



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 1

Una classe è composta da 15 maschi e 10 femmine. Quale fra le seguenti affermazioni è vera?

- 1) La frequenza relativa dei maschi è 0,8
- 2) La frequenza percentuale delle femmine è 50%
- 3) La somma delle percentuali di maschi e femmine è 100%**
- 4) Le modalità sono 3
- 5) Non so

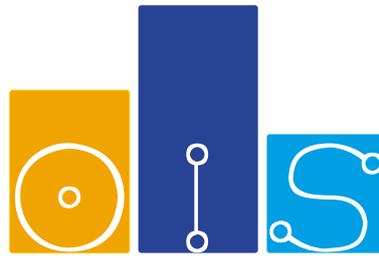
Soluzione

La somma delle percentuali di maschi e femmine è 100%, considerato che le modalità sono solo maschi e femmine.

Le altre affermazioni sono false perché la frequenza relativa dei maschi è

$$15/(15+10) = 15/25 = 0,6$$

Poi, ricordando che le percentuali vanno calcolate moltiplicando le frequenze relative per 100, risulta che la frequenza percentuale delle femmine è 40%. Infine, le modalità osservate della variabile “sesso” sono due, rispettivamente “maschio” e “femmina”.



Olimpiadi
Italiane di
Statistica

Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 2

I dati seguenti riguardano il tempo (in minuti) impiegato da una persona per prepararsi al mattino, misurato in 10 giorni consecutivi:

39 52 44 43 22 40 29 31 39 35

Qual è il tempo mediano impiegato (in minuti) per prepararsi al mattino?

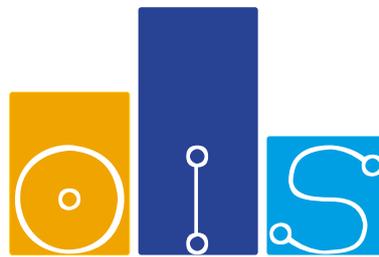
- 1) 39
- 2) 39,5
- 3) 44,5
- 4) 45
- 5) Non so

Soluzione

Ricordiamo che la mediana è la modalità, espressa dall'osservazione, che occupa la posizione centrale della serie ordinata:

22, 29, 31, 35, 39, 39, 40, 43, 44, 52;

dal momento che $n = 10$ è pari, consideriamo le osservazioni che occupano le posizioni $n/2$ e $n/2 + 1$; poiché la modalità che occupa le due posizioni è sempre 39, essa è anche la mediana della distribuzione.



Olimpiadi
Italiane di
Statistica

Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 3

Qual è il campo di variazione della seguente sequenza di valori di una variabile X?

4 8 6 6 7 9 8 8 8

- 1) 4
- 2) 5
- 3) 6
- 4) 7
- 5) Non so

Soluzione

Il campo di variazione è il più semplice indice di variabilità ed è dato dalla differenza tra il valore massimo ed il valore minimo di una distribuzione; pertanto, la risposta corretta è

$$9 - 4 = 5.$$



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 4

I voti ottenuti da due studenti in cinque verifiche di matematica del secondo quadrimestre sono i seguenti:

studente A	7	7	5	8	5
studente B	7	6	6	7	6

Il voto medio di A è uguale a quello di B ed è pari a 6,4. È possibile, senza fare calcoli, affermare che:

- 1) I voti dello studente B presentano una minore variabilità
- 2) I voti dello studente A presentano una minore variabilità
- 3) I voti dello studente A e dello studente B hanno la stessa variabilità
- 4) I voti dello studente B presentano una maggiore variabilità
- 5) Non so

Soluzione

I voti dello studente B sono compresi tra 6 e 7 mentre quelli dello studente A tra 5 e 8; quindi, visto che hanno la stessa media, i voti dello studente B presentano una minore variabilità.



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 5

Viene condotta un'indagine sul peso degli allievi della tua scuola, quale di queste affermazioni è corretta?

- 1) **La popolazione è costituita dagli allievi della scuola**
- 2) La popolazione è costituita dai pesi degli allievi della tua scuola
- 3) La popolazione è costituita da ciascun allievo della scuola
- 4) La popolazione è costituita dagli allievi frequentanti le scuole della città dove è ubicata la tua scuola
- 5) Non so

Soluzione

Per popolazione (o collettivo statistico) si intende l'insieme degli elementi che sono oggetto di studio, ovvero l'insieme delle unità (dette unità statistiche) sulle quali viene effettuata la rilevazione delle modalità con le quali il fenomeno studiato si presenta. Tali unità presentano tutte almeno una caratteristica comune, che viene accuratamente definita al fine di delimitare il loro insieme; in questo esempio con "gli allievi della scuola" sui quali si intende studiare il peso. Quindi la risposta corretta è "**La popolazione è costituita dagli allievi della scuola**". Se il testo avesse riportato "In un'indagine sul peso degli allievi delle scuole della tua città", allora la risposta esatta sarebbe stata la quarta.



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

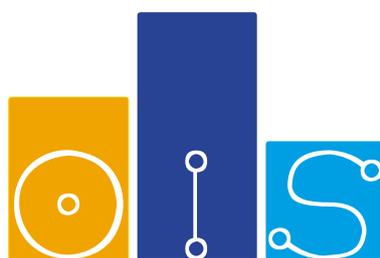
QUESITO 6

Nella tua classe l'altezza mediana è 152 cm. Questo significa che:

- 1) Non ci sono studenti più bassi di 152 cm
- 2) L'altezza più comune è 152 cm
- 3) **La metà degli studenti ha un'altezza inferiore a 152 cm, mentre l'altra metà ha un'altezza superiore**
- 4) L'altezza media degli studenti è 152 cm
- 5) Non so

Soluzione

Data una distribuzione di un carattere quantitativo oppure qualitativo ordinabile (ovvero le cui modalità possano essere ordinate in base a qualche criterio), si definisce la mediana (o valore mediano) come il valore/modalità (o l'insieme di valori/modalità) assunto dalle unità statistiche che si trovano nel mezzo della distribuzione. In questo esempio l'**altezza mediana pari a 152 cm** significa che almeno la metà degli studenti ha un'altezza inferiore a 152 cm, mentre l'altra metà ha un'altezza superiore.

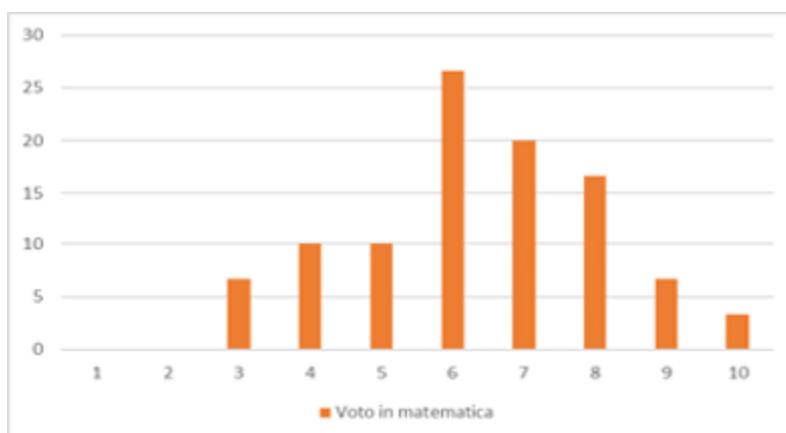


Olimpiadi Italiane di Statistica

Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 7

Nel seguente diagramma a barre sono state rappresentate le percentuali relative ad una classe di 30 studenti, in base al voto ricevuto in matematica



Quale affermazione è vera?

- 1) La mediana è un voto insufficiente
- 2) Il 20% degli studenti ha preso 7**
- 3) Gli studenti che hanno preso 9 sono stati 6
- 4) La percentuale cumulata di 3 è superiore al 10%
- 5) Non so

Soluzione

La verifica delle affermazioni è data osservando il grafico, infatti in corrispondenza di 7 si ha il 20%. Tutte le altre affermazioni sono false.



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

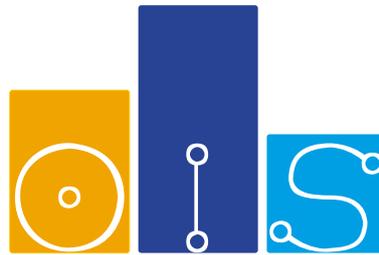
QUESITO 8

Nel 1991 gli ospedali in Italia erano 1826 ripartiti per tipo come segue: ospedali generali 1345, ospedali specialistici 295, ospedali psichiatrici 186. Per ogni ospedale è stato rilevato il numero di posti letto ottenendo le informazioni seguenti:

	osp. generali	osp. specialist.	osp. psichiatr.
n. medio di posti letto	318,51	215,58	407,22
scarto quadratico medio dei posti letto	445,96	259,54	477,84

A quanto ammonta il numero medio di posti letto per il complesso di ospedali?

- 1) 310,92
- 2) 215,50
- 3) 409,01
- 4) 252,45
- 5) Non so



Olimpiadi
Italiane di
Statistica

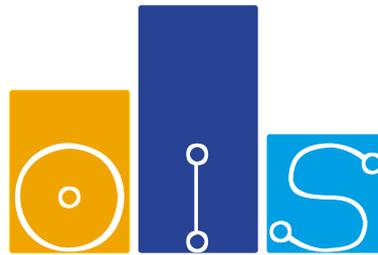
Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

Soluzione

Tenuto conto che si hanno $K = 3$ gruppi di numerosità $N_1 = 1345$, $N_2 = 295$ ed $N_3 = 186$, formati rispettivamente dagli ospedali generali, dagli ospedali specialistici e dagli ospedali psichiatrici, ed avendo le medie della variabile “numeri di posti letto” per ciascun gruppo, è possibile calcolare la media aritmetica totale:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^3 \bar{X}_j \cdot N_j = \frac{318.51 \cdot 1345 + 215.58 \cdot 295 + 407.22 \cdot 186}{1345 + 295 + 186} = \frac{567734.97}{1826} = 310.917.$$

Tale media generale è data, quindi, dalla somma dei prodotti di ciascun numero medio di posti letto per tipologia di ospedale per il numero di ospedali di quel tipo, il tutto diviso per il numero complessivo di ospedali.



Olimpiadi Italiane di Statistica

QUESITO 9

Un gruppo di studenti è stato intervistato sul cibo preferito. I risultati sono riportati in tabella

CIBO PREFERITO	STUDENTI
Pizza	...
Pasta	79
Riso	43
Verdura	12

Predisponendo un diagramma a torta, si è iniziato a riportare le percentuali dei dati ottenuti come segue:



Quanti sono gli studenti che hanno indicato la pizza come cibo preferito?

- 1) 72
- 2) 84
- 3) 96
- 4) 106
- 5) Non so

Soluzione

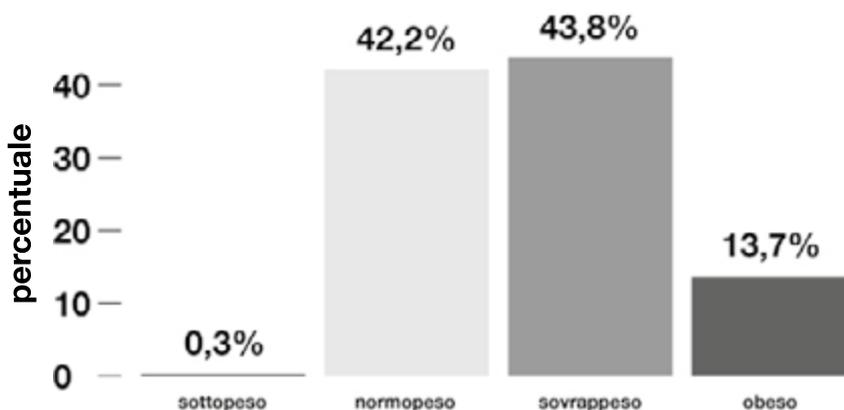
Considerato che le verdure sono il cibo preferito da 12 studenti, che rappresentano il 5% degli intervistati, si può stabilire la proporzione $5:100 = 12:x$, nella quale x è proprio il numero totale mancante di studenti; da tale proporzione deriva che tale totale è dato da $12x100:5 = 240$. Dall'elenco mancano solo gli studenti che preferiscono la pizza, che sono $240-(79+43+12) = 106$.



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 10

In una indagine sullo stato di salute della popolazione sono state raccolte informazioni relative al peso e alla statura di 1000 intervistati. Il grafico seguente riporta la distribuzione della variabile “Indice di massa corporea”, suddividendo gli intervistati in quattro gruppi: sottopeso, normopeso, sovrappeso e obeso.



fonte Invalsi

Quante sono le persone in sovrappeso?

- 1) Più di 500, ma meno di 600
- 2) Più di 600
- 3) Meno della somma delle persone sottopeso e obese
- 4) All'incirca tante quante sono le persone normopeso**
- 5) Non so



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

Soluzione

Se $i=1,2,3,4$ sono le categorie dell'indice di massa corporea e $N = 1000$, l'istogramma è la rappresentazione grafica della distribuzione delle frequenze relative percentuali ($\text{perc}(i) = (n(i) / n * 100)$) dello "stato di salute della popolazione", che, nel caso delle persone in sovrappeso, si manifesta 43,8 volte su 100 persone, che sono all'incirca tante quante sono le persone normopeso (42,2 volte su 100). La risposta corretta è, quindi, la quarta. Le altre 3 risposte sono errate, come si può evincere analizzando con attenzione il grafico fornito e tenendo conto del fatto che le percentuali del grafico sono calcolate su una popolazione di 1000 persone.



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 11

In un'intervista telefonica, 10 famiglie hanno riferito le proprie spese mensili alimentari (in euro) pari a:

1504,20	721,60	1078,70	1141,60	1411,50	1814,60	1772,50
504,50	1817,00	707,10				

Quale di queste affermazioni è vera?

- 1) La spesa mensile mediana è 1814,60 e quella media è 1819,10
- 2) **La spesa mensile mediana è 1276,55 e quella media è 1247,33**
- 3) La spesa mensile mediana è 1141,60 e quella media è 1247,33
- 4) La spesa mensile mediana è 1141,60 e quella media è 1907,30
- 5) Non so

Soluzione

La mediana è il valore che divide l'insieme di dati ordinati in due parti ugualmente numerose. In altre parole, metà dei valori nei dati sono più piccoli della mediana, e metà sono più grandi. Se il numero di osservazioni n è dispari, la mediana è il valore che occupa la posizione $(n+1)/2$ nella serie ordinata dei dati. Se n è pari (come nel caso in esame), la mediana è la media tra i 2 valori centrali, ossia la media dei valori nelle posizioni $n/2$ e $n/2 + 1$. Nel caso dei dati raccolti, quindi, è 1276,55 ossia, dopo aver ordinato i dati, la media di 1141,60 e 1411,50 (rispettivamente i valori nella posizione $10/2$ e $10/2+1$). La media invece è data da $12473,30/10 = 1247,33$, ovvero la somma dei dati divisa per il numero dei dati osservati.



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 12

La seguente tabella si riferisce alla rilevazione effettuata sulla scuola media di provenienza in una classe prima di un Istituto Tecnico:

SCUOLA MEDIA DI PROVENIENZA

sezzo	scuola A	scuola B	scuola C	altre scuole
maschi	5	3	4	2
femmine	6	3	4	3

fonte prove Invalsi 2004-2005

Qual è la percentuale di alunni provenienti dalla Scuola B?

- 1) 10%
- 2) 20%
- 3) 30%
- 4) 19%
- 5) Non so

Soluzione

Per calcolare la percentuale richiesta è sufficiente calcolare il numero complessivo di alunni della classe e dividere il numero di alunni provenienti dalla scuola B per tale numero complessivo; ovvero la percentuale di alunni provenienti dalla scuola B è pari a $(3+3)/(5+6+3+3+4+4+2+3) \cdot 100 = (6/30) \cdot 100 = 0,20 \cdot 100 = 20\%$.



QUESITO 13

In una azienda lavorano 80 impiegati: 60 guadagnano 3 euro all'ora, gli altri 20 guadagnano 2 euro all'ora. Se nel primo gruppo il guadagno viene ridotto di 25 centesimi, mentre nel secondo gruppo viene aumentato di 75 centesimi, come si modificherebbe il guadagno medio nell'intero collettivo?

Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

- 1) Diminuirebbe di 25 centesimi
- 2) Aumenterebbe di 50 centesimi
- 3) Sarebbe uguale
- 4) Aumenterebbe di 75 centesimi
- 5) Non so

Soluzione

Il guadagno medio iniziale è dato da:

$$M1 = (60 \cdot 3 + 20 \cdot 2) / 80 = 2,75$$

Il guadagno medio modificato è dato da:

$$M2 = (60 \cdot 2,75 + 20 \cdot 2,75) / 80 = [2,75 \cdot (60 + 20)] / 80 = 2,75$$

Quindi il guadagno medio complessivo non si modifica nel cambio; in particolare nel secondo caso tutti gli impiegati arrivano a guadagnare lo stesso stipendio orario.



Anno 2021
 Prova individuale
 Classi prima e seconda - Esercizi

Quesito 14

I voti in trentesimi riportati da 25 studenti in un esame sono presentati nella seguente tabella:

n. studente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
voto	15	17	27	25	29	14	16	25	27	18	10	15	27
n. studente	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
voto	28	19	14	30	21	17	24	29	20	13	30	25	

Sapendo che il voto medio è 21,40 e la varianza è 37,04, indicare quanti studenti si discostano dal voto medio, in più o in meno, per più di una volta dello scarto quadratico medio (deviazione standard):

- 1) 15
- 2) 11
- 3) 10
- 4) 5
- 5) Non so

Soluzione

Poiché la media è $M = 21,40$ e lo scarto quadratico medio è $s = 6,09$ (ovvero la radice quadrata della varianza), elaborando i dati si ottiene che:

$$M - s = 15,31 \quad M + s = 27,49$$

Risulta quindi che ci sono 11 voti che non appartengono all'intervallo $[M - s, M + s]$, ossia si discostano in media per più di una volta lo scarto quadratico medio.



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 15

Ad un totale di 1080 studenti è stato chiesto di indicare il proprio sport preferito scegliendo fra calcio, pallavolo, basket, tennis, nuoto. Ecco quanti preferiscono i seguenti sport:

Calcio = 300

Pallavolo = 200

Basket = 200

Tennis = 120

Nuoto = 260

Se si vogliono rappresentare gli studenti usando un diagramma a torta, di quanti gradi deve essere ampio l'angolo del diagramma che si riferisce al basket?

- 1) 100°
- 2) **$66,7^\circ$**
- 3) $46,7^\circ$
- 4) $56,7^\circ$
- 5) Non so

Soluzione

Posto che un cerchio rappresenta il totale degli intervistati (1080 studenti), bisognerà dividerlo in settori per mostrare graficamente i risultati. Si divide il totale degli studenti per un angolo giro, ossia la totale ampiezza del centro del cerchio: $1080:360^\circ = 3$. Ad ogni grado corrispondono quindi 3 studenti. Per trovare l'ampiezza di ciascun settore si deve quindi dividere il numero degli studenti che hanno espresso una data preferenza per 3, numero a cui corrisponde un grado; nel caso del basket abbiamo: $200:3 = 66,7^\circ$. Per cui la risposta corretta è la seconda.



Anno 2021
 Prova individuale
 Classi prima e seconda - Esercizi

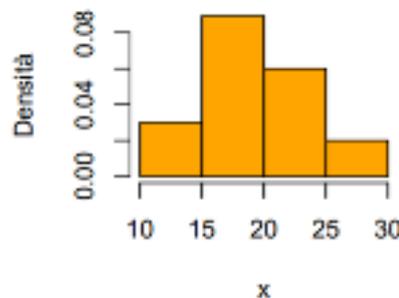
QUESITO 16

In un'ora una libreria emette 20 scontrini per i seguenti importi in Euro:

10 13 13 18 18 18 19 19 20 20 20 20 22 22
 23 24 24 25 26 27

I dati sono stati rappresentati con un istogramma utilizzando il raggruppamento in classi dei suddetti importi come segue:

10 - 15 , 15 - 20 , 20 - 25 , 25 - 30



Come sono state calcolate le altezze dei rettangoli dell'istogramma?

- 1) $(\text{Frequenze}/\text{ampiezza di classe}) \times 100$
- 2) $\text{Frequenze} \times \text{ampiezza di classe}$
- 3) **Frequenze relative/ampiezza di classe**
- 4) $(\text{Frequenze}/100) \times (\text{ampiezza di classe}/ 2)$
- 5) Non so



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

Soluzione

L'istogramma è composto da un insieme di rettangoli tra loro adiacenti. Le basi di questi rettangoli sono tutte allineate su un asse orizzontale detto anche "asse delle ascisse".

Il numero dei rettangoli corrisponde al numero di classi in cui è stata suddivisa la variabile.

La larghezza della base dei rettangoli dipende dall'ampiezza di tali classi e, complessivamente, tutte le basi dei rettangoli affiancate devono coprire l'intera gamma dei valori della variabile.

L'altezza di ogni rettangolo, invece, indica la densità (o intensità) dei casi presenti in ogni classe ed è data dal rapporto tra la frequenza (assoluta o relativa: nel caso preso in esame si tratta della frequenza relativa) e l'ampiezza della classe.

L'area di ciascun rettangolo è proporzionale alla frequenza (assoluta e relativa).



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 17

Il numero medio di esami superati da un gruppo di 10 studenti durante l'ultimo anno accademico è di 3,6. A questo gruppo si aggiunge un altro gruppo di 20 studenti e la media complessiva (di tutti e trenta) diventa 5. Indicare qual è la media degli esami superati dal gruppo dei soli 20 studenti aggiunti:

- 1) 3,6
- 2) 7
- 3) 5
- 4) 5,7**
- 5) Non so

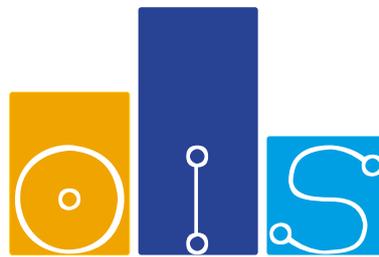
Soluzione

Essendo 5 il numero medio di esami per il totale degli studenti, per la proprietà della media aritmetica si sa che:

$$\bar{x}_{TOT} = \frac{n_A \cdot \bar{x}_A + n_B \cdot \bar{x}_B}{n_A + n_B} = \frac{10 \cdot 3.6 + 20 \cdot \bar{x}_B}{10 + 20} = 5$$

Dalla suddetta formula è possibile ricavare che la media del secondo gruppo di studenti è data da:

$$\bar{x}_B = \frac{5 \cdot 30 - 10 \cdot 3.6}{20} = 5.7$$



Olimpiadi
Italiane di
Statistica

Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 18

Nella seguente tabella sono riportate le frequenze congiunte delle variabili x “distanza casa-scuola” e y “mezzi utilizzati per raggiungere la scuola” rilevate su 100 studenti:

y	x			n_j
	corta	media	lunga	
a piedi	2	7	11	
mezzi propri	3	7	20	
mezzi pubblici	5	16	29	
n_i				100

Le frequenze marginali di x sono:

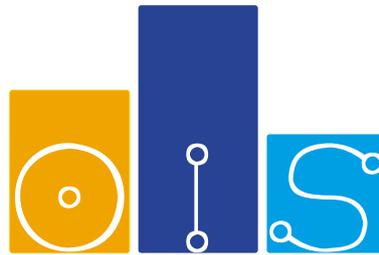
- 1) 30; 30; 30
- 2) 20; 30; 50
- 3) 3; 7; 20
- 4) 10; 30; 60**
- 1) Non so



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

Soluzione

La tabella, che riporta le frequenze congiunte delle variabili x “distanza casa-scuola” ed y “mezzi utilizzati per raggiungere la scuola”, è una tavola a doppia entrata in cui risultano una variabile di riga (y) e una variabile di colonna (x), mentre nelle celle definite dall’incrocio fra le righe e le colonne troviamo le frequenze congiunte, ossia il numero di volte con cui una particolare coppia di valori (x_i, y_h) si presenta: ad es. 5 è il numero di studenti la cui distanza casa-scuola è “corta” e che come “mezzi utilizzati per raggiungere la scuola” usa i “mezzi pubblici”. Le distribuzioni marginali di frequenza, invece, sono le distribuzioni semplici che si riferiscono alle due variabili distintamente. In altre parole, le frequenze marginali di x rappresentano il numero di studenti che presentano la modalità x_i di x , a prescindere da y , e sono 10, 30 e 60 (tali frequenze marginali di x si possono ottenere sommando le frequenze di ciascuna colonna della tabella).



Olimpiadi
Italiane di
Statistica

Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

QUESITO 19

La seguente tabella fornisce la distribuzione delle 100 famiglie di un quartiere secondo il carattere $X = \text{“numero di figli”}$:

numero figli	0	1	2	3	4	5	6
frequenze assolute	30	15	20	12	10	9	4

Quale di queste affermazioni è vera?

- 1) Mediamente il numero di figli (delle 100 famiglie prese in esame) si discosta (differisce) dal loro valore medio di 1,82 figli
- 2) Mediamente il numero di figli (delle 100 famiglie prese in esame) si discosta (differisce) dal loro valore medio di 3,32 figli
- 3) Mediamente il numero di figli (delle 100 famiglie prese in esame) si discosta (differisce) dal loro valore medio di 1,5 figli
- 4) Mediamente il numero di figli (delle 100 famiglie prese in esame) si discosta (differisce) dal loro valore medio di 1 figlio
- 5) Non so



Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

Soluzione

Lo scostamento quadratico medio dalla media aritmetica è una misura di variabilità che si ottiene come radice quadrata della varianza. Si procede dapprima al calcolo del numero medio di numero di figli (delle 100 famiglie prese in esame), che è:

$$M_1 = \frac{1}{100} \sum_{j=1}^7 x_j n_j = \frac{200}{100} = 2$$

Riscrivendo la tabella si procede poi al calcolo dello scostamento quadratico medio da M_1 :

x_j	n_j	$(x_j - M_1)^2 \cdot n_j$
0	30	120
1	15	15
2	20	0
3	12	12
4	10	40
5	9	81
6	4	64
		332

Dividendo la somma ottenuta per la numerosità della popolazione (ovvero le 100 famiglie) si ottiene che la varianza è 3,32, da cui si evince che lo scostamento quadratico medio è pari a 1,82, ovvero alla radice quadrata della varianza appena calcolata. Tale valore indica che mediamente il numero di figli (delle 100 famiglie prese in esame) si discosta (differisce) dal loro valore medio di 1,82 figli.



QUESITO 20

Su un collettivo formato da 120 maschi e 80 femmine è stata rilevata l'età in anni ottenendo la seguente distribuzione percentuale per sesso:

Anno 2021
Prova individuale
Classi prima e seconda - Esercizi

età	% maschi	% femmine
0-19	10	20
20-29	10	20
30-49	30	30
50-89	50	30
TOTALE	100	100

Il numero di maschi di età maggiore o uguale a 30 anni è:

- 1) 60
- 2) 12
- 3) 84
- 4) 96**
- 5) Non so

Soluzione

Sommando la percentuale di maschi di età compresa tra 30 e 49 anni a quella dei maschi di età compresa tra 50 e 89 anni, otteniamo la percentuale di maschi di 30 anni o più del collettivo considerato, ovvero $30+50 = 80\%$.

Se calcoliamo l'**80% di 120** (il numero totale dei maschi del collettivo) otteniamo **96**, che è la risposta corretta.