



Olimpiadi italiane di statistica

Anno 2018

Prova individuale

Fase finale

Classi IV

Esercizi con soluzioni

1

Sia data una distribuzione statistica con dati che presentano valori sia positivi che negativi. In tal caso è vero che:

- La varianza è pari a zero
- La media aritmetica può essere negativa**
- Non possiamo calcolare né varianza né media aritmetica
- La mediana della distribuzione è sempre pari a zero
- Non so

Soluzione:

L'unica affermazione corretta delle 4 presentate è la seconda, infatti una distribuzione statistica che presenta valori sia positivi che negativi può avere la media aritmetica minore di zero. Le altre tre affermazioni proposte sono false: varianza e media aritmetica possono calcolarsi nel modo consueto; la varianza sarebbe zero solo nel caso in cui tutti i valori della distribuzione fossero uguali alla media aritmetica; mentre la mediana non deve essere necessariamente pari a zero.

2

La tabella contiene la distribuzione di frequenze relative del numero di libri letti dagli utenti della biblioteca comunale nell'ultimo mese:

Numero libri	1	2	3	4	5	6	7
Frequenza relativa	*	0,35	0,15	*	0,1	*	0,05

Sappiamo che il 20% degli utenti ha letto almeno 5 libri e che la mediana è pari a 3. Quali sono (nell'ordine) le frequenze mancanti?

- 0,1 / 0,2 / 0,05**
- 0,2 / 0,1 / 0,05
- 0,2 / 0,05 / 0,1
- 0,05 / 0,1 / 0,2
- Non so

Soluzione:

L'informazione che il 20% degli utenti ha letto almeno 5 libri ci dice che la frequenza relativa di chi ha letto 5, 6 o 7 libri è di 0,2. Per trovare la frequenza di chi ha letto esattamente 6 libri possiamo effettuare i seguenti calcoli:

$$\text{Frequenza di chi ha letto almeno 6 libri} = 0,2 - (0,1 + 0,05) = 0,2 - 0,15 = 0,05$$

Ovvero dobbiamo sottrarre dalla frequenza relativa di chi ha letto almeno 5 libri la frequenza di chi ne ha letti esattamente 5 ed esattamente 7, fornita nell'esercizio.

Quindi le terne che possono essere corrette possono essere la prima o la seconda (in cui la terza frequenza relativa è proprio 0,05). Con la prima terna la mediana della distribuzione è la modalità 3 libri letti (in questo caso le prime 3 modalità assommano una frequenza relativa cumulata di 0,60), con la seconda terna la mediana diventa 2 libri letti (in questo caso già le prime 2 modalità assommano una frequenza relativa cumulata di 0,55), quindi la prima terna è quella corretta.

3

Un'urna contiene 3 gettoni rossi, 5 gialli e 2 bianchi; si estrae un gettone, si osserva il colore, lo si rimette nell'urna e si estrae un secondo gettone. Qual è la probabilità che i gettoni estratti siano uno rosso ed uno giallo?

- 0,008
- 0,15
- 0,3**
- 0,8
- Non so

Soluzione:

Siamo in presenza di due eventi indipendenti (l'estrazione di un gettone rosso e l'estrazione di un gettone giallo); per calcolare la probabilità richiesta dobbiamo dapprima calcolare la probabilità che il primo gettone estratto sia rosso ed il secondo gettone estratto sia giallo:

Probabilità che esca prima un gettone rosso e poi un gettone giallo = $(3/10) \times (5/10) = 0,3 \times 0,5 = 0,15$

Ovvero la suddetta probabilità è data dal prodotto della probabilità che esca un gettone rosso alla prima estrazione ($3/10$) con la probabilità che esca un gettone giallo alla seconda ($5/10$). Si esegue il prodotto delle probabilità proprio perché siamo in presenza di eventi indipendenti.

Passiamo ora a calcolare la probabilità che il primo gettone estratto sia giallo ed il secondo gettone estratto sia rosso:

Probabilità che esca prima un gettone giallo e poi un gettone rosso = $(5/10) \times (3/10) = 0,5 \times 0,3 = 0,15$

Ovvero la suddetta probabilità è data dal prodotto della probabilità che esca un gettone giallo alla prima estrazione ($5/10$) con la probabilità che esca un gettone rosso alla seconda ($3/10$).

Se sommiamo ora le due probabilità appena calcolate ($0,15 + 0,15$) otteniamo la probabilità richiesta nell'esercizio, ovvero 0,3.

4

In un processo di purificazione per ottenere del metallo puro si passa attraverso tre lavorazioni. Al termine della prima lavorazione si ha soltanto il 60% del materiale iniziale; al termine della seconda lavorazione si ha solo l'80% del materiale che si aveva al termine della prima lavorazione; al termine della terza lavorazione si ha solo il 90% del materiale che si aveva al termine della seconda lavorazione. Al termine delle tre lavorazioni che percentuale si ha del materiale iniziale?

- 31,5
- 36
- 43,2**
- 76,7
- Non so

Soluzione:

Per rispondere al quesito posto dobbiamo dapprima calcolare l'80% del 60%, con i seguenti semplici calcoli:

Prima percentuale = $80 \times 60 / 100 = 48\%$

Ovvero alla fine della seconda lavorazione è rimasto solo il 48% del materiale iniziale.

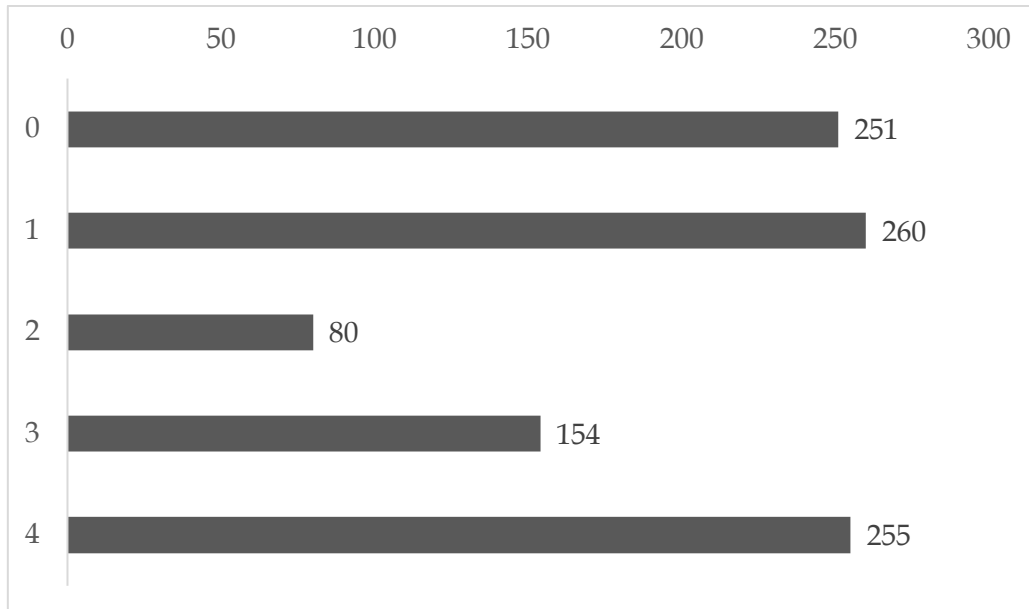
A questo punto possiamo calcolare quanto richiesto:

Percentuale finale = $90 \times 48 / 100 = 43,2\%$

Dunque la percentuale di materiale iniziale che rimane al termine delle tre lavorazioni è del 43,2%.

5

Ai 1000 abitanti di un piccolo comune viene chiesto di esprimere un giudizio su un nuovo servizio comunale, usando una scala da 0 a 4 (0 = pessimo, 4 = ottimo). Le risposte ottenute sono riassunte nel grafico che segue:



Delle seguenti terne di valori qual è la terna corretta relativa alla moda, mediana e media aritmetica della distribuzione rappresentata nel suddetto grafico?

- 1 / 2 / 1,9
- 1 / 1 / 2,1
- 1 / 2 / 2,1
- 1 / 1 / 1,9
- Non so

Soluzione:

Osservando il grafico possiamo facilmente notare che la moda della distribuzione è la modalità 1 e che la mediana è anch'essa la modalità 1 (se sommiamo le due frequenze relative alle modalità 0 ed 1 otteniamo 511, ovvero più della metà degli abitanti del comune). Per cui delle terne proposte possono essere corrette sia la seconda che la quarta. A questo punto dobbiamo calcolare anche la media aritmetica della distribuzione rappresentata nel grafico, attraverso i seguenti calcoli:

$$\text{Media aritmetica} = (251 \times 0 + 260 \times 1 + 80 \times 2 + 154 \times 3 + 255 \times 4) / 1000 = 1902 / 1000 = 1,9$$

Come sempre la media aritmetica è data dalla somma dei prodotti delle modalità per le rispettive frequenze, in questo caso assolute, il tutto diviso per il numero complessivo di persone.

Possiamo, quindi, concludere che la terna corretta è la quarta.

6

Qual è la probabilità che non esca nessuna testa lanciando tre volte una moneta?

- 0
- 0.125**
- 0,2
- 0,33
- Non so

Soluzione:

Per rispondere alla domanda dobbiamo dapprima determinare lo spazio degli eventi possibili, indicando con C croce e con T testa:

CCC / CCT / CTC / CTT / TCC / TCT / TTC / TTT

Gli eventi possibili sono dunque 8.

L'unica terna di valori che corrisponde al quesito è la prima, in cui sono presenti solo croci, per cui la probabilità richiesta è:

Probabilità che non esca nessuna testa = $1/8 = 0,125$

Abbiamo calcolato, come sempre, la probabilità come rapporto tra eventi favorevoli ed eventi possibili.

7

Il reddito medio annuo (in migliaia di euro) di 2 donne è pari a 25, mentre quello di 8 uomini a 33. Qual è il reddito medio annuo (in migliaia di euro) delle 10 persone?

- 5,8
- 29
- 31,4**
- 157
- Non so

Soluzione:

Per rispondere al quesito posto dobbiamo effettuare i seguenti calcoli:

$$\text{Reddito medio annuo complessivo} = [(2 \times 25) + (8 \times 33)] / 10 = (50 + 264) / 10 = 314 / 10 = 31,4$$

Ovvero dobbiamo moltiplicare il reddito medio delle 2 donne per il loro numero ed il reddito medio degli 8 uomini per il loro numero, sommare i due prodotti e dividere la somma complessiva per il numero complessivo di persone (10).

8

Sia data una distribuzione con differenza interquartile (ovvero la differenza tra il terzo ed il primo quartile) uguale a zero. Per tale distribuzione è sempre vero che:

- La varianza è uguale a zero
- La media aritmetica è uguale a zero
- Almeno il 50% delle unità statistiche presenta la stessa modalità**
- La media aritmetica è uguale alla mediana
- Non so

Soluzione:

Se il primo quartile coincide col terzo quartile (e quindi con il secondo quartile, ovvero la mediana) almeno il 50% delle unità statistiche della distribuzione presentano la stessa modalità. Nulla possiamo dire delle unità statistiche che precedono il primo quartile e seguono il terzo, per cui l'unica affermazione corretta è la terza. In particolare non possiamo dire che certamente la media aritmetica e la mediana coincideranno: possono essere uguali o non esserlo.

9

Lanciando due dadi la probabilità che la somma sia 5 è:

- 0,11**
- 0,125
- 0,2
- 0,5
- Non so

Soluzione:

Il numero di eventi possibili è dato dal prodotto di 6 per 6, ovvero abbiamo 36 eventi possibili. Gli eventi favorevoli sono dati dai seguenti lanci:

1 e 4

2 e 3

3 e 2

4 e 1

Gli eventi favorevoli sono quindi 4. Per cui la probabilità richiesta è data dal solito rapporto tra eventi favorevoli ed eventi possibili:

Probabilità = $4/36 = 1/9 = 0,11$

10

Una comitiva di 24 persone ha età media di 20 anni. Tenendo conto anche dell'accompagnatore della comitiva, l'età media diventa di 21 anni. Qual è l'età dell'accompagnatore?

- 20
- 20,5
- 45**
- 80
- Non so

Soluzione:

Per calcolare l'età dell'accompagnatore dobbiamo effettuare i seguenti calcoli:

$$\text{Età dell'accompagnatore} = (25 \times 21) - (24 \times 20) = 525 - 480 = 45$$

Ovvero dobbiamo moltiplicare la media di 21 anni per il numero di persone complessivo, compreso l'accompagnatore, e sottrarre da questo prodotto la media di 20 anni moltiplicata per il numero di persone senza accompagnatore (24).

11

Un dirigente scolastico ha raccolto dati sul numero di giorni di assenza nell'ultimo periodo dei 100 studenti iscritti al quinto anno del suo istituto e li ha raccolti nella tabella seguente:

Giorni di assenza	0	1	2	3	4
Numero di studenti	18	34	28	13	7

Qual è il numero medio di giorni di assenza per studente?

- 1,57
- 2
- 10
- 20
- Non so

Soluzione:

Calcoliamo la media aritmetica dei giorni di assenza nel solito modo, moltiplicando ogni modalità per la sua frequenza assoluta, sommando tutti i prodotti e dividendo la somma complessiva per il numero totale di studenti:

Numero medio di giorni di assenza = $[(0 \times 18) + (1 \times 34) + (2 \times 28) + (3 \times 13) + (4 \times 7)] / 100 = 157 / 100 = 1,57$

12

Nella tabella è riassunta la distribuzione di frequenze percentuali per condizione occupazionale nel 2014 dei dottori di ricerca che hanno conseguito il titolo nel 2010:

Condizione occupazionale	Frequenza percentuale
Lavoro iniziato prima del conseguimento del titolo	31,6
Lavoro iniziato dopo il conseguimento del titolo	59,9
Non lavora e cerca lavoro	7,0
Non lavora e non cerca lavoro	1,5
Totale	100

La mediana è?

- Non definita**
- Lavoro iniziato dopo il conseguimento del titolo
- 59,9
- 50
- Non so

Soluzione:

Siamo in presenza di un carattere qualitativo sconnesso, per il quale l'unico indice di posizione che è possibile calcolare è la moda. In particolare non possiamo calcolare, per tale tipo di variabili, la mediana.

13

Si consideri il gioco della roulette (gli eventi elementari sono 37, tutti i numeri interi da 0 a 36).
Quale evento, dei seguenti, ha la maggiore probabilità di avverarsi?

- L'uscita di un multiplo di 3
- L'uscita di un numero uguale o inferiore a 16
- L'uscita di un numero pari (compreso lo zero)**
- L'uscita di un numero dispari
- Non so

Soluzione:

Calcoliamo le quattro probabilità indicate nell'esercizio, ogni volta rapportando gli eventi favorevoli agli eventi possibili:

$$P(\text{uscita di un multiplo di 3}) = 13/37 = 0,35$$

$$P(\text{uscita di un numero uguale o inferiore a 16}) = 17/37 = 0,46$$

$$P(\text{uscita di un numero pari (compreso lo zero)}) = 19/37 = 0,51$$

$$P(\text{uscita di un numero dispari}) = 18/37 = 0,49$$

Come si evince dai calcoli la probabilità più alta è quella relativa all'uscita di un numero pari (compreso lo zero).

14

La tabella contiene le distribuzioni di frequenza percentuale per donne e uomini dell'Unione Europea rispetto al ciclo di istruzione completato (anno di riferimento 2016):

Ciclo di istruzione completato	Donne	Uomini
Scuola primaria e secondaria di primo grado	23,0	23,1
Scuola secondaria di secondo grado	44,5	48,0
Università	32,5	28,9

Il numero 32,5 nella tabella rappresenta:

- La percentuale di laureate sul totale delle donne**
- La percentuale di donne sul totale delle laureate
- La percentuale delle donne laureate sul totale dei cittadini europei
- La mediana della distribuzione delle donne
- Non so

Soluzione:

Se nella tabella calcoliamo i totali delle percentuali per donne ed uomini otteniamo in entrambi i casi 100: le frequenze percentuali sono calcolate ogni volta sul totale di donne ed uomini rispettivamente. Quindi la risposta corretta è senza dubbio la prima, le altre sono false.

15

Lorenzo e Alessandro decidono che il conto del bar sarà pagato da colui che pesca la carta più bassa. Estrarranno una carta in sequenza, senza rimettere la prima carta estratta nel mazzo. Per evitare la parità, decidono di usare solo le 13 carte di uno stesso seme. Lorenzo pesca un 5. Che probabilità ha ora Alessandro di non pagare il conto?

- 0,33
- 0,4
- 0,67**
- 0,8
- Non so

Soluzione:

Dopo l'estrazione della carta da parte di Lorenzo sono rimaste 12 carte, tra le quali Alessandro pescherà la sua. Di queste dodici carte 4 sono di valore inferiore a 5 (asso, due, tre e quattro) e 8 di valore superiore a 5 (da 6 in su). Quindi la probabilità che Alessandro non paghi il conto è data, come sempre, dal rapporto tra casi favorevoli (8) e casi possibili (12), ovvero:

Probabilità che Alessandro non paghi il conto = $8/12 = 0,67$