del Tesoro – RGS, (2000), "Medium and long-term trend of the Italian pension system year 2000 update of the projections based on the RGS model", *Temi di finanza pubblica e protezione sociale*, quaderno n.2, novembre.
- Muellbauer J. e Bover O. (1986) Liquidity Constraints and Aggregation in the Consumption Function under Uncertainty; *Discussion Paper* n.12; Institute of Economics and Statistics, Oxford.
- Muellbauer, J. e Murphy A. (1993) Income Expectations, Wealth and Demography in the Aggregate U.S. Consumption Function, paper presented to the H.M. Treasury Academic Panel, Nuffield College, Oxford.

- Muellbauer J. e Lattimore R. (1999) The Consumption Function: A Theoretical and Empirical Overview; in: Pesaran M. H. e Wickens M. R. (ed.) *Handbook of Applied Econometrics*, Blackwell, Oxford.
- Nowak A. e Latanz B. (1993) Simulating the Emergence of Social Order from Individual Behaviour; in: Gilbert G. N. e Doran J. (ed.) *Simulating Societies: The Computer Simulation of Social Phenomena*, UCL Press, London.
- OECD (1988) *Ageing of Population. The Social Policy Implications*; Parigi.
- OECD (1988b) *Reforming Public Pensions*, Parigi.
- Peracchi F. (1998) La spesa per la protezione sociale nei paesi dell'Unione Europea; *Politica Economica*, n. 1, aprile.
- Peracchi F. e Rossi N. (1996) Nonostante tutto è una riforma; in Galimberti F., Giavazzi F., Penati A. e Tabellini G. (a cura di) *Le nuove frontiere della politica economica*, Il sole 24 ore, Milano.
- Pischke J. S. (1991) Individual Income, Incomplete Information and Aggregate Consumption; Industrial Relations Section, *Working Paper* n. 289, Princeton University.
- Van Den Noord P., Herd R. (1994) Estimating Pension Liabilities: a Methodological Framework; OECD, *Economic Studies* n. 23, Winter Paris.
- Wachter, Blackwell e Hammel (1998) *Testing the Validity of Kinship Microsimulation: An Update*; W. P. University of California, Berkeley.
- World Bank (1996) *Averting the Old Age Crisis*, World Bank Publications, Washington D.C.

**Appendice 1:**

**Parametri normativi per il calcolo delle pensioni**

**A.1.1. Requisiti di età anagrafica ed anzianità contributiva per l'acquisizione del diritto ad una pensione di vecchiaia ed anzianità**

**I) Lavoratori dipendenti privati (FPLD)**

*Tav. A1 – Requisiti per l'acquisizione del diritto alla pensione di anzianità (D.L. 449/97 – Riforma Prodi)*

ANNO DI DECORRENZA DELLA PENSIONE	Età minima	Contributi minimi in combinazione con l'età (in anni)	Contributi minimi indipendentemente dall'età (in anni)
1996 – 1997	52	35	36
1998	54	35	36
1999 – 2000	55	35	37
2001	56	35	37
2002 – 2003	57	35	37
2004 – 2005	57	35	38
2006 – 2007	57	35	39
Dal 2008	57	35	40

*Tav. A2 – Requisiti per l'acquisizione del diritto alla pensione di vecchiaia*

Periodo di Decorrenza della pensione	Limiti di età (art. 11 L. 724/1994)		Contributi minimi (in anni) (D.Lgs. 503/1992)
	Maschi	Femmine	
1/01/1994 – 31/12/1994	61	56	16
1/01/1995 – 30/06/1995	61	56	17
1/07/1995 – 31/12/1995	62	57	17
1/01/1996 – 31/12/1996	62	57	17
1/01/1997 – 31/12/1997	63	58	18
1/01/1998 – 30/06/1998	63	58	18
1/07/1998 – 31/12/1998	64	59	18
1/01/1999 – 31/12/1999	64	59	19
1/01/2000 – 31/12/2000	65	60	19
1/01/2001 in poi	65	60	20

## II) Lavoratori dipendenti pubblici (INPDAP)

*Tav. A3 – Requisiti per l’acquisizione del diritto alla pensione di anzianità (DL 449/97 – Riforma Prodi)*

Anno di decorrenza della pensione	Età minima	Contributi minimi in combinazione con l’età (in anni)	Contributi minimi indipendentemente dall’età (in anni)
1998	53	35	36
1999	53	35	37
2000	54	35	37
2001	55	35	37
2002	55	35	37
2003	56	35	37
2004	57	35	38
2005	57	35	38
2006	57	35	39
2007	57	35	39
2008	57	35	40

*Tav. A4 – Requisiti per l’acquisizione del diritto alla pensione di vecchiaia*

Anno di decorrenza della pensione	Limiti di età (L. 335/1995)		Contributi minimi (D. Lgs. 503/1992)
	Maschi	Femmine	
1993/1994	65	65	16
1995	65	65	17
1996	65	60	17
1997/1998	65	60	18
1999/2000	65	60	19
2001 in poi	65	60	20

### III) Lavoratori autonomi (GSLA)

Tav. A5 – Requisiti per il diritto alle pensioni di anzianità (L. 335/1995)

<b>Anno di decorrenza della pensione</b>	<b>Età minima</b>	<b>Contributi minimi in combinazione con l'età (in anni)</b>	<b>Contributi minimi indipendentemente dall'età (in anni)</b>
1996 – 1997	56	35	40
1998 – 2000	57	35	40
Dal 2001	58	35	40

Tav. A6 – Requisiti per l'acquisizione del diritto alla pensione di vecchiaia (D. Lgs. 503/1992)

<b>Anno di decorrenza della pensione</b>	<b>LIMITI DI ETÀ</b>		<b>Contributi minimi (in anni)</b>
	<b>Maschi</b>	<b>Femmine</b>	
1993/1994	65	60	16
1995/1996	65	60	17
1997/1998	65	60	18
1999/2000	65	60	19
2001 in poi	65	60	20

## A.1.2. Beneficiari ed aliquote delle pensioni ai superstiti

Tav. A7 – Categorie di beneficiari delle pensioni ai superstiti (DL 449/1997)

<b>CONIUGE</b>	
<p><i>Il coniuge anche se separato legalmente.</i> Il coniuge superstite separato a cui è stata attribuita dal giudice la responsabilità della separazione ha però diritto alla pensione solo se risulta titolare di assegno alimentare a carico del deceduto.</p>	<p><i>Al coniuge divorziato</i> sempre che l'ex coniuge deceduto non si sia risposato e solo se sussistono le seguenti condizioni: - il coniuge divorziato superstite è titolare di assegno di divorzio; - il coniuge divorziato superstite non si è risposato; - il coniuge divorziato dante causa è deceduto dopo il 12 marzo 1987, data di entrata in vigore della legge n. 74/1987 che ha regolato il trattamento economico del coniuge divorziato in caso di morte dell'ex coniuge; - il rapporto assicurativo del coniuge deceduto, da cui scaturisce il trattamento pensionistico, ha avuto inizio anteriormente alla data della sentenza che ha pronunciato lo scioglimento o la cessazione degli effetti civili del matrimonio.</p>
<b>FIGLI</b>	
<p><i>Ai figli minori di 18 anni.</i></p>	<p><i>Ai figli studenti</i> di scuola media o professionale di età non superiore a 21 che risultino a carico del genitore al momento della morte e che non prestino lavoro retribuito.</p>
<p><i>Ai figli studenti universitari</i> per gli anni di corso legale di laurea e, comunque, non oltre il 26/esimo anno di età sempre che risultino a carico del genitore morto e non prestino lavoro retributivo.</p>	<p><i>Ai figli</i> di qualunque età <i>inabili</i> e a carico del genitore deceduto.</p>
<b>ALTRI PARENTI</b>	
<p><i>Ai genitori</i> di età superiore ai 65 anni che non siano titolari di pensione e che risultino a carico dell'assicurato deceduto quando non vi siano né coniuge né figli superstiti o, pure esistendo, non abbiano titolo alla pensione.</p>	<p><i>Ai fratelli celibi e alle sorelle nubili</i> non titolari di pensione, che risultino permanentemente inabili e a carico del deceduto quando non vi siano né coniuge né figli superstiti o, pure esistendo, non abbiano titolo alla pensione.</p>

Tav. A8 - Misura delle aliquote di reversibilità (D.L.449/1997)

<b>Grado di parentela</b>	<b>Aliquote</b>
Coniuge solo	60%
Coniuge + 1 figlio	80%
Coniuge + 2 o più figli	100%
1 figlio	70%
2 figli	80%
3 o più figli	100%
Ciascun genitore	15%
Ciascun fratello o sorella	15%

### A.2.3. Elementi normativi per il calcolo degli importi medi delle pensioni

Tav. A9 - Sistema di calcolo del reddito medio pensionabile nel FPLD dell'INPS e nelle forme sostitutive ed esclusive, secondo il metodo retributivo, dal 1/1/1993

Anzianità contributive	Decorrenza pensione	Calcolo della pensione riferito a	Rivalutazione retribuzioni
—	dal 1/1/93 per la quota di pensione corrispondente alle anzianità maturate fino al 31/12/92	Media delle ultime 260 settimane contributive antecedenti la decorrenza della pensione.	I redditi sono rivaluti in misura corrispondente all'indice annuo del costo della vita calcolato dall'ISTAT ai fini della scala mobile delle retribuzioni dei lavoratori dell'industria tra l'anno solare cui il reddito si riferisce e quello precedente la decorrenza della pensione.
(al 31/12/92) ≥ 15	dal 1/2/93 al 31/1/96	260+50% del numero di settimane intercorrenti tra l'1/1/93 e la data di decorrenza della pensione con arrotondamento per difetto.	Le retribuzioni sono rivalutate in misura corrispondente alla variazione, tra l'anno solare di riferimento e quello precedente la decorrenza della pensione, dell'indice annuo dei prezzi al consumo per famiglie di operai ed impiegati calcolato dall'ISTAT. Ai predetti redditi si applica altresì un aumento di un punto percentuale per ogni anno solare preso in considerazione ai fini del computo dei redditi pensionabili.
	dal 1/2/96 al 30/4/2001	260+50% del numero di settimane intercorrenti tra l'1/1/93 ed il 31/12/95 + 66,6% del numero di settimane intercorrenti tra l'1/1/96 e la data di decorrenza della pensione con arrotondamento per difetto.	
	dal 1/5/2001 in poi	Ultime 520 settimane di contribuzione antecedenti la decorrenza della pensione.	
(al 31/12/92) < 15	dal 1/2/93 in poi	260 + i periodi contributivi che intercorrono tra il 31/12/92 e la data immediatamente precedente la decorrenza della pensione <sup>54</sup> .	

<sup>54</sup> Il decreto legislativo n. 373 dell'11 agosto 1993 stabilisce i criteri per la determinazione della retribuzione pensionabile nei confronti dei lavoratori dipendenti, pubblici e privati, ed autonomi privi di anzianità assicurativa al 1° gennaio 1993 (nuovi assunti). I criteri stabiliti dal decreto sono, inoltre, estesi, relativamente alle anzianità contributive acquisite a decorrere dal 1° gennaio 1993, ai lavoratori con anzianità contributiva inferiore a 15 anni al 31 dicembre 1992 le cui pensioni decorrono dal 1° novembre 1993.

Per tali lavoratori, la retribuzione pensionabile è costituita dalla media delle retribuzioni imponibili relative agli anni coperti da contribuzione assicurativa riferita all'intera vita lavorativa. Nel calcolo non sono prese in considerazione le retribuzioni, rivalutate ai sensi del comma 3, di importo inferiore del 20 per cento rispetto alla media delle retribuzioni relative ai suddetti anni di contribuzione. L'esclusione del numero delle retribuzioni non potrà, comunque, risultare superiore al 25 per cento degli anni coperti di contribuzione (art. 1, comma 2).

Per gli assicurati dopo il 1° gennaio 1993 si fa, dunque, riferimento al periodo che intercorre tra il 1° gennaio 1993 e la data di decorrenza della pensione. Per i lavoratori che al 31 dicembre 1992 possono far valere solo un'anzianità contributiva inferiore a 15 anni il periodo di riferimento per la determinazione della retribuzione pensionabile è costituito dal periodo stabilito dal D.Lgs. 503/1992 incrementato dai periodi contributivi che intercorrono tra il 1° gennaio 1993 e la data immediatamente precedente la decorrenza della pensione.

*Tav. A10 - Sistema di calcolo del reddito medio pensionabile nella gestione speciale dei lavoratori autonomi dell'INPS, secondo il metodo retributivo, dal 1/1/1993*

<b>Anzianità contributive</b>	<b>Decorrenza pensione</b>	<b>Calcolo della pensione riferito a</b>	<b>Rivalutazione redditi</b>
—	dal 1/1/93 per la quota di pensione corrispondente alle anzianità maturate fino al 31/12/92	Media delle ultime 520 settimane contributive antecedenti la decorrenza della pensione.	I redditi sono rivaluti in misura corrispondente all'indice annuo del costo della vita calcolato dall'ISTAT ai fini della scala mobile delle retribuzioni dei lavoratori dell'industria tra l'anno solare cui il reddito si riferisce e quello precedente la decorrenza della pensione.
≥ 15	dal 1/2/93 al 31/1/96	Ultime 520 settimane di contribuzione antecedenti la decorrenza della pensione.	I redditi sono rivalutati in misura corrispondente alla variazione, tra l'anno solare di riferimento e quello precedente la decorrenza della pensione, dell'indice annuo dei prezzi al consumo per famiglie di operai ed impiegati calcolato dall'ISTAT. Ai predetti redditi si applica altresì un aumento di un punto percentuale per ogni anno solare preso in considerazione ai fini del computo dei redditi pensionabili.
	dal 1/2/96 al 30/3/2003	520+66,6% del numero di settimane intercorrenti tra l'1/1/96 e la data di decorrenza della pensione con arrotondamento per difetto.	
	dal 1/4/2003 in poi	Ultime 780 settimane di contribuzione antecedenti la decorrenza della pensione.	
< 15	Dal 1/1/93	520 + i periodi contributivi che intercorrono tra il 31/12/92 e la data immediatamente precedente la decorrenza della pensione <sup>55</sup> .	

<sup>55</sup> Vedi nota 1.

*Tav. A11 - Sistema di calcolo del reddito medio pensionabile per i dipendenti nella Pubblica Amministrazione, secondo il metodo retributivo, dal 1/1/1993*

<b>Anzianità contributive</b>	<b>Decorrenza pensione</b>	<b>Calcolo della pensione riferito a</b>	<b>Rivalutazione redditi</b>
—	dal 1/1/93 per la quota di pensione corrispondente alle anzianità maturate fino al 31/12/92	Ultima retribuzione contrattuale al momento di collocamento a riposo.	—
≥ 15	dal 1/2/93 al 31/12/95	50% del numero di mesi precedenti il pensionamento sino al limite di 520 settimane, dal 1/1/93 alla data di decorrenza della pensione.	Le retribuzioni sono rivalutate in misura corrispondente alla variazione, tra l'anno solare di riferimento e quello precedente la decorrenza della pensione, dell'indice annuo dei prezzi al consumo per famiglie di operai ed impiegati calcolato dall'ISTAT. Ai predetti redditi si applica altresì un aumento di un punto percentuale per ogni anno solare preso in considerazione ai fini del computo dei redditi pensionabili.
	dal 1/1/96	50% del numero di mesi intercorrenti tra il 1/1/93 ed il 31/12/95 + il 66,6% del numero di settimane intercorrenti tra il 1/1/96 e la data di decorrenza della pensione con arrotondamento per difetto.	
< 15	Dal 1/1/93	Numero di mesi intercorrenti tra il 1° gennaio 1993 e la data di decorrenza della pensione <sup>56</sup> .	

---

<sup>56</sup> Vedi nota 1.

*Tav. A12 – Coefficienti di rivalutazione delle retribuzioni pensionabili (art. 3 legge 29/5/82 n. 297) utili per il calcolo della quota di pensione relativa alle anzianità contributive acquisite anteriormente al 1° gennaio 1993 (prima della legge Amato)*

<b>ANNO</b>	<b>1999 (anno di decorrenza della pensione)</b>
1999	1,0000
1998	1,0000
1997	1,0180
1996	1,0333
1995	1,0804
1994	1,1498
1993	1,1989
1992	1,2500
1991	1,3087
1990	1,4098
1989	1,5109
1988	1,6089
1987	1,6948
1986	1,7871
1985	1,8925

*Tav. A13 – Coefficienti di rivalutazione delle retribuzioni pensionabili (art. 3, comma 5, D.Lgs. 30 dicembre 1992, n. 503) utili per il calcolo della quota di pensione relativa alle anzianità contributive acquisite a decorrere dal 1° gennaio 1993 (dopo la legge Amato)*

<b>ANNO</b>	<b>1999 (anno di decorrenza della pensione)</b>
1999	1,0000
1998	1,0000
1997	1,0282
1996	1,0563
1995	1,1083
1994	1,1789
1993	1,2371
1992	1,3014
1991	1,3847
1990	1,4873
1989	1,5926
1988	1,7134
1987	1,8146
1986	1,9155
1985	2,0505

*Tav. A14 – Coefficienti di rivalutazione delle retribuzioni pensionabili (art. 3 legge 29/5/82 n. 297) utili per il calcolo della quota di pensione relativa alle anzianità contributive acquisite anteriormente al 1° gennaio 1993 (prima della legge Amato)*

<b>ANNO</b>	<b>2000 (anno di decorrenza della pensione)</b>
2000	1,0000
1999	1,0000
1998	1,0158
1997	1,0341
1996	1,0496
1995	1,0975
1994	1,1680
1993	1,2178
1992	1,2698
1991	1,3294
1990	1,4321
1989	1,5348
1988	1,6343
1987	1,7216
1986	1,8153
1985	1,9224

*Tav. A15 – Coefficienti di rivalutazione delle retribuzioni pensionabili (art. 3, comma 5, D.Lgs. 30 dicembre 1992, n. 503) utili per il calcolo della quota di pensione relativa alle anzianità contributive acquisite a decorrere dal 1° gennaio 1993 (dopo la legge Amato)*

<b>ANNO</b>	<b>2000 (anno di decorrenza della pensione)</b>
2000	1,0000
1999	1,0000
1998	1,0260
1997	1,0548
1996	1,0836
1995	1,1367
1994	1,2091
1993	1,2686
1992	1,3344
1991	1,4198
1990	1,5247
1989	1,6326
1988	1,7562
1987	1,8599
1986	1,9631
1985	2,1014

*Tav. A16 – Coefficienti di rivalutazione delle retribuzioni pensionabili (art. 3 legge 29/5/82 n. 297) utili per il calcolo della quota di pensione relativa alle anzianità contributive acquisite anteriormente al 1° gennaio 1993 (prima della legge Amato)*

<b>ANNO</b>	<b>2001 (anno di decorrenza della pensione)</b>
2001	1,0000
2000	1,0000
1999	1,0256
1998	1,0418
1997	1,0605
1996	1,0764
1995	1,1255
1994	1,1978
1993	1,2490
1992	1,3022
1991	1,3634
1990	1,4687
1989	1,5740
1988	1,6761
1987	1,7655
1986	1,8617
1985	1,9715

*Tav. A17 – Coefficienti di rivalutazione delle retribuzioni pensionabili (art. 3, comma 5, D.Lgs. 30 dicembre 1992, n. 503) utili per il calcolo della quota di pensione relativa alle anzianità contributive acquisite a decorrere dal 1° gennaio 1993 (dopo la legge Amato)*

<b>Anno</b>	<b>2001 (anno di decorrenza della pensione)</b>
2001	1,0000
2000	1,0000
1999	1,0359
1998	1,0626
1997	1,0923
1996	1,1221
1995	1,1771
1994	1,2519
1993	1,3134
1992	1,3814
1991	1,4695
1990	1,5782
1989	1,6896
1988	1,8175
1987	1,9246
1986	2,0313
1985	2,1741

Tav. A18 – Tassi di rendimento e coefficienti di correzione delle retribuzioni pensionabili utili per il calcolo della quota di pensione relativa alle anzianità contributive acquisite anteriormente al 1° gennaio 1993 (prima della legge Amato)

Decorrenza pensione	IMPORTO RETRIBUZIONE MEDIA SETTIMANALE <sup>57</sup>	Tassi di rendimento <sup>58</sup>
1.1.99	$\leq 1.255.385$ $> 1.255.385 \leq 1.669.662$ $> 1.669.662 \leq 2.083.938$ $> 2.083.938$	R.M.S. * 0,00153846 * A.C. R.M.S. * 0,0011538 * A.C. R.M.S. * 0,000961538 * A.C. R.M.S. * 0,00076923 * A.C.
1.1.00	$\leq 1.274.212$ $> 1.274.212 \leq 1.694.702$ $> 1.694.702 \leq 2.115.192$ $> 2.115.192$	R.M.S. * 0,00153846 * A.C. R.M.S. * 0,0011538 * A.C. R.M.S. * 0,000961538 * A.C. R.M.S. * 0,00076923 * A.C.
1.1.01	$\leq 1.306.076$ $> 1.306.076 \leq 1.737.081$ $> 1.737.081 \leq 2.168.086$ $> 2.168.086$	R.M.S. * 0,00153846 * A.C. R.M.S. * 0,0011538 * A.C. R.M.S. * 0,000961538 * A.C. R.M.S. * 0,00076923 * A.C.
R.M.S. = retribuzione media settimanale A.C. = anzianità contributiva in settimane		

<sup>57</sup> La variazione del valore degli scaglioni della retribuzione media settimanale tra i diversi anni avviene in base al tasso d'inflazione.

<sup>58</sup> La determinazione dei tassi di rendimento delle retribuzioni pensionabili dipende dalle percentuali di pensione massima conseguibile con 40 anni di contribuzione corrispondenti a ciascun scaglione di retribuzione media settimanale. I dati relativi al 1997 sono:

Tav. a18.1 – Percentuali di pensione massima conseguibile con 40 anni di contribuzione relativi alle anzianità contributive acquisite anteriormente al 1° gennaio 1993

Decorrenza pensione	R.M.S.	% max
1.1.01	$\leq 1.306.076$	80
	$> 1.306.076 \leq 1.737.081$	60
	$> 1.737.081 \leq 2.168.086$	50
	$> 2.168.086$	40

Note le percentuali sopra riportate è possibile calcolare i tassi di rendimento applicando la seguente formula:

(%MAX : ANZ MAX pari a 40): N° MESI pari a 13

(a.1)

Tav. A19 – Tassi di rendimento e coefficienti di correzione delle retribuzioni pensionabili utili per il calcolo della quota di pensione relativa alle anzianità contributive acquisite a decorrere dal 1° gennaio 1993 (dopo la legge Amato)

Decorrenza pensione	IMPORTO RETRIBUZIONE MEDIA SETTIMANALE	Tassi di rendimento <sup>59</sup>
1.1.99	$\leq 1.255.385$ $> 1.255.385 \leq 1.669.662$ $> 1.669.662 \leq 2.083.939$ $> 2.083.939 \leq 2.385.231$ $> 2.385.231$	R.M.S. * 0,00153846 * A.C. R.M.S. * 0,001230769 * A.C. R.M.S. * 0,001038461 * A.C. R.M.S. * 0,000846153 * A.C. R.M.S. * 0,000692307 * A.C.
1.1.00	$\leq 1.274.212$ $> 1.274.212 \leq 1.694.702$ $> 1.694.702 \leq 2.115.192$ $> 2.115.192 \leq 2.421.002$ $> 2.421.002$	R.M.S. * 0,00153846 * A.C. R.M.S. * 0,001230769 * A.C. R.M.S. * 0,001038461 * A.C. R.M.S. * 0,000846153 * A.C. R.M.S. * 0,000692307 * A.C.
1.1.01	$\leq 1.306.076$ $> 1.306.076 \leq 1.737.081$ $> 1.737.081 \leq 2.168.086$ $> 2.168.086 \leq 2.481.544$ $> 2.481.544$	R.M.S. * 0,00153846 * A.C. R.M.S. * 0,001230769 * A.C. R.M.S. * 0,001038461 * A.C. R.M.S. * 0,000846153 * A.C. R.M.S. * 0,000692307 * A.C.
R.M.S. = retribuzione media settimanale A.C. = anzianità contributiva in settimane		

<sup>59</sup> La determinazione dei tassi di rendimento delle retribuzioni pensionabili, in caso di anzianità contributive maturate a decorrere dal 1° gennaio 1993, avviene secondo lo stesso procedimento visto nella nota n. 2 considerando le R.M.S. riportate nella tabella n. 4 e tenendo presente che le percentuali di pensione massima conseguibile con 40 anni di contribuzione, nel caso in esame, sono rispettivamente 80%, 64%, 54%, 44%, 36%.

*Tav. A20 - Coefficienti di trasformazione: valori percentuali da applicare al montante individuale dei contributi*

<b>età</b>	<b>coefficiente</b>
57	4,720
58	4,860
59	5,006
60	5,163
61	5,334
62	5,514
63	5,706
64	5,911
65	6,136

- a) Per le pensioni liquidate con il sistema contributivo, nei casi di maturazione di anzianità contributive pari o superiori a 40 anni si applica il coefficiente di trasformazione relativo all'età di 57 anni, in presenza di età anagrafica inferiore.
- b) Per convenzione si utilizzato i coefficienti relativi all'età anagrafica indicata + 0 mesi.

*Tav. A21 - Coefficienti di perequazione automatica delle rendite pensionistiche dei lavoratori dipendenti, pubblici e privati ed autonomi*

<b>Decorrenza</b>	<b>Importo mensile pensione</b>	<b>Correttivo</b>
1.1.1999	Fino a 1.395.400 Da 1.395.401 a 2.093.100 Da 2.093.101 a 3.488.500 Da 3.488.501 a 5.581.600 Oltre 5.581.600	Pens. * 1,8% Pens. * 1,62% Pens. * 1,35% Pens. * 0,54% —
1.1.2000	Fino a 1.420.500 Da 1.420.501 a 2.130.750 Da 2.130.751 a 3.551.250 Da 3.551.251 a 5.682.600 Oltre 5.682.000	Pens. * 1,6% Pens. * 1,44% Pens. * 1,2% Pens. * 0,48% —
1.1.2001	Fino a 2.164.800 Da 2.164.801 a 3.608.000 Oltre 3.608.000	Pens. * 2,4% Pens. * 2,16% Pens. * 1,8%

## **Appendice 2:**

### **Lista delle variabili e dei parametri utilizzati nel modello**

$a'$  = agricoltura

$aa$  = altre attività

$A$  = popolazione attiva

$ag$  = altre gestioni previdenziali

$ainps$  = altre gestioni inps

$ANZ$  = anzianità contributive

$B$  = popolazione

$c(RP)$  = coefficiente di correzione della retribuzione pensionabile

$c(x)$  = coefficiente di trasformazione del montante contributivo

$dgen$  = deriva di genere

$dprof$  = deriva nella posizione professionale

$dsett$  = deriva di settore di attività economica

$e$  = ente di gestione di una generica prestazione previdenziale

$E$  = popolazione potenzialmente soggetta al rischio di assicurazione previdenziale di generica

$f$  = femmine

$fpld$  = fondo di previdenza dei lavoratori dipendenti

$g_{mc}$  = tasso di capitalizzazione del montante contributivo

$gsa$  = gestione speciale artigiani

$gsc$  = gestione speciale commercianti

$gscd$  = gestione speciale coltivatori diretti, mezzadri, coloni

$IMP_A$  = importo medio degli assegni sociali

$IMP^N$  = importo medio di una generica prestazione liquidata

$IMP_G^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per guerra

$IMP_I^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per invalidità

$IMP_{IC}^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per invalidità civile

${}^d IMP_{IL}^N$  = importo medio delle prestazioni dirette liquidate per infortunio sul lavoro e malattia professionale

${}^i IMP_{IL}^N$  = importo medio delle prestazioni indirette liquidate per infortunio sul lavoro e malattia professionale

$IMP_M^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate ai superstiti

$IMP_{IVA}^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per invalidità, vecchiaia ed anzianità

$IMP_{VA}^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per vecchiaia ed anzianità

${}^C IMP_{IVA}^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per invalidità, vecchiaia ed anzianità in base al sistema contributivo

${}^C IMP_I^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per invalidità in base al sistema contributivo

${}^C IMP_{VA}^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per vecchiaia ed anzianità in base al sistema contributivo

${}^R IMP_I^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per invalidità in base al sistema retributivo

${}^R IMP_{VA}^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per invalidità, vecchiaia ed anzianità in base al sistema retributivo

${}^R IMP_{VA}^N$  = importo medio delle prestazioni liquidate per vecchiaia ed anzianità in base al sistema retributivo

$IMP^V$  = importo medio di una generica prestazione previdenziale vigente

$IMP_A^V$  = importo medio degli assegni sociali

$IMP_G^V$  = importo medio delle pensioni vigenti per guerra

$IMP_I^V$  = importo medio delle pensioni vigenti per invalidità

$IMP_{IC}^V$  = importo medio delle pensioni vigenti per invalidità civile

${}^d IMP_{IL}^V$  = importo medio delle pensioni vigenti dirette per infortunio sul lavoro e malattia professionale

${}^i IMP_{IL}^V$  = importo medio delle pensioni vigenti indirette per infortunio sul lavoro e malattia professionale

$IMP_M^V$  = importo medio delle pensioni vigenti ai superstiti

$IMP_{VA}^V$  = importo medio delle pensioni vigenti per vecchiaia ed anzianità

$IMP_{VV}^V$  = importo medio delle pensioni vigenti per Valor Militare

*inail* = gestione infortuni sul lavoro e malattie professionali

*inpdap* = gestione previdenziale dei lavoratori nella pubblica amministrazione

$k(I)^V$  = coefficiente di dimensionamento degli importi medi delle pensioni vigenti per invalidità

$k(M)^V$  = coefficiente di dimensionamento degli importi medi delle pensioni vigenti ai superstiti

*l* = generica posizione professionale

*ld* = lavoratori dipendenti

*li* = lavoratori indipendenti

*L* = numero complessivo posizioni professionali

*m* = maschi

*MC* = montante contributivo

*O* = popolazione occupata

$\mathcal{P}$  = indice di variazione dei prezzi

$p^{t,t+1}$  = coefficiente di adeguamento degli importi pensionistici per invalidità civile

$\bar{p}_i$  = coefficiente di adeguamento degli importi pensionistici per vecchiaia ed anzianità, invalidità e superstiti all'evoluzione del costo della vita

$\bar{p}_w$  = coefficiente di aggiornamento degli importi medi delle rendite per infortunio sul lavoro e malattia professionale

$P^N$  = numero di generiche prestazioni previdenziali liquidate

$P_G^N$  = numero di prestazioni liquidate per guerra

${}^d P_G^N$  = numero di prestazioni dirette liquidate per guerra

${}^i P_G^N$  = numero di prestazioni indirette liquidate per guerra

$P_I^N$  = numero di assegni sociali liquidati

$P_I^N$  = numero di pensioni liquidate per invalidità

$P_{IC}^N$  = numero di pensioni liquidate per invalidità civile

${}^d P_{IL}^N$  = numero di prestazioni dirette liquidate per infortunio sul lavoro e malattia professionale  
 ${}^i P_{IL}^N$  = numero di prestazioni indirette liquidate per infortunio sul lavoro e malattia professionale  
 $P_M^N$  = numero di nuove pensioni ai superstiti  
 $P_{MI}^N$  = numero del totale di nuove pensioni ai superstiti derivanti da pensioni di inabilità  
 $P_{VA}^N$  = numero del totale di nuove pensioni ai superstiti derivanti da pensioni di vecchiaia ed anzianità  
 $P_{VA}^N$  = numero di nuove pensioni per vecchiaia ed anzianità  
 $P_{MI}^N$  = numero di nuove pensioni ai superstiti derivanti da pensioni di inabilità  
 $P_{MVA}^N$  = numero di nuove pensioni ai superstiti derivanti da pensioni di vecchiaia ed anzianità  
 $P_{MI}^{\prime N}$  = numero di nuove pensioni ai superstiti derivanti da potenziali pensioni di invalidità  
 $P_{MVA}^{\prime N}$  = numero delle nuove rendite di reversibilità derivanti da potenziali pensioni di vecchiaia ed  
anzianità  
 $P^V$  = numero di generiche prestazioni vigenti  
 $P_A^V$  = numero di assegni sociali vigenti  
 $P_G^V$  = numero di pensioni vigenti per guerra  
 ${}^d P_G^V$  = numero di pensioni vigenti dirette per guerra  
 ${}^i P_G^V$  = numero di pensioni vigenti indirette per guerra  
 $P_I^V$  = numero di pensioni vigenti d'invalidità  
 $P_{IC}^V$  = numero di pensioni vigenti per invalidità civile  
 ${}^d P_{IL}^V$  = numero di pensioni vigenti dirette per infortunio sul lavoro e malattia professionale  
 ${}^i P_{IL}^V$  = numero di pensioni vigenti indirette per infortunio sul lavoro e malattia professionale  
 $P_M^V$  = numero di pensioni vigenti complessivamente erogate ai superstiti  
 $P_{VA}^V$  = numero di pensioni vigenti per vecchiaia ed anzianità  
 $P_{VV}^V$  = numero di pensioni vigenti per Valor Militare  
 $r$  = generica regione  
 $R$  = numero complessivo regioni  
 $RP$  = retribuzione pensionabile  
 $r(RP)$  = aliquota di rendimento della retribuzione pensionabile  
 $s$  = sesso  
 $s'$  = settore di attività lavorativa  
 $SP_A$  = spesa complessiva per assegni sociali  
 $SP_G$  = spesa complessiva per pensioni di guerra  
 $SP_{IC}$  = spesa complessiva per pensioni di invalidità civile  
 $SP_I^V$  = spesa complessiva per pensioni vigenti per invalidità  
 ${}^d SP_{IL}^V$  = spesa complessiva per pensioni vigenti dirette per infortunio sul lavoro e malattia  
professionale  
 ${}^i SP_{IL}^V$  = spesa complessiva per pensioni vigenti indirette per infortunio sul lavoro e malattia  
professionale  
 $SP_M^V$  = spesa complessiva per pensioni vigenti ai superstiti  
 $SP_{VA}^V$  = spesa complessiva per pensioni vigenti per vecchiaia ed anzianità

$SP_{VW}^V$  = spesa complessiva per pensioni vigenti per Valor Militare

$t$  = tempo

$ta$  = tasso di attività

$tben$  = trattamento di benemerenzza

$tco$  = definizione della dinamica occupazionale

$ticiv$  = trattamento per invalidità civile

$to$  = tasso di occupazione

$tsoc$  = trattamento sociale

$tvta$  = tasso di variazione del tasso di attività

$tvto$  = tasso di variazione del tasso di occupazione

$x$  = generica età

$X$  = numero complessivo classi di età

$X'$  = numero classi di età per l'ottenimento di una generica prestazione

$X^\alpha$  = numero classi di età degli attivi

$w$  = retribuzioni medie da lavoro

$w$  = indice di variazione delle retribuzioni da lavoro

$w_{IDS}$  = indice di variazione degli importi medi delle indennità per disoccupazione e delle integrazioni salariali

$W$  = complesso retribuzioni da lavoro

$Z$  = età massima di sopravvivenza

$\alpha$  = età minima di entrata nelle forze di lavoro

$\alpha(ANZ)_I$  = quota della popolazione attiva con una posizione assicurativa caratterizzata da almeno  $ANZ$  anzianità contributive per conseguire una pensione d'invalidità

$\alpha(ANZ)_{VA}$  = quota della popolazione attiva con una posizione assicurativa caratterizzata da almeno  $ANZ$  anzianità contributive per conseguire una pensione di vecchiaia ed anzianità

$\alpha(M)$  = aliquota media di commisurazione delle rendite di reversibilità alle rendite spettanti ai beneficiari deceduti

$\alpha(l)$  = aliquota media di commisurazione del montate contributivo ai redditi da lavoro

$\gamma$  = tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario di una generica prestazione previdenziale

$\gamma_I$  = tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario di pensione per invalidità

$\gamma_{IC}$  = tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario di pensione per invalidità civile

$^d\gamma_{IL}$  = tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario diretto di pensione per infortunio sul lavoro e malattia professionale

$^i\gamma_{IL}$  = tasso di mantenimento dello "status" di beneficiario indiretto di pensione per infortunio sul lavoro e malattia professionale

$\gamma_M$  = tasso di mantenimento dello "status" di superstita di pensione di vecchiaia, anzianità o invalidità

$\delta$  = rapporto tra il numero delle prestazioni previdenziali vigenti di una generica tipologia sopravvissute dall'istante  $t$  all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo di pensioni vigenti in  $t+1$  della medesima tipologia

$\delta_A$  = rapporto tra il numero degli assegni sociali vigenti sopravvissuti dall'istante all'istante  $t+1$  ed il numero complessivo delle medesime prestazioni vigenti in  $t+1$

$\delta_G$  = rapporto tra il numero delle pensioni vigenti per guerra sopravvissute dall'istante all'istante t+1 ed il numero complessivo delle medesime prestazioni vigenti in t+1  
 $\delta_I$  = rapporto tra il numero delle pensioni vigenti per invalidità sopravvissute dall'istante all'istante t+1 ed il numero complessivo delle medesime prestazioni vigenti in t+1  
 $\delta_{IC}$  = rapporto tra il numero delle pensioni vigenti per invalidità civile sopravvissute dall'istante all'istante t+1 ed il numero complessivo delle medesime prestazioni vigenti in t+1  
 $^d\delta_{IL}$  = rapporto tra il numero delle pensioni vigenti dirette per infortunio sul lavoro e malattia professionale sopravvissute dall'istante all'istante t+1 ed il numero complessivo delle medesime prestazioni vigenti in t+1  
 $^i\delta_{IL}$  = rapporto tra il numero delle pensioni vigenti indirette per infortunio sul lavoro e malattia professionale sopravvissute dall'istante all'istante t+1 ed il numero complessivo delle medesime prestazioni vigenti in t+1  
 $\delta_M$  = rapporto tra il numero delle pensioni vigenti ai superstiti sopravvissute dall'istante t all'istante t+1 ed il numero complessivo delle medesime pensioni vigenti in t+1  
 $\delta_{MVA}$  = rapporto tra il numero delle pensioni vigenti ai superstiti derivanti da pensioni di vecchiaia ed anzianità e il totale delle pensioni ai superstiti  
 $\delta_{VA}$  = rapporto tra il numero delle pensioni vigenti per vecchiaia ed anzianità sopravvissute dall'istante t all'istante t+1 ed il numero complessivo delle medesime pensioni vigenti in t+1  
 $\varepsilon$  = età minima per l'ottenimento di una generica prestazione  
 $\varepsilon_A$  = età minima per l'ottenimento dell'assegno sociale  
 $\eta(ANZ)$  = quota del numero di prestazioni liquidate con il sistema retributivo sul complesso delle nuove pensioni  
 $\varphi$  = tasso di conseguimento di un'infermità da cui ha origine uno stato d'inabilità  
 $\lambda$  = probabilità di sopravvivenza  
 $\kappa$  = tasso di crescita delle retribuzioni lavorative indotta dalle anzianità di servizio  
 $\mu$  = parametro di crescita economica  
 $\pi$  = tasso di ottenimento di una generica prestazione previdenziale  
 $\pi_A$  = tasso di ottenimento di assegno sociale  
 $^d\pi_G$  = tasso di pensionamento diretto per guerra  
 $^i\pi_G$  = tasso di pensionamento indiretto per guerra  
 $\pi_I$  = tasso di pensionamento per invalidità  
 $\pi_{IC}$  = tasso di pensionamento per invalidità civile  
 $^d\pi_{IL}$  = tasso di pensionamento diretto per infortunio sul lavoro e malattia professionale  
 $^i\pi_{IL}$  = tasso di pensionamento indiretto per infortunio sul lavoro e malattia professionale  
 $\pi_M$  = tasso di pensionamento ai superstiti  
 $\pi_{VA}$  = tasso di pensionamento per vecchiaia ed anzianità  
 $\rho_{IL}$  = quote di decessi per infortunio sul lavoro e malattia professionale  
 $\sigma$  = tasso di lasciare superstiti  
 $\upsilon$  = età per l'ottenimento di una pensione per vecchiaia  
 $\xi_I$  = quota degli assegni vigenti d'invalidità sul complesso delle pensioni d'invalidità

$\omega$  = tasso endogeno di variazione dei redditi da lavoro

$\bar{\omega}$  = tasso esogeno di variazione dei redditi da lavoro