

Un'applicazione del modello "Country Product Dummy" per un'analisi territoriale dei prezzi

F. R. Pogelli (*)

(*) ISTAT – Servizio Statistiche sui prezzi

Sommario

In questo lavoro si intende proporre un metodo di confronto spaziale dei prezzi che può essere applicato a livello intranazionale per calcolare i differenziali del potere d'acquisto tra unità territoriali come i comuni e le regioni italiane. In particolare, si vuole indagare sulla possibilità di utilizzo dei dati sui prezzi al consumo raccolti per la costruzione dell'indice temporale NIC. Per la natura dell'indice temporale, i prezzi rilevati devono soprattutto rispondere a requisiti di rappresentatività locale, che non necessariamente implica il requisito di comparabilità territoriale.

Quest'ultimo requisito, indispensabile invece per i confronti spaziali, viene raggiunto utilizzando un modello di regressione lineare, noto come *Country Product Model* (CPD), che permette di considerare i differenziali territoriali dei prezzi, al netto delle caratteristiche qualitative dei prodotti che ne influenzano i livelli.

Nel presente documento viene fornita una breve panoramica delle esperienze internazionali di utilizzo della metodologia CPD e la sua applicabilità all'interno della più generale problematica di stima delle PPA internazionali. In chiusura, si presenta un'applicazione di suddetto metodo per un selezionato insieme di prodotti e per quattro comuni italiani: Milano, Firenze, Napoli e Palermo.

1. Introduzione

L'interesse per i confronti internazionali dei prezzi, si sviluppò verso il 1968, presso alcuni organismi internazionali tra cui le Nazioni Unite, la World Bank e l'OCSE, più un gruppo di ricercatori dell'Università di Pennsylvania che hanno creato un apposito centro per i confronti internazionali, il CICUP¹. Si realizzò uno studio pilota allo scopo di confrontare il potere d'acquisto delle monete nazionali e il Prodotto Interno Lordo espresso in volume. Tale indagine gettò le basi per costituire un programma di lavoro internazionale: *International Comparison Program* (ICP), in cui furono proposte negli anni a seguire diversi metodi ed applicazioni di analisi.

Nel più ampio contesto dell'ICP, si inserì l'*European Comparison Program* (ECP), ai fini del quale l'Eurostat condusse, per un numero crescente di paesi europei, indagini sui confronti internazionali dei prezzi, a scopo di deflazione spaziale del PIL e dei suoi principali componenti dal lato degli impieghi.

I risultati di tali comparazioni sono utilizzati per conoscere i vari livelli di sviluppo socio-economico o di benessere e povertà di ciascun paese in termini di ricchezza reale, in base ai quali sono prese decisioni ed azioni politiche, quali gli aiuti economici ai paesi più poveri e la distribuzione dei Fondi Strutturali di Coesione, nei paesi europei.

In ambito europeo, dopo il 1970 le indagini assunsero una cadenza quinquennale e si introdusse la denominazione di "Parità del Potere d'Acquisto" per i suddetti indici spaziali, (in breve PPA, secondo la sigla italiana, o PPP secondo la sigla inglese). Dopo il 1991 la cadenza delle rilevazioni è diventata annuale.

Le parità monetarie sono state pubblicate fino ad ora dagli istituti statistici, come un indicatore dei prezzi internazionali, utilizzando elaborazioni di indici, quali i metodi EKS, Geary Khamis o Gerardi che soddisfino le condizioni fondamentali nei confronti spaziali: la "transitività" e "l'equicaratteristicità".

I prezzi rilevati per un corretto indice temporale, quindi confrontabili e rappresentativi nel tempo, risultano non direttamente utilizzabili ai fini del calcolo di un corretto indice spaziale a causa della scarsa comparabilità spaziale dei prodotti del campione. I prezzi rilevati per i soli confronti temporali devono soprattutto rispondere ai requisiti di rappresentatività locale che, non necessariamente implicano la comparabilità territoriale. Infatti, l'unità di rilevazione di molti

¹ Center for International Comparison at the University of Pennsylvania.

beni e servizi presenti nel territorio nazionale è costituita da una serie di “varietà” (marca, modello, tipo di negozio) che rimangono costanti nel tempo nell’indice temporale dei prezzi, ma non sono necessariamente omogenee tra le varie città, cosicché il loro utilizzo sotto forma di medie dei livelli di prezzo nel calcolo di indici territoriali, non sempre è praticabile.

Un modo per poter condurre un’indagine intranazionale sul livello dei prezzi potrebbe essere quello di sfruttare ove possibile i dati sui prezzi dell’indice temporale,² eventualmente integrati con indagini mirate per quelle voci di prodotto in cui risulta particolarmente complicato individuare le varietà e confrontarli a livello territoriale.

Si propone quindi un approccio *model based*, in modo da operare con gli unici dati dei prezzi noti, distinti per regioni italiane, ma non possono essere direttamente usati per calcolare le parità monetarie regionali secondo il metodo applicato nell’ambito europeo.

Prerequisito indispensabile per realizzare tale lavoro, è la specificazione e la codifica di ogni varietà rilevata in ogni singolo Comune e la successiva creazione di una codifica unica nazionale per ogni singola varietà.

Nelle pagine seguenti si propone una sperimentazione di calcolo di PPA intranazionali, per alcuni tipi di prodotti rilevati in quattro comuni: Milano, Firenze, Napoli, Palermo, dividendo il lavoro in tre fasi:

- Codificare in modo univoco le varietà per ogni posizione elementare³ rilevata nei quattro comuni.
- Applicare il modello di regressione *Country Product Dummy* (utilizzato nell’ICP) per stimare i differenziali territoriali di prezzo per ciascun prodotto, al netto delle caratteristiche degli articoli che li differenziano localmente.
- Applicare la procedura di calcolo EKS, per calcolare gli indici di prezzo per i livelli successivi di aggregazione delle voci elementari.

La costruzione di un indicatore che misuri i differenziali di prezzo in diverse località italiane parte dal presupposto che vi sia una sensibile differenza nei livelli territoriali dei prezzi. Pur se non esistono attualmente evidenze empiriche in merito, alcune variabili possono essere utilizzate come proxy, come ad esempio gli andamenti territoriali degli indici temporali dei prezzi per capitoli di spesa o del PIL procapite per ripartizione geografiche.

Le finalità delle PPA intranazionali possono essere sintetizzate nei seguenti punti:

² Ad esempio i confronti diretti tra i livelli di prezzo rilevati o indiretti attraverso l’ausilio di modelli econometrici, come il modello CPD (Country Product Dummy), già proposto nell’ambito dei confronti internazionali,

³ Posizione elementare o voce elementare si riferiscono all’unità di rilevazione.

- per creare un indicatore del potere d'acquisto e delle condizioni di disagio economico delle famiglie residenti nelle diverse aree geografiche;
- per stimare dei coefficienti di estrapolazione territoriale nell'ambito del progetto europeo PPA-MED;
- per controllare la coerenza macroeconomica degli indici temporali;
- per integrare la misura della soglia di povertà misurata dall'ISTAT, basata principalmente sul livello di spesa media procapite delle famiglie.

2. PPA INTERNAZIONALI

2.1 PPP internazionali - concetti generali e finalità

L'assenza di dati economicamente confrontabili ai livelli di produzione e del reddito nei vari paesi costituiva, prima dell'avvio dell'ICP, una profonda lacuna nei sistemi statistici preposti a descrivere l'economia mondiale. Il metodo utilizzato, prima del programma dei confronti internazionali ICP, era quello di convertire la produzione dei vari paesi in termini di dollari U.S.A., attraverso i tassi di cambio. Tale confronto non rispecchiava il potere d'acquisto reale di una moneta sul territorio nazionale, in quanto i tassi di cambio sono determinati da una serie di fattori (speculativi, inflazionistici, ecc.) che non consentono di raffrontare i flussi reali tra i vari paesi.

Gli inconvenienti derivanti dalla conversione dei livelli di prezzo per mezzo dei tassi di cambio possono essere eliminati, o almeno fortemente ridotti, utilizzando le PPA: esse possono essere definite come i tassi di conversione economica che eliminano le differenze nei livelli di prezzo esistenti tra i paesi. Sono determinate dai rapporti tra gli ammontari di moneta nazionale necessari per acquistare lo stesso paniere di prodotti comparabili e rappresentativi nei differenti paesi presi in considerazione.⁴ I singoli rapporti di prezzo (o parità) ottenuti per ogni prodotto del paniere sono aggregati fino ad ottenere la parità globale riferite al PIL stesso.

Nelle analisi economiche i principali indicatori generalmente utilizzati per misurare l'attività economica annuale di un paese sono il PIL, ossia il reddito totale della popolazione di quel paese e il PIL procapite, il cui indice si ottiene rapportando il PIL totale per la popolazione residente.

⁴ Ricordando che il valore di un bene è dato dal prodotto: "prezzo x quantità", le differenze nei valori delle spese del PIL tra i paesi corrispondono alle due componenti: volume di beni e servizi e livello dei prezzi. Per ottenere un vero confronto dei volumi, è indispensabile usare dei fattori di conversione (o deflatori spaziali), che riflettono le sole differenze nel livello dei prezzi tra i paesi: la parità del potere d'acquisto.

Nell'ambito dei confronti internazionali, gli indici di volume del PIL procapite, convertiti per mezzo delle parità, riflettono unicamente le differenze di volume di beni e servizi prodotti.

In teoria, per effettuare il raffronto in volume si potrebbe eseguire anche un approccio "diretto", che consiste nel valutare le quantità consumate, investite, esportate ed importate nei vari paesi.

Tuttavia si usa il raffronto "indiretto",⁵ essenzialmente per due ragioni: 1) rispetto alle quantità, i prezzi sono molto più facili da rilevare; 2) la variabilità dei rapporti di prezzo è, in generale, notevolmente inferiore a quella dei rapporti di quantità.

L'obiettivo principale del calcolo delle parità, nell'ambito dei paesi dell'Unione Europea, è quindi il raffronto in volume del prodotto interno lordo e dei suoi impieghi, quali sono definiti nel quadro della Contabilità Nazionale, secondo il Sistema Europeo dei Conti Economici Nazionali, (SEC '95), e l'unità di misura con cui sono espresse le parità è definita "standard del potere d'acquisto" (SPA).

Il livello di ricchezza di un paese, misurato in termini reali, è un importante indicatore del suo livello di sviluppo socio economico o del suo livello di benessere. In effetti, in ambito comunitario questo indicatore è ampiamente utilizzato nelle decisioni politiche: il PIL procapite in termini reali è uno dei criteri chiave nel decidere se un paese ha i requisiti per l'assistenza finanziaria dei Fondi Strutturali e in quale misura devono essere allocati tali fondi.

A livello mondiale, i confronti internazionali tra tutti i paesi si svolgono secondo il programma *International Comparison Program*, (ICP). L'ultima indagine delle parità monetarie a livello mondiale si è svolta nel 2003, dieci anni di distanza dalla penultima. La World Bank, con l'ausilio dell'Eurostat e dell'OCSE, ha coordinato l'indagine, sostituendo in questo modo il precedente istituto coordinatore: le Nazioni Unite. La fase finale dell'indagine, relativa alla raccolta dei prezzi, è realizzata dagli Istituti di Statistica Nazionali. Anche l'OCSE calcola le parità monetarie per i paesi appartenenti alla sua organizzazione, ossia i paesi europei più gli Stati Uniti, Canada, Corea, Giappone, Messico, Australia, Nuova Zelanda.

L'obiettivo di tali indagini rimane sempre il confronto del grado di ricchezza/povertà di ciascun paese, in termini di PIL reale procapite. In base a tali confronti, ciascun organismo che gestisce l'indagine, World Bank, OCSE e Unione Europea, stabilisce quali sono i paesi del proprio gruppo che necessitano degli aiuti economici per migliorare il loro livello di benessere.

2.2 Le condizioni imposte al raffronto

Sia I_{jk} un indice dei prezzi che confronta il paese j con il paese k . Se ad esempio, $I_{jk}=10$, con $j=$ Canada e $k=$ Stati Uniti, quest'ultimo assunto come paese base, l'indice può essere interpretato affermando che 10 dollari canadesi hanno lo stesso potere d'acquisto di 1 dollaro USA. Quindi l'indice rappresenta una PPA tra il paese j con il paese k .

Per la natura multilaterale dei confronti spaziali, quando sono inclusi più paesi, (per esempio M paesi), è necessario calcolare gli indici per ogni coppia di paesi. La matrice dei confronti binari che ne risulta è:

$$I = \begin{matrix} & I_{11} & I_{12} & I_{1k} & I_{1M} \\ & I_{21} & I_{22} & I_{2k} & I_{2M} \\ M & M & M & M & M \\ I = & I_{j1} & I_{j2} & I_{jk} & I_{JM} \\ & M & M & M & M \\ & I_{M1} & I_{M2} & I_{Mk} & I_{MM} \end{matrix}$$

La dimensione della matrice ($M \times M$) dipende dal numero di paesi o di regioni coinvolti nell'esercizio di analisi spaziale. In presenza di indici che godono della proprietà della reversibilità delle basi, essa include in realtà $M(M-1)/2$ confronti binari.

Per garantire una lettura significativa dei risultati relativi agli indici spaziali, i metodi applicati devono soddisfare dei requisiti base, quali la transitività e l'equi-caratteristicità. In letteratura sono state proposte numerose condizioni che possono essere imposte al risultato del confronto, ma non sempre verificate dai principali metodi in uso. Qui ci limiteremo a presentare una breve descrizione di quelle repute fondamentali.

- Transitività o Circolarità: se indichiamo con I la parità e con j, k, u tre paesi coinvolti nel confronto, la condizione è soddisfatta se: ${}_j I_k = {}_j I_u * {}_u I_k$.

Questo significa che un confronto diretto tra due paesi può anche essere ottenuto indirettamente per mezzo di qualsiasi legame di paesi. Qualora questa proprietà venga soddisfatta, tutti i risultati del confronto tra M paesi possono essere espressi in modo succinto attraverso $M-1$ confronti tra ciascun paese e un paese di riferimento qualsiasi tra i

⁵ Ossia, si deflaziona il valore del PIL espresso in moneta nazionale (valore nominale) tramite le parità, per ottenere il

k considerati. La transitività dei risultati è quindi sinonimo di invarianza rispetto al paese di riferimento, cioè rispetto al paese la cui valuta viene scelta come numerario;

- Caratteristicità: la nozione di caratteristica si basa sul fatto che le abitudini di consumo differiscono da un paese all'altro. L'imposizione di un determinato tipo di caratteristica influisce sia sulla scelta dei prodotti del paniere, sia sulla scelta degli indici usati nelle aggregazioni. È fondamentale che le scelte metodologiche fatte in qualsiasi fase di lavoro conducano ad un confronto basato su un paniere equi-caratteristico⁶ di tutti i paesi partecipanti e la conformità a tale principio favorisce l'adozione degli indici di tipo Fisher.
- Coerenza interna: tale condizione comprende la proprietà dell'additività e il test della media dei rapporti in volume. La prima proprietà è soddisfatta se il valore reale (volume) di un aggregato di un paese è uguale a quello che si ottiene addizionando i valori reali delle componenti di qualsiasi livello di aggregazione della classificazione dell'aggregato. Il test è soddisfatto se, per qualsiasi coppia di paesi, il rapporto di volume di un aggregato è compreso tra il maggiore ed il minore dei rapporti di volume delle componenti dell'aggregato, ad un qualsiasi livello di aggregazione.

Tra le altre condizioni va segnalata l'uguaglianza delle transazioni', introdotta dal gruppo dei ricercatori dell'Università di Pennsylvania nel quadro dei lavori per l'ICP. Tale proprietà è rispettata se l'importanza relativa di ogni transazione unitaria non dipende dalla dimensione del paese in cui essa è realizzata. Questa condizione tradotta nelle formulazioni degli indici spesso risulta non soddisfatta, ed è quindi preferibile considerarla come una condizione riguardante le proprietà dei prezzi internazionali nel quadro di un raffronto in volume.

2.3 Principali metodi di aggregazione per i confronti spaziali

Nella letteratura dei confronti internazionali si distinguono i metodi di calcolo all'interno delle posizioni elementari e i metodi per aggregazioni delle posizioni elementari. In inglese tale distinzione viene definita come metodi di aggregazione: *below the basic heading level* e *above the basic heading level* in cui *basic heading* sta ad indicare nella classificazione gerarchica dei prodotti (l'indagine PPA), il livello successivo oltre i prodotti (o *items*).

PIL in termini di volume (valore reale)

⁶ Un paniere è equi-caratteristico in due paesi se i prodotti presenti in esso riflettono le abitudini di consumo di entrambi. Se un paniere fosse più caratteristico in un paese rispetto ad altri, per la correlazione negativa che esiste tra prezzi relativi e quantità relative, si avrà una sottostima dei prezzi di quel paese confrontati con i prezzi degli altri e, viceversa, una sovrastima del suo volume (effetto Gerschenkron).

Le differenze tra le due fasi di stima dipendono dalla natura dei dati presenti e dal fatto che i pesi sono disponibili a partire dal livello di *basic headings*, ma il principio metodologico è lo stesso, ossia l'equi-caratteristicità del paniere sul quale viene effettuato il confronto internazionale.

La scelta di un metodo dipende dalle condizioni che il raffronto deve soddisfare. A livello delle voci elementari, l'unica condizione formale imposta è quello della transitività.

Per quanto riguarda la equi-caratteristicità, sarebbe auspicabile selezionare un paniere ugualmente rappresentativo per tutti i paesi e, come conseguenza metodologica, scegliere un indice di sintesi dei dati deve essere tale da concepire il paniere come un unico prodotto teorico composito ed equi-rappresentativo. L'indice EKS è quello che risponde meglio alle condizioni menzionate.

Tale indice viene utilizzato dall'Eurostat nel calcolo delle PPA di 31 paesi europei. Nell'indagine PPA europee esiste un paniere *ad hoc* in cui ciascun prodotto è descritto nel maggior dettaglio possibile, in modo che la rilevazione dei prezzi avvenga su articoli (*items*) molto simili e quindi confrontabili.

Come già accennato nell'introduzione, il requisito della "comparibilità" tra i prodotti non è sempre soddisfatto dai prezzi rilevati per gli indici temporali, di conseguenza l'indice EKS non può essere direttamente applicato a livello di voci elementari per il confronto intranazionale dei prezzi. Una possibile metodologia è quella che prevede il ricorso ad un modello di natura stocastica per stimare i prezzi dei prodotti e successivamente l'indice EKS per calcolare le parità a livello di basic heading.

2.3.1 Metodi di calcolo a livello delle posizioni elementari

Metodo EKS. Il sistema EKS è un metodo che genera numeri indici multilaterali transitivi partendo da un sistema di numeri indici binari, e soddisfa l'importante proprietà secondo cui un indice multilaterale deve distanziare il meno possibile dai corrispondenti indici binari.

Il metodo proposto da Elteto, Koves e Szulc si può considerare una trasformazione di tipo moltiplicativo degli indici di Fisher, in quanto si fonda sull'idea secondo la quale l'indice più appropriato da utilizzare nel confronto tra due paesi è proprio l'indice di Fisher⁷, che nella sua formulazione classica si definisce come la media geometrica degli indici di Laspeyers e Paasche.

Quando il numero dei paesi posti al confronto è maggiore di due ($M > 2$), l'applicazione dell'indice di Fisher alle $M(M-1)/2$ coppie possibili di paesi fornisce un insieme di risultati che non soddisfano tuttavia la proprietà transitiva, allora si utilizza l'indice EKS che è costruito in modo tale da deviare il meno possibile dal risultato fornito con gli indici di Fisher.

L'indice viene derivato minimizzando il criterio di distanza espresso dalla formula:

$$\Delta = \sum_l \left[\log(EKS)_{jl} \log(EKS)_{lk} - \log F_{jl} F_{lk} \right]^2$$

nel quale F_{jl} è l'indice dei prezzi di Fisher dell'area l con riferimento all'area j scelta come base.

Un'espressione dell'indice EKS è la seguente:

$$I_{jk}^{EKS} = \prod_{l=1}^m [F_{jl} F_{lk}]^{1/M} \quad (A.1)$$

L'indice EKS può essere interpretato come una semplice media geometrica di tutti i confronti indiretti tra il paese j e il paese k attraverso tutti i possibili collegamenti tra i paesi. Nel caso di tre aree, per esempio indicate con A, B e C, l'indice EKS calcolato fra A e B diventa:

$$(EKS)_{A/B} = \sqrt[3]{F_{AB}^2 (F_{AC} F_{CB})}$$

Il sistema delle matrici di parità binarie, è ottenuto da medie geometriche equiponderate di M indici "indiretti" di Fisher.

Un gruppo di ricercatori⁸ dimostrò che l'approccio di Eletto, Koves e Szulc può essere generalizzato, utilizzando altre tipi di indici binari, come ad esempio l'indice dei prezzi di Tornqvist,⁹ o una media geometrica semplice di indici elementari.

L'Eurostat e l'OECD utilizzano la procedura EKS leggermente modificata, (stime tipo EKS) per tener conto del fatto che non tutti i prodotti sono effettivamente caratteristici o importanti in ciascun paese, e quindi si dovrebbe distinguere tra prodotti considerati rappresentativi (il cui prezzo è specificato con a fianco il simbolo dell'asterisco, da cui la definizione, "metodo degli asterischi") da quelli che non lo sono.

Per assicurare l'equi-caratteristicità del paniere sottostante ad ogni posizione elementare, viene utilizzata una procedura di stima delle parità a due fasi:

1. per ogni coppia di paesi la parità viene inizialmente ottenuta come indici binari di "tipo Fisher":

⁷A differenza degli indici di Laspeyers e Paasche, l'indice di Fisher soddisfa la condizione di reversibilità di basi, ossia $I_{k=1/k}^j = 1/I_{j=1/k}^k$

⁸Cave, Christensen e Diewert (1982) e Rao e Timmer (1984)

$$F_{js} = \left\{ \prod_{i \in M(s)} \left[\frac{P_i^s}{P_i^j} \right]^{1/n(s)} * \prod_{i \in M(j)} \left[\frac{P_i^s}{P_i^j} \right]^{1/n(j)} \right\}^{1/2} \quad (\text{A.2})$$

dove $n(s)$ e $n(j)$ sono, rispettivamente, il numero di prodotti rappresentativi nel paese s e j , e $M(s)$ e $M(j)$ sono, rispettivamente, l'insieme di tutti i prodotti rappresentativi nei vari paesi.

A differenza della formula originale, il metodo degli asterischi utilizza una forma di ponderazione implicita basata sulla rappresentatività dei prodotti nei paesi. In pratica è come se venisse dato peso pari ad 1 per gli articoli rappresentativi e 0 altrimenti.

2. La seconda fase della procedura EKS consiste nel derivare un insieme di indici transitivi, la cui formula risultante degli indici elementari per M confronti spaziali è stata definita in (A.1)

L'applicazione ripetuta dell'indice EKS fornisce risultati transitivi e di conseguenza sono soddisfatti i due fondamentali requisiti per i confronti internazionali: transitività ed equirappresentatività.

Ci sono diversi vantaggi relativi alla scelta del metodo EKS: in primo il metodo è costruito a partire da i confronti binari diretti, che forniscono il miglior confronto tra coppie di paesi; secondo, la formula dell'indice EKS (A.1) può essere generalizzata con altri numeri indici diversi dal Fisher; terzo, l'equazione dell'indice (A.1) rappresenta l'indice multilaterale con distanza minima dalla matrice degli indici binari non transitivi, quando le distanze sono misurate utilizzando la funzione logaritmica delle distanze; e infine l'indice EKS può essere interpretato come una semplice media geometrica di tutti i confronti indiretti tra una coppia di paesi, attraverso tutti i possibili collegamenti tra i paesi.

Il metodo Country-Product Dummy – CPD. Questo metodo è stato applicato nel programma ICP per calcolare le parità a livello di voci elementari, partendo da una situazione in cui alcuni prezzi non sono noti, perché non sono stati rilevati nei paesi.

Il metodo si basa sull'idea secondo la quale il prezzo di un prodotto i in un paese j , p_{ij} , è funzione di un fattore specifico del paese (la parità o il livello generale dei prezzi del paese considerato rispetto agli altri paesi, sia PPA_j), e di un fattore connesso con il prodotto (il livello di prezzo dell' i -esimo prodotto rispetto altri prodotti, sia P_i) e di un elemento di disturbo aleatorio, v_{ij} . Il modello sottostante all'approccio CPD è :

$$p_{ij} = PPA_j * P_i * v_{ij}$$

o in forma logaritmica:

⁹ La formula di Torqvist è una media geometrica dei rapporti elementari di prezzo ponderati con la media aritmetica

$$\ln p_{ij} = \ln(PPA_j) + \ln(P_i) + \ln(v_{ij}) \quad (\text{A.3})$$

e semplificando

$$\ln p_{ij} = \pi_j + \eta_i + u_{ij}.$$

Per stimare i fattori relativi alla parità del paese e al prodotto, rispettivamente π_j e η_i è possibile applicare i minimi quadrati ordinari al seguente modello di regressione:

$$\ln p_{ij} = \pi_1 D_1 + \pi_2 D_2 + \dots + \pi_M D_M + \eta_1 D_1^* + \eta_2 D_2^* + \dots + \eta_N D_N^* + u_{ij} \quad (\text{A.4})$$

ove D_j e D_i^* sono rispettivamente le variabili *dummy* che assumono valore 1 e 0

In particolare, $D_j = 1$ se il prezzo osservato, p_{ij} appartiene al paese j e $D_i^* = 1$ se p_{ij} si riferisce all' i -imo prodotto, altrimenti le *dummy* sono nulle.¹⁰

Per problemi di multicollinearità, si stimano i parametri del modello, dopo aver posto la seguente condizione: un coefficiente corrispondente ad un paese viene posto uguale a zero, senza perdite di generalità sia $\pi_1 = 0$, o equivalentemente $PPA_1 = 1$. Il paese eliminato diventa quindi il paese base a cui si riferiranno le stime dei coefficienti. La parità del potere d'acquisto tra un paese j e il paese base è data da $PPA^j = \exp(\hat{\pi}_j)$.

Se, per esempio, il paese base fosse gli Stati Uniti, tutte le altre PPA e gli effetti specifici rappresentate dalla altre variabili *dummy* (η_i) sono stimati utilizzando il dollaro USA come moneta di riferimento.

Se non vi sono prezzi mancanti per ogni prodotto rilevato, il metodo CPD e l'EKS forniscono gli stessi risultati.

Questo modello fu proposto da Summers (1973) per trattare i dati dei prezzi mancanti partendo da un particolare modello di regressione, il modello edonico che collega i prezzi degli articoli (p) alle loro caratteristiche $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, ossia i prezzi dei prodotti sono definiti come entità variabili in funzione delle loro caratteristiche $p(z) = p(z_1, z_2, \dots, z_n)$. La virtù di tale approccio risiede soprattutto nella sua flessibilità, come si può osservare dai diversi usi che di tale modello sono stati compiuti nelle analisi dei prezzi, sia spaziali e sia temporali.

Il metodo CPD rappresenta l'approccio *model based* applicato nella stima delle parità dei prezzi tra le regioni italiane a livello di posizioni elementari e una sua presentazione più dettagliata si troverà nel capitolo successivo.

delle quote relative di ciascun bene e servizio sul valore complessivo.

¹⁰ Il valore assunto dalle variabili *dummy* non dipende dalla verifica contemporanea delle due condizioni

2.3.2 Metodi di aggregazione per livelli successivi

Metodo EKS. Negli ultimi anni sono stati condotti studi per modificare la natura semplice non pesata del metodo EKS. Nell'ambito dell'OCSE ed dell'Eurostat, un esempio è il sistema degli asterischi, in cui si attribuisce valore 1 o 0 a seconda dell'importanza di un bene in ogni paese. A livello di basic heading (B.H.), in cui possono essere noti i pesi o le quantità di spesa di ciascun gruppo di prodotti, si applica un sistema EKS che tiene conto del peso di ciascun B.H. sul paniere totale dei prodotti.

Metodo di Geary-Khamis. Il metodo GK è stato usato nell'ambito del programma ICP e dal 1996 l'OCSE calcola e pubblica i confronti internazionali basati sui due metodi EKS e GK.

“Il metodo GK richiede la disponibilità per n paesi di un campione rappresentativo di m beni di cui siano noti i prezzi e le quantità scambiate in un dato periodo, e consiste nel risolvere un sistema di (n+m) equazioni, di cui m definiscono i prezzi internazionali ed n le parità di potere d'acquisto.”¹¹

L'equazioni simultanee del prezzo del prodotto i e della parità del paese j sono date da:

$$P_i = \frac{\sum_{j=1}^M p_i^j q_i^j / PPA_j}{\sum_{j=1}^M q_i^j} \quad e \quad PPA_j = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^j q_i^j}{\sum_{i=1}^n P_i q_i^j} .$$

“Dal punto di vista economico, la prima equazione esprime il prezzo internazionale della i-ima categoria di beni come media ponderata dei prezzi corretti per le parità del potere d'acquisto delle monete di ciascun paese. La seconda mostra che la PPA della valuta del paese j è data dal rapporto fra i volumi di spesa del paese stesso valutati ai prezzi interni e ai prezzi internazionali.”

Dopo aver scelto la moneta di un paese come l'unità monetaria di riferimento, viene risolto in modo iterativo il sistema da cui si ottengono i valori delle PPA, i cui rapporti definiscono i

numeri indice dei prezzi: $I_{JK} = \frac{PPP_K}{PPP_J}$

Uno dei motivi di maggior successo che hanno spinto all'uso del metodo GK è la possibilità di ottenere indicatori che rispettano la condizione di additività, con riferimento alle singole

¹¹ Guarini, Tassinari “Statistica Economica” (1993), ed. Il Mulino

componenti della domanda finale, e risultano invarianti rispetto al paese scelto come base, ossia i prezzi e le quantità non sono influenzati dai prezzi e dalle quantità del paese la cui moneta è assunta come numerario.

Il sistema soddisfa inoltre la proprietà transitiva, ma tende a sovrastimare il reddito reale dei paesi più poveri, in quanto riflettere maggiormente la struttura di prezzo dei paesi più ricchi, non garantendo in tal modo una corretta equi-caratteristicità nel confronto.

Metodo CPD generalizzato. È possibile generalizzare il modello CPD inserendo dei pesi calcolati sui dati relativi alle quantità o ai valori di spesa. Rao (1995) propose una modifica del metodo classico CPD, partendo dal principio secondo cui i prodotti più importanti¹² dovrebbero avere un peso maggiore rispetto agli altri, così come è nello spirito della teoria dei numeri indici.

Dato che le informazioni sulle quantità o sui valore di spesa sono disponibili soltanto per gruppi di prodotto, è possibile applicare il modello di regressione “CPD pesato” nelle fase di aggregazione delle voci elementari. Il modello (A.4) si trasforma nella seguente formula:

$$\sqrt{w_{ij}} \ln p_{ij} = \pi_1 \sqrt{w_{ij}} D_1 + \pi_2 \sqrt{w_{ij}} D_2 + \dots + \pi_M \sqrt{w_{ij}} D_M + \eta_1 \sqrt{w_{ij}} D_1^* + \eta_2 \sqrt{w_{ij}} D_2^* + \dots + \eta_N \sqrt{w_{ij}} D_N^* + v_{ij}$$

$$\text{ove } w_{ij} = \frac{p_{ij} q_{ij}}{\sum_{i=1}^N p_{ij} q_{ij}} \quad \text{è il peso corrispondente all}'i\text{-imo B.H. nel } j\text{-imo paese.}$$

Approccio a catena. Negli ultimi anni è stato proposto un nuovo approccio per i confronti spaziali dei prezzi, che ha avuto un importante considerazione nel mondo accademico.

Il metodo parte da un concatenamento spaziale formato da confronti binari dove i legami sono identificati con una procedura che calcola una misura di distanza tra coppie di paesi. Hill (1999) tradusse tale concatenamento attraverso la rappresentazione del grafo “*minimum spanning trees*” (MST), dove per ogni coppia di paesi, j e k , una misura di distanza può essere definita come:

$$D(j, k) = \left| \ln \frac{L(j, k)}{P(j, k)} \right| \quad \text{con } L(j, k) \text{ e } P(j, k) \text{ gli indici dei prezzi di Laspeyres e di Paache,}$$

rispettivamente. La funzione di distanza può essere interpretata come un indicatore della similitudine delle strutture dei prezzi o delle quantità tra coppie di paesi ed assume valore nullo quando tali strutture sono uguali.

Dopo aver calcolato $D(i, k)$ per ogni i e k , si ottiene una matrice di distanze che viene utilizzata nella costruzione del “grafo MST”, cercando di soddisfare alcuni requisiti attinenti alla

¹² Prodotti che hanno un peso maggiore nella struttura dei consumi delle famiglie.

particolare rappresentazione.¹³. Una volta identificato il grafo, si possono calcolare tutti i confronti binari per ogni coppia di paesi, attraverso il cammino che collega i nodi dell'albero corrispondenti ai paesi.¹⁴

I confronti spaziali attraverso i grafi MTS sono sensibili alla scelta dei paesi inclusi e della misura assegnata per definire la distanza.

Questo approccio è in netto contrasto con l'approccio generale dei confronti multilaterali, dove sono utilizzati tutti i confronti binari, come il metodo EKS, o sono calcolati simultaneamente tutti i prezzi e le quantità, come il metodo GK e CPD.

Fino ad ora l'utilizzo di un grafo come sistema dei confronti spaziali, è stato applicato solo per scopi di ricerca e di sperimentazione da parte di studiosi nel campo dei confronti internazionali, come il professore indiano Rao che applicò l'approccio del *minimum spanning trees* per costruire indici multilaterali nel settore dell'agricoltura degli Stati Uniti (2000).

3 IL MODELLO CPD PER LE PPA INTRANAZIONALI

3.1 PPA intranazionali: finalità di utilizzo ed esperienze internazionali

Eurostat ha promosso due indagini sui prezzi intra-nazionali (1979 e 1989) allo scopo di stimare coefficienti di estrapolazione tra la capitale, l'unica città di rilevazione dei prezzi nel calcolo delle PPA europee, e l'intera nazione per 214 voci elementari della classificazione allora adottata.

Le indagini "PPA Roma- Italia", hanno evidenziato le difficoltà connesse all'utilizzo dei prezzi abitualmente rilevati al fine del calcolo dell'indice temporale, cosicché sono state organizzate delle indagini specifiche. Dopo il 1989 i coefficienti estrapolatori non sono stati più calcolati e ovviamente necessitano di un aggiornamento o attraverso una nuova indagine *ad hoc*, oppure derivando dei metodi che possano sfruttare la preziosa informazione contenuta nella rilevazione dei prezzi in ogni capoluogo di provincia relativa agli indici temporali, in presenza di differenze territoriali nelle caratteristiche dei prodotti rilevati nel territorio.

Uno degli scopi d'utilizzo delle delle PPA intranazionali è quello di derivare quindi i coefficienti estrapolatori aggiornati periodicamente e in modo sistematico, ai fini di una corretta valutazione delle PPA dell'Italia nell'ambito del programma europeo (ECP).

¹³ Ogni paese deve essere collegato con quello con cui ha distanza minima e la somma delle distanze di tutti i collegamenti deve essere minima tra tutte le altre possibili rappresentazioni del grafo.

¹⁴ Ciò implica che è soddisfatta la transitività dei confronti.

Il dato delle PPA rapportato ai valori del prodotto nazionale di un paese fornisce il dato del prodotto in termini di volumi, e quindi si può conoscere quale è il livello di ricchezza o di povertà di una certa nazione rispetto alle altre. Trasferire lo stesso procedimento all'interno dei confini di una nazione può avere senso se si riscontrano effettivamente dei differenziali territoriali dei livelli di prezzo, in assenza di un processo di convergenza degli stessi, come si evince dalle seguenti figure:

La fig. 1 mostra l'indice dei prezzi al consumo per le famiglie di operai ed impiegati divisi per capitoli di spesa nei tre Comuni: Milano, Firenze e Palermo, nell'anno 2000 con anno base 1995=100, in cui si osserva il diverso andamento inflazionistico nelle tre città, soprattutto per alcuni tipi di prodotti quali alberghi, ristoranti, abbigliamento e calzature, mobili e servizi per la casa. La fig. 2 rappresenta i livelli di PIL pro-capite ripartiti per aree geografiche negli anni 1995 – 2000, in cui si evidenzia la presenza costante in tutto il quinquennio del dualismo tra le zone del Nord Italia e le regioni del Sud.

Fig.1 -Indice FOI per capitoli di spesa a Milano, Roma e Palermo. Base 1995=100

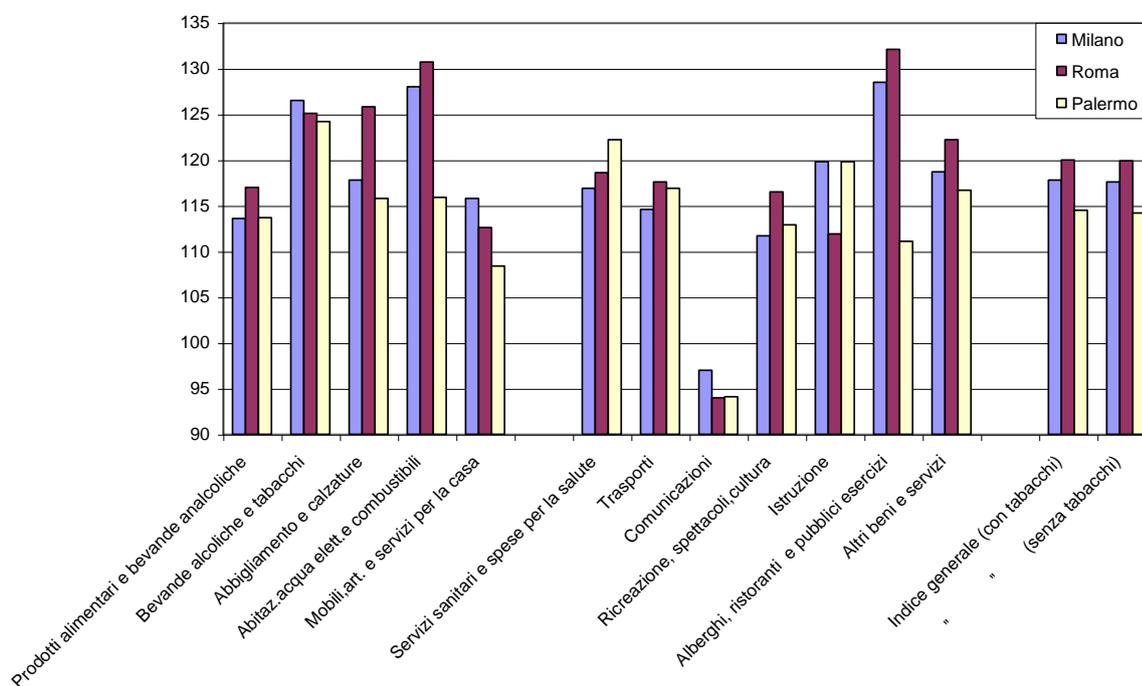
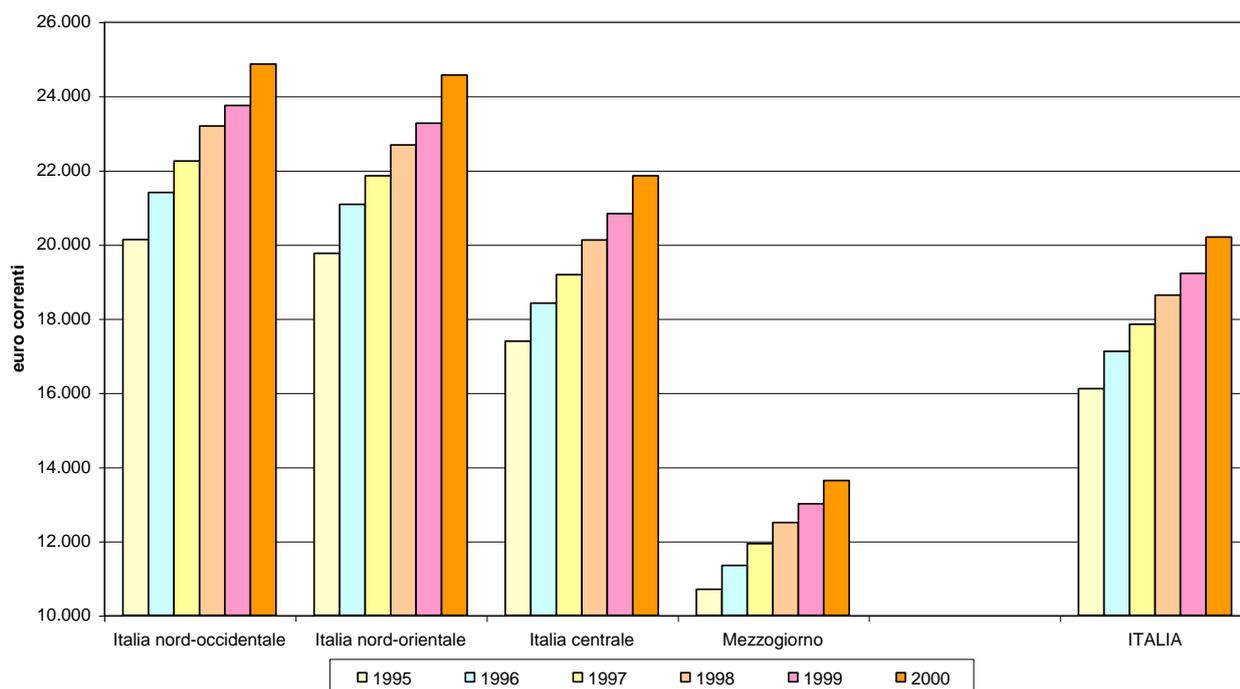


Figura 2 - Pil pro-capite per ripartizione geografica. Anni 1995-2000



Secondo un punto di vista macro economico, i differenziali territoriali di prezzo sono spiegati a partire dalla correlazione esistente tra livelli di prezzo e PIL pro-capite. Due economisti (Kavey e Lipsey, 1983) osservarono che il rapporto capitale-lavoro è in genere più alto nelle regioni più ricche, dove, assumendo un'imperfetta mobilità delle risorse, si riscontrano livelli salariali più elevati e quindi prezzi più alti. Tuttavia, ci si aspetta che gli scambi commerciali e l'integrazione economica spingano nel tempo verso una progressiva convergenza del rapporto capitale-lavoro e quindi dei prezzi.

Attraverso il calcolo dei differenziali territoriali di prezzo si può derivare un indicatore del potere d'acquisto e delle condizioni di disagio economico delle famiglie nelle aree geografiche del paese, ottenuto rapportando il valore monetario dei redditi all'indicatore PPA intranazionale.

I volumi di spesa locali, così ottenuti, possono essere utilizzati per fornire indicazioni sulla distribuzione territoriale della povertà/benessere, espressa in termini di quantità di beni e servizi consumati dalle famiglie.

Un altro possibile uso dell'indicatore PPA intranazionale è quello di confrontarlo territorialmente per gruppi di prodotto, da cui si può ricavare un'analisi del grado di concorrenza nei vari mercati.

Infine, attraverso l'analisi dei ranghi degli indicatori spaziali e temporali, PPA e NIC (indice nazionale dei prezzi al consumo), riferiti alle diverse aree geografiche del paese, si può effettuare

uno studio sulla coerenza delle stime ottenute per entrambi gli indici. Si definisce in tal modo un controllo di coerenza macroeconomica degli indici temporali e spaziali dei prezzi al consumo.

Per quanto riguarda le esperienze internazionali di calcolo delle PPA all'interno dei confini nazionali, sono state applicate alcune metodologie descritte nel capitolo precedente, scelte in base alle finalità dell'indagine, delle risorse economiche e del tipo di informazione già nota da altre fonti.

Uno degli scopi principali delle PPA intranazionali, è stato quello di calcolare un indice che misuri i differenziali di costo della vita così come è stato condotto in Giappone e in Corea, attraverso un'indagine *ad hoc* quinquennale, per proporzionare i salari dei dipendenti pubblici.

Negli Stati Uniti si porta avanti un programma specifico di sovvenzioni per calcolare i differenziali di costo della vita (COLA – *Cost of Living Allowance*) allo scopo di adeguare i livelli salari degli impiegati federali che lavorano fuori dai confini degli Stati, rispetto al costo della vita di Washington D.C. L'indicatore è costruito annualmente in base a indagini *ad hoc*, ma è stato oggetto di dure critiche perché fino ad ora non ha tenuto conto dei differenziali regionali dei prezzi che definiscono diverse linee di povertà a seconda dello Stato federale.

Sembra opportuno, da parte di molti studiosi americani, inserire i differenziali regionali in termini di parità del potere d'acquisto nel programma COLA e in particolare nel calcolo della linea di povertà. Aten (1986) calcolò una differenza del 40% del costo del sostegno alla povertà tra Dakotas e New York o San Francisco, qualora vengano inseriti i differenziali territoriali di prezzo.

In Canada si calcola da alcuni anni un indice spaziale di prezzo riferito a 16 centri urbani, attraverso un'indagine *ad hoc* campionaria, per calcolare le differenze del costo della vita tra le varie zone del paese (indice LCD – *Living Cost Differential Indexes*).

In India sono prodotti gli indici dei prezzi per i lavoratori delle aree agricole e per i lavoratori delle aree urbane. I dati raccolti per questi indici possiedono una sufficiente comparabilità, e gli indici stessi possono essere utilizzati per stimare differenziali dei prezzi tra area urbana e rurale nei vari stati del paese.

Presso l'istituto statistico australiano è in corso un progetto di ricerca per costruire indici spaziali dei prezzi presso otto città dell'Australia, utilizzando i dati raccolti per l'indice temporale. L'obiettivo del progetto è di calcolare un indicatore del costo della vita (COL- *Cost Of Living*) attraverso una comparazione diretta dei prezzi di beni dell'indice temporale, riclassificati in gruppi omogenei, e che pur non essendo identici in termini di formato, peso e marca producono la stessa utilità al consumatore.

3.2 Un approccio stocastico nella teoria dei confronti spaziali dei prezzi

Le stime delle parità intranazionali a livello di posizioni elementari saranno condotte, in questo studio, attraverso il modello *Country Product Dummy*.

Il modello CPD fu proposto per la prima volta da Robert Summers nel 1973, per un progetto di ricerca relativo ai confronti internazionali del livello dei prezzi (ICP), in collaborazione tra l'Università di Pennsylvania e l'ufficio statistico delle Nazioni Unite.

Il punto di partenza di Summers è quello di utilizzare delle procedure di stima dei livelli dei prezzi attraverso un approccio stocastico, definendo delle funzioni di verosimiglianza con il loro apparato statistico associato.

Il modello è stato progettato per stimare le parità monetarie tra diversi paesi, qualora vi siano dati dei prezzi mancanti. Sia P la tabella dei prezzi, distinta per paese ($j=1, \dots, M$) e per prodotto o articolo ($a=1, \dots, A$), uguale a:

Prodotti	Paesi					
	<i>1</i>	<i>2</i>	...	<i>j</i>	...	<i>M</i>
<i>1</i>	p_{11}	p_{12}	...	p_{1j}	...	p_{1M}
<i>2</i>	p_{21}	p_{22}	...	p_{2j}	...	p_{2M}
...
<i>a</i>	p_{a1}	p_{a2}	...	p_{aj}	...	p_{aM}
...
<i>A</i>	p_{A1}	p_{A2}	...	p_{Aj}	...	p_{AM}

Nella tabella P i prezzi nazionali sono convertiti in una moneta unica standardizzata, (ad esempio, ma non necessariamente, con il tasso di cambio), mentre le unità di misura dei prodotti sono arbitrarie. Si ipotizzi il caso in cui le quantità (e quindi i pesi) non siano note e per semplicità si considerino i prodotti appartenenti ad una specifica categoria (per esempio, la categoria delle verdure), in quanto l'errore risultante dall'assenza dei pesi nella costruzione dell'indice non è molto rilevante, se le quantità relative e i prezzi relativi sono sufficientemente simili tra i vari paesi. Per categorie di prodotti omogenei, c'è una buona probabilità che ciò si verifichi, quindi è possibile ignorare i pesi misurati con le quantità.

Il numero indice dei prezzi, invariabile rispetto alla scelta del paese base e dell'unità di misura e con il requisito della proprietà transitiva, è definito come una media geometrica dei rapporti dei prezzi tra una determinata coppia di paesi (j,k) per ciascun prodotto, ossia:

$$I_{jk} = \left[\frac{P_{1j}}{P_{1k}} * \frac{P_{2j}}{P_{2k}} * \Lambda * \frac{P_{Aj}}{P_{Ak}} \right]^{1/A}.$$

Se vi sono prezzi mancanti, l'indice costruito solo sui dati disponibili, non soddisfa il fondamentale requisito della circolarità o transitività. Per risolvere tale problema l'autore propone due soluzioni: una di tipo deterministico e l'altra di tipo stocastico.

Per i fini del lavoro, si considera soltanto la proposta di natura probabilistica di Summers da cui poi sono state sviluppate le procedure di stima inferenziale per i confronti internazionali.

Le coppie di prezzi in qualsiasi riga della tabella P sono assunti essere collegati a qualsiasi altra coppia attraverso la relazione:

$$\frac{P_{aj}}{P_{ak}} = \frac{P_j^*}{P_k^*} w_a^{jk}, \quad (\text{B.1}).$$

con a indice del prodotto e j, k indici relativi ai paesi.

Nella formula il rapporto del prezzo per un articolo qualsiasi tra due paesi, j e k , è in funzione del livello relativo del prezzo tra i paesi, $\frac{P_j^*}{P_k^*}$, e di una variabile casuale w_a^{jk} funzione di a , di j e di k , distribuita in modo lognormale con parametri uguali a 0 e σ^2 .

Assumere le variabili w_a^{jk} lognormali, è tipico in situazioni in cui sono assunte relazioni moltiplicative, mentre risulta un'ipotesi molto forte assumere il parametro della variabilità σ^2 costante, in quanto si asserisce che la varianza del livello relativo del prezzo è uguale per ogni coppia di paesi. Un'assunzione del genere può essere difesa soltanto dal fatto che i dati disponibili sulle quantità sono insufficienti e quindi non permettono una realistica distinzione tra coppie di paesi, ma fortunatamente le stime potrebbero essere non distorte anche se questa assunzione viene violata.

L'ipotesi più importante è assumere le variabili casuali indipendenti per coppie di articoli diversi, ossia w_a^{jk} e $w_{a'}^{jk}$ sono indipendenti per $a \neq a'$.

Per semplificare la formulazione di natura stocastica, si definisce un insieme di nuove variabili:

$$R_a^{jk} = \ln \left(\frac{P_{aj}}{P_{ak}} \right); \quad R_a^{jk} = -R_a^{kj} \quad (\text{B.2})$$

$$\mu_{jk} = \ln \left(\frac{P_j^*}{P_k^*} \right); \quad \mu_{jk} = -\mu_{kj}; \dots \mu_{j1} \equiv \mu_j \quad (\text{B.3})$$

$$\varepsilon_a^{jk} = \ln w_a^{jk}; \quad \varepsilon_a^{jk} = -\varepsilon_a^{kj} \quad (\text{B.4})$$

Con questa notazione, la formula (B.1) può essere riscritta:

$$R_a^{jk} = \mu_{jk} + \varepsilon_a^{jk} \quad \text{dove } f(\varepsilon_a^{jk}) \text{ è normale } (0, \sigma^2) \quad (\text{B.5}).$$

Dalle formule (B.2), (B.3) e (B.4) segue immediatamente che:

$$R_a^{jk} + R_a^{kz} + R_a^{zj} = 0 \quad \text{e} \quad \mu_{jk} + \mu_{kz} + \mu_{zj} = 0;$$

e la relazione tra gli elementi stocastici sarà data da:

$$\varepsilon_a^{jk} + \varepsilon_a^{kz} + \varepsilon_a^{zj} = 0 \quad \text{oppure} \quad \varepsilon_a^{jk} = \varepsilon_a^{jz} - \varepsilon_a^{kz}.$$

Se il paese base è il primo, $j=1$, si ha in particolare:

$$\mu_{jk} = \mu_{j1} + \mu_{k1} \equiv \mu_j - \mu_k \quad \text{e} \quad \varepsilon_a^{jk} = \varepsilon_a^{j1} - \varepsilon_a^{k1} \quad (\text{B.6}).$$

Se nella tabella P non vi sono prezzi mancanti, il numero di variabili distinte R_a^{jk} è pari a $A^*M^*(M-1)/2$, mentre per la variabile ε_a^{jk} , $A^*(M-1)$ sono il numero di osservazioni collegate con il paese base e $A^*(M-1)*(M-2)$ sono le osservazioni ridondanti non includenti il paese base, ciascuna delle quali può essere ottenuta come combinazione lineare delle “osservazioni basiche”, come è espresso nella formula (B.6).

Nel caso in cui non vi siano dati mancanti, la dipendenza funzionale di tutte le ε_a^{jk} , per $j>k$ e per qualsiasi articolo a, insieme all’interdipendenza statistica di ε_a^{j1} , e ε_a^{k1} rispetto al paese base¹⁵, implicano che la funzione di densità congiunta di ε_a^{jk} , può essere scritta come la funzione di densità congiunta di (M-1) variabili ε_a^{jk} , ossia:

$$f(\varepsilon_a^{21}, K, \varepsilon_a^{M1}, \varepsilon_a^{32}, K, \varepsilon_a^{M2}, K, \varepsilon_a^{M,M-1}) = f(\varepsilon_a^{21}, K, \varepsilon_a^{M1}) : N_{M-1} \{ \bar{0}_{M-1}; \sigma^2 V_{M-1} \} \quad (\text{B.7})$$

dove per N_k si intende la funzione di densità della Normale multipla di dimensione k, $\bar{0}_k$ è un vettore di k zeri e V_k è una matrice quadrata di dimensione k che contiene 1 sulla diagonale principale e $1/2$ altrove.

Le relazioni dei prezzi tra paesi espresse prima nella (B.1) e poi nella (B.5) risultano quindi derivare da una distribuzione Normale con funzione di densità pari a:

$$f(R_a^{21}, K, R_a^{M1}) : N_{M-1} \{ \bar{\mu}_{M-1}; \sigma^2 V_{M-1} \} \quad (\text{B.8}).$$

¹⁵ Se ciascun lato della (B.6) relativo alla variabile ε , è elevato al quadrato e poi si applica l’operatore media, si può vedere che la covarianza di ε_a^{j1} e di ε_a^{k1} è uguale a $\sigma^2/2$.

Nel caso in cui vi siano alcuni “buchi” nella tabella dei prezzi P, la funzione di densità si distingue se il dato mancante è relativo al paese base oppure non lo è. Comunque la formule hanno la stessa impostazione della (B.8), con l'accortezza di definire in modo corretto le dimensioni dei parametri della distribuzione Normale, a seconda del tipo di valore mancante.

La funzione di verosimiglianza per l'intera tabella P è espressa come:

$$L(P | \mu_2, K, \mu_M; \sigma^2) = \prod_{\alpha=1}^M \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} * \frac{1}{\sigma |V_d|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathfrak{R}^{(\alpha)} - M^{(\alpha)})' V_d^{-1} (\mathfrak{R}^{(\alpha)} - M^{(\alpha)}) \right]$$

dove $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$ è un vettore (dx1) di variabili R_a^{jk} non ridondanti nella a-ima riga, $M^{(\alpha)}$ è il vettore d-dimensionale di termini associati a $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$ definiti come $(\mu_j - \mu_k)$, e la dimensione d è uguale a: $d=[M-1-(\text{numero di buchi nella a-ima riga})]$.

Richiamando la formula in cui $\mu_{jk} = \ln \left(\frac{P_j^*}{P_k^*} \right)$, la proprietà di invarianza degli stimatori di massima verosimiglianza¹⁶ ci assicura che $\left(\frac{P_j^*}{P_k^*} \right) = \exp(\hat{\mu}_{jk})$.

3.3 Il modello di regressione derivante dalla teoria probabilistica dei prezzi: il Country Product Dummy model

Il modello stocastico sviluppato fino ad ora partendo dalla tabella dei prezzi P, può essere trasformato in un caso particolare del modello di regressione inserendo delle variabili *dummy*, e in tal modo le implementazioni empiriche risultano più immediate nelle procedure dei calcoli.

Tenendo conto delle formule precedenti (B.6) e delle ridondanze e interdipendenze delle variabili ε_a^{jk} , si può riscrivere la relazione (B.5) come:

$$R_a^{jk} = \mu_j - \mu_k + \varepsilon_a^{jk}; \dots f(\varepsilon_a^{21}, K, \varepsilon_a^{M, M-1}): N_{d_\alpha} \{ \bar{0}_{d_\alpha}; \sigma^2 V_{d_\alpha} \}.$$

Questa relazione può essere espressa in un'equazione di regressione lineare, introducendo delle variabili di comodo, dette *dummy*, X_{1a}, \dots, X_{Ma} , nel seguente modo:

$$R_a^{jk} = \beta_1 X_{1a} + \beta_2 X_{2a} + K + \beta_M X_{Ma} + \mu_a^{jk} \quad (B.9)$$

dove $X_{pa}=1$ se $p=j$; $X_{pa}=-1$ se $p=k$ e $X_{pa}=0$ se $p \neq j, k$.

¹⁶ Se U è uno stimatore di massima verosimiglianza di un parametro a, allora $V=h(U)$ è uno stimatore di massima verosimiglianza per il parametro $b=h(a)$. Questo risultato è noto come proprietà di invarianza.

Le osservazioni a cui la (B.9) si riferisce sono: l'insieme R_a^{j1} ($j>1$) per tutte le righe in cui i prezzi p_{a1} sono presenti, R_a^{j2} ($j>2$) per tutte le righe in cui p_{a1} sono mancanti ma p_{a2} presenti, e in generale R_a^{jk} ($j>k$) per tutte le righe in cui $p_{a1}, p_{a2} \dots p_{a(k-1)}$ sono assenti, ma p_{ak} sono presenti.

La matrice di varianza e covarianza dei disturbi Ω , consiste di blocchi V_{d_a} nella diagonale principale ($a=1, \dots, A$) e valori nulli altrove. I blocchi, contengono a loro volta 1 sulla diagonale principale e $1/2$ altrove, e con tali elementi noti si può facilmente impiegare il metodo di Aitken, per calcolare gli stimatori di massima verosimiglianza dei parametri β_j .

Il confronto del livello del prezzo tra il paese j e il paese k è dato dalla differenza dei parametri β corrispondenti a ciascun paese e lo stimatore di massima verosimiglianza relativo è dato da $(\hat{\beta}_j - \hat{\beta}_k)$ derivante dalla regressione empirica basata sulle variabili R_a^{jk} non ridondanti

con errore standard pari a $\sqrt{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j}^2 + \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_k}^2 - 2\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j\hat{\beta}_k}}$.¹⁷

Una semplificazione del modello di regressione (B.9) per ottenere le condizioni standard di stima soddisfatte dai termini di disturbo, si ottiene attraverso una nuova considerazione delle relazioni che legano tra loro i livelli di prezzo. In pratica, invece di considerare i livelli relativi dei prezzi, espressi tramite i rapporti dei prezzi tra due paesi, si considera la seguente alternativa alle relazioni (B.1) e (B.9):

$$p_{ja} = p_j^* \cdot \bar{w}_a^j \dots f(\bar{w}_a^1, K, \bar{w}_a^M) : \text{Lognormale}(\bar{0}, \sigma^2 I) \quad (\text{B.10})$$

$$\ln p_{ja} = \bar{\mu}_j + \delta_a + v_a^j \dots f(v_a^1, K, v_a^M) : N_M\{\bar{0}_M; \sigma^2 I\} \quad (\text{B.11})$$

dove $\bar{\mu}_j$ è il logaritmo naturale del livello del prezzo del paese j e δ_a è una variabile connessa con l'articolo a .

L'equazione di regressione lineare derivante dalla (B.11) include due insieme di variabili *dummy*, X_{ja} per il livello del prezzo in ciascun paese $j=1, \dots, M$ e Y_{ja} , per ciascun articolo $a=1, \dots, A$:

$$\ln p_{ja} = \beta_2 X_{2a} + K + \beta_M X_{Ma} + \gamma_1 Y_{j1} + K + \gamma_M Y_{jA} + v_a^j \quad (\text{B.12})$$

I coefficienti β_j delle variabili *dummy* X_{ja} devono essere letti come il logaritmo naturale del rapporto del livello del prezzo nel paese j rispetto al livello del prezzo del paese base, ossia il paese escluso dalla regressione, nel caso specifico è il paese 1. Quindi $\exp(\tilde{\beta}_j)$ sotto l'ipotesi in

¹⁷ I termini dell'errore standard derivano dalla matrice di varianze e covarianze degli stimatori $\hat{\beta}_j$, data da $\hat{\sigma}^2 (X' \Omega X)^{-1}$, dove X è la matrice delle variabili *dummy* e Ω è la matrice varianze e covarianze del modello (B.9)

cui i disturbi originali sono distribuiti in modo lognormale, è una stima di massima verosimiglianza di $(\frac{P_j^*}{P_1^*})$, ma il suo valore atteso non è uguale a $(\frac{P_j^*}{P_1^*})$.

In modo analogo si possono ottenere gli stimatori dei livelli relativi di prezzo, e in particolare $\exp(\tilde{\beta}_j - \tilde{\beta}_k)$ è una stima di $(\frac{P_j^*}{P_k^*})$.

Tali stimatori risultano invarianti rispetto alla base scelta e soddisfano la proprietà transitiva, di fatti $\exp(\tilde{\beta}_j - \tilde{\beta}_k) = \frac{1}{\exp(\tilde{\beta}_k - \tilde{\beta}_j)}$ e $\exp(\tilde{\beta}_j - \tilde{\beta}_k) = \frac{\exp(\tilde{\beta}_j - \tilde{\beta}_z)}{\exp(\tilde{\beta}_k - \tilde{\beta}_z)}$.

I coefficienti γ_a delle *Y-dummy* non hanno nessun significato nei confronti spaziali dei livelli dei prezzi, mentre possono essere utili in un'analisi dei valori relativi, che gli acquirenti dei prodotti attribuiscono a ciascun articolo. Se le unità degli articoli sono standardizzate in un attributo (un esempio è il contenuto nutrizionale nel caso della “categoria verdura”), in modo che un'unità di ciascun articolo contiene la stessa quantità dell'attributo, la differenza tra due coefficienti γ , relativi a due prodotti generici, b e c, espressa come $(\gamma_b - \gamma_c)$, può essere letta come una differenza dei costi unitari dell'attributo definita attraverso l'acquisto di un articolo rispetto ad un altro e in termini percentuali si esprime come $[1 - \exp(\gamma_b - \gamma_c)]$.

Ciò implica che un cambiamento nelle unità di un prodotto determinerà un cambiamento soltanto nella *Y-dummy* associata a quel prodotto e non influenzerà le stime del livello del prezzo.

In sintesi, le stime dei coefficiente di γ_a ($a=1,..A$) possono essere lette come il valore atteso del prezzo dell'articolo a ($a=1,..,A$) nel paese base.

La precisione delle stime dei livelli dei prezzi sono analizzate attraverso gli intervalli di confidenza costruiti sui parametri β associati alle *X-dummy*.

La procedura di regressione fornisce le stime degli standard error associati ai coefficienti stimati, da cui si calcolano gli intervalli di confidenza per i reali valori dei parametri, ossia:

$$\text{Prob}\{\exp(\hat{\beta}_j - t_\alpha \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j}) < \frac{P_j^*}{P_1^*} < \exp(\hat{\beta}_j + t_\alpha \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j})\} = \alpha \quad (\text{B:13})$$

dove il valore t_α deriva dalla tabella T di Student, per il livello α .

Gli intervalli associati alla distribuzione T di Student possono essere calcolati soltanto se i termini di disturbo del modello, v_a^j , seguono un andamento normale, comunque se il numero dei

gradi di libertà¹⁸ della regressione è sufficientemente grande, almeno trenta osservazioni, è probabile che gli intervalli (B.13) sono un'approssimazione accettabile dei “veri” intervalli di confidenza.

Concludendo, si può dire che l'unico requisito dell'approccio stocastico applicato nei confronti spaziali dei prezzi, consiste nello scomporre il prezzo di un prodotto rilevato in un paese in due ammontari: il primo di tipo deterministico è costituito da due fattori, il livello del prezzo del paese e le unità presenti nel prodotto; il secondo di natura stocastica è indipendente dal paese e dal prodotto.

3.4 Gli usi del modello CPD nelle analisi dei prezzi

Il modello proposto da Summers, fu oggetto, negli anni successivi, di modifiche e migliorie a seconda del tipo di applicazione realizzata per gli studi sui confronti dei livelli dei prezzi.

Aggiustamenti qualitativi negli indici temporali. Nel campo degli indici temporali, il modello CPD viene utilizzato per gli aggiustamenti qualitativi degli indici dei prezzi al consumo.

Vi sono alcuni tipi di prodotti caratterizzati da un alto livello di obsolescenza la cui presenza nel mercato dipende da fattori connessi con la tecnologia, l'informatica ecc. Quando vi è una sostituzione di un articolo con il suo ultimo modello, l'eventuale prezzo più alto di questo ultimo non dovrebbe influenzare la dinamica temporale dei prezzi, secondo la teoria economica degli indici temporali dei prezzi.

In alcuni paesi e per alcuni tipi di prodotti, per calcolare i costi associati con i cambiamenti di qualità si utilizza un approccio edonico,¹⁹ espresso da un modello di regressione CPD sviluppato in un contesto temporale in cui si stabilisce una relazione parametrica tra i prezzi osservati e un vettore di caratteristiche qualitative dei prodotti.

Nei computer, ad esempio, queste caratteristiche possono includere la velocità del processore, la dimensione dell'hard-disk, l'ammontare di memoria e così via.

Il modello associa il prezzo dell'osservazione i (p_i), con un vettore di variabili dummy temporali (t_i) e con un vettore di caratteristiche (z_i) del prodotto considerato, nella forma loglineare del tipo:

¹⁸ Gradi di libertà = (numero dei prezzi presenti nella tabella P) – (numero dei parametri stimati nella regressione)

¹⁹ L'origine del nome edonico, deriva presumibilmente dal fatto che gli indici edonici misurano l'utilità che i consumatori attribuiscono all'uso di un particolare prodotto.

$$\ln p_i = \gamma' z_i + \beta' t_i + \varepsilon_i.$$

L'elemento di disturbo casuale (ε_i) rappresenta l'effetto di fattori non osservabili sul logaritmo dei prezzi osservati e sono assunti indipendenti dai termini t_i e z_i .

In Canada, Francia, Germania, Svezia e Stati Uniti il metodo edonico è applicato negli indici CPI per i Personal Computer, e alcuni di questi paesi lo applicano anche per: gli apparecchi TV e DVD, i sistemi Audio, le automobili e altri tipi di beni durevoli.

Variabili qualitative negli indici spaziali. Tornando nel campo dei confronti spaziali dei livelli di prezzo e riprendendo la notazione del modello CPD descritto in (A.4), si potrebbero calcolare le PPA aggiungendo le differenze qualitative dei prodotti. Se Z_1, Z_2, \dots, Z_Q rappresentano un insieme di caratteristiche qualitative giudicate rilevanti in un particolare problema e se queste caratteristiche sono osservate in ciascun articolo tra i vari paesi, il corrispondente modello CPD con aggiustamenti di qualità diventa:

$$\ln p_{ij} = \sum_{j=1}^M \pi_j D_j + \sum_{i=1}^N \eta_i D_i^* + \sum_{q=1}^Q \gamma_q Z_{qij} + u_{ij} \quad (\text{B.14}).$$

Il modello (B.14) fornisce stime di π_j (e, quindi delle PPA) al netto degli aggiustamenti per le differenze di qualità nei prodotti prezzati.

L'uso del modello CPD che incorpora gli aggiustamenti di qualità fu suggerito da Kokoski, Moulton, e Zieschang (1996) nel contesto dei confronti spaziali dei prezzi, utilizzando i dati dei prezzi al consumo rilevati negli Stati Uniti, in cui sono presenti le caratteristiche qualitative dei prodotti.

Nella pubblicazione dei tre ricercatori dell'istituto statistico statunitense BLS²⁰, si può leggere: “Sebbene non specificatamente disegnato per produrre i confronti spaziali, il database con cui si calcola l'indice CPI è nonostante tutto una fonte ricca di informazione geografica dei prezzi che noi vogliamo esplorare”.

I tre autori giustificano l'introduzione di informazioni sulle caratteristiche dei prodotti nella teoria economica dei numeri indici dei prezzi, partendo dai fattori che determinano le scelte di spesa dei consumatori.

Sia p_a^j e q_a^j rispettivamente il prezzo e la quantità nell'area j ($j=1 \dots M$) dell'articolo a e con z_a^j il corrispondente vettore delle caratteristiche. Con e_h^j si indica il livello totale di spesa del

²⁰ Working Paper 291 “Interarea Price Comparison for Heterogeneous Goods and Several Levels of Commodity Aggregation” (September 1996, BLS), pag.1

consumatore h-imo²¹ nell'area j, e i fattori q_h^j rappresentano rispettivamente il vettore di beni acquistati dal consumatore h-imo nell'area j, con z_h^j le caratteristiche e p_h^j i prezzi associati a questi beni. Si suppone che ciascun consumatore minimizza il costo di ottenere un dato livello di benessere al livello di spesa e_a^j , e quindi il costo del consumo per un certa qualità di beni (definiti dal vettore z_h^j) potrebbe essere nel paese j e per il consumatore h:

$$e_h^j = E_a^j(u_h^j, z_h^j, p_h^j) = \min_{q_h^j} \{p_h^j * q_h^j : F_h^j(z_h^j, q_h^j) \geq u_h^j\} \quad (B.15)$$

dove $F_h^j(z_h^j, q_h^j)$ è la funzione di utilità del consumatore h-imo e u_h^j è l'indice di benessere dell'unità h.

Gli autori calcolano il problema di minimizzazione dei costi (B.15) attribuendo ai prezzi una relazione di tipo edonico rispetto alle caratteristiche dei prodotti, $p_h^j = f(z_h^j)$, definita dal consumatore. In particolare se la funzione edonica è del tipo: $\ln p_a^j = \cos t_a^j + \gamma_a^j z_a^j$ il gradiente della funzione di spesa rispetto al vettore delle caratteristiche z_h^j è:

$$\Delta_{z_h^j} E_h^j(u_h^j, z_h^j, p_h^j) = -\gamma^j w_h^j e_h^j$$

ossia dipende dai coefficienti di z_h^j , dal valore relativo dei beni acquistati $\{w = (pq/\Sigma pq)\}$ e dal livello di spesa fissato.²²

Nel lavoro di Kokoski e altri, è stato applicato il modello CPD in 44 aree degli Stati Uniti per gli articoli appartenenti al gruppo di "frutta e verdura" e le stime derivanti dalla regressione sono state usate nel calcolo dell'indice multilaterale ottenuto la formula di Törnqvist, dopo aver imposto la condizione di transitività. Questo lavoro ha utilizzato un approccio misto che include una parte stocastica (modello CPD) e un'altra deterministica (formula di Törnqvist).

Studi sulla povertà. In india e in Brasile il modello CPD è stato applicato da alcuni ricercatori per indagare in modo più approfondito sui livelli di povertà, analizzando altri fattori economici che non sono presi in considerazione nelle stime ufficiali.

In particolare, il lavoro condotto da due ricercatori per analizzare le PPA locali (Aten e Menez, 2002)²³ dimostrò una variazione significativa tra i livelli dei prezzi e le spese delle famiglie, all'interno di un'area metropolitana tra gruppi di reddito differente. L'uso semplice di una media nazionale dei prezzi e delle spese, in uno studio sui livelli di povertà, può portare a

²¹ Il consumatore h sta ad indicare un'unità di consumo che può essere o una singola persona o un gruppo di individui che condividono le stesse decisioni di consumo (famiglia economica).

²² Per maggiori approfondimenti, consultare la pubblicazione di Kokoski (1996) e altri, citata sopra.

²³ "Poverty Price Levels: an application to brazilian metropolitan areas" presentato nella conferenza dell'ICP, Marzo 2002 da Bettina Aten (professoressa, Bridgewater State College, MA, USA).e Tatiane Menezes (consulente dell'istituto economico brasiliano, FIPE)

risultati ingannevoli, in quanto non si tiene conto del diverso potere d'acquisto che hanno persone appartenenti ai vari gruppi di reddito e che vivono in località diverse. Questo significa che il livello del prezzo del cibo, per esempio, nelle zone più povere risulta essere maggiore rispetto alle zone con redditi più alti.²⁴

I ricercatori hanno impiegato per questo studio una serie di esperimenti attraverso il modello CPD generalizzato, ossia il modello con i pesi w_{ij} definiti per ciascuna variabile, ottenuti dai valori di spesa normalizzati su ciascuna area.

Per alcune città del Brasile e per i prodotti appartenenti alla categoria dei generi alimentari, sono stati calcolati i corrispondenti livelli di prezzo utilizzando il modello di CPD attraverso una serie di confronti: prima il modello CPD con le variabili corrispondenti alle città e ai prodotti (modello originale, (A.4)); poi il modello applicato ad un nuovo insieme di variabili rappresentanti le classi di reddito e i prodotti ed escludendo le città; poi il modello con tutti i tre fattori disgiunti e infine la regressione con una variabile rappresentante un effetto combinato tra classi di reddito e città e a parte le dummy-prodotti.

I modelli CPD trasformati con le classi di reddito sono:

$$\ln P = \eta_1 D_1^* + \eta_2 D_2^* + \dots + \eta_N D_N^* + \psi_1 INC_1 + \dots + \psi_R INC_R + u \quad (\text{B.16})$$

$$\ln P = \pi_1 D_1 + \dots + \pi_M D_M + \eta_1 D_1^* + \dots + \eta_N D_N^* + \psi^*_1 INC_1 + \dots + \psi^*_R INC_R + u \quad (\text{B.17})$$

$$\ln P = \eta_1 D_1^* + \eta_2 D_2^* + \dots + \eta_N D_N^* + \delta_1 (D_1^* INC_{LOW}) + \dots + \delta_M (D_M^* INC_{HIGH}) + u \quad (\text{B.18}).$$

In ogni modello sono omesse le variabile *dummy* corrispondenti ad una classe di reddito e ad una città, che diventano quindi i riferimenti base nella lettura dei stime dei parametri.

I coefficienti delle classi di reddito sono interpretati dagli autori come: 1) il livello in cui, una particolare classe di reddito modifica il logaritmo del prezzo a parità dei prodotti (valori di ψ in (B.16)) ;2) il livello in cui, l'appartenenza in una particolare classe di reddito, modifica il logaritmo del prezzo a parità dei prodotti e delle città (valori di ψ^* in (B.17)) ; 3) il livello in cui, l'appartenenza in un certo gruppo di reddito (per semplicità sono state raggruppate le classi di reddito in tre fasce: *low*, *medium* e *high*) di una città, si discosta dal livello di reddito base nella città base.

Questi esperimenti evidenziano la grande flessibilità di utilizzo del modello CPD, grazie alla possibilità di prendere in considerazione i numerosi fattori che influenzano i livelli dei prezzi, alla immediata interpretazione dei risultati e infine alla semplicità dell'elaborazione.

²⁴ Come viene dimostrato nel paper per un gruppo di prodotti appartenenti appunto, ai generi alimentari.

In India uno studio riguardante i livelli del costo della vita attraverso gli indici dei prezzi regionali e applicando una variante al modello iniziale CPD, è stato condotto da Coondoo Majumder e Ray (2001)²⁵

I differenziali di prezzo regionali sono spiegati soltanto dai dati del consumo relativi alle spese delle famiglie distinte per regione, per famiglia e per prodotto. Nel modello CPD formulato dai tre ricercatori, il livello del prezzo di un prodotto in una regione è definito anche rispetto alla famiglia acquirente (p_{irf} , i indice del prodotto, r indice della regione f indice della famiglia) e viene regredito rispetto a delle variabili che esprimono le spese procapite registrate nella regione di appartenenza e il numero dei membri familiari.

Gli indici dei prezzi al consumo regionale sono stati calcolati per la zona Est, la zona Ovest e la zona Sud dell'India, fissando il Nord come area base, separatamente per tre categorie di famiglie urbane e rurali (ossia tutte le famiglie, le famiglie al di sopra della linea di povertà e quelle al di sotto di sotto) e utilizzando i dati dell'indagine nazionale sui consumi delle famiglie.

Autocorrelazione dei residui. Nel modello CPD, e anche nella sua versione generalizzata, non vengono fatte assunzioni diverse dalla condizione di normalità per quanto riguarda la natura dei disturbi aleatori. Nella regressione lineare standard, applicando il metodo dei minimi quadrati in presenza di disturbi incorrelati, con media nulla e varianza costante, si ottengono gli stimatori BLUE (*best linear unbiased estimator*). In genere è possibile verificare e aggiustare la presenza di eteroschedasticità dei disturbi.

Nel modello CPD la presenza di autocorrelazione spaziale dei residui è stata investigata da alcuni ricercatori nel campo dei confronti internazionali, quali Aten (1996), Rao e Stevano (2001), i quali esaminarono tutti gli aspetti della presenza di strutture autocorrelate nel modello CPD.

Dall'equazione (A.3) si ottiene $\ln p_{ij} = \pi_j + \eta_i + u_{ij}$, da cui risulta semplice trovare un'interpretazione dei residui del modello CPD, di fatti si ha:

$$u_{ij} = \ln p_{ij} - \pi_j - \eta_i = \ln \left(\frac{P_{ij} / PPA_j}{P_i} \right).$$

Da questa equazione è evidente che i termini di disturbo per l' i -imo prodotto nel j -imo paese è il logaritmo del prezzo nazionale dell' i -imo prodotto, (convertito in una moneta comune

²⁵Working paper n.2001/06 "On method of Calculating Regional Price Differentials with Illustrative Evidence from india", ASARC RSPAS, ANU

utilizzando le PPA_j), espresso relativamente al prezzo internazionale del prodotto medesimo. Quindi il termine di disturbo fornisce una misura del livello del prezzo relativo alla media internazionale dei prezzi, per ciascun prodotto e in ciascun paese.

Un modello CPD in presenza di autocorrelazione spaziale dei residui, può essere del tipo:

$$\ln p_{ij} = \sum_{j=1}^M \pi_j D_j + \sum_{i=1}^N \eta_i D_i^* + \lambda W \varepsilon_{ij} + \xi_{ij}$$

dove i vecchi residui u_{ij} sono stati sostituiti dalla relazione $\lambda W \varepsilon_{ij} + \xi_{ij}$, in cui W è una matrice di pesi spaziali il cui elemento w_{jk} esprime una misura della “prossimità spaziale” tra i paesi j e k , (può essere sia la distanza fisica o una distanza di tipo economico, misurata per esempio, con il livello di scambio commerciale tra i due paesi), λ è il parametro della variabile del residuo e ξ è un disturbo *white noise*.

Gli esempi empirici condotti dai ricercatori utilizzando i risultati ICP del 1985 in 56 paesi, hanno dimostrato che la presenza di autocorrelazione spaziale dei residui è probabilmente più pronunciata quando sono inclusi paesi appartenenti a diversi continenti e con diverso livello di sviluppo socio-economico.

Ai fini del calcolo di PPA all’interno dell’Italia, la presenza di eteroschedasticità nel modello dovrebbe essere non significativa, in quanto le località non presentano quel grande divario economico e sociale osservato nello studio precedente, che giustifica invece la presenza di una struttura correlata per i disturbi del modello.

4. UN’APPLICAZIONE DEL MODELLO CPD PER QUATTRO COMUNI ITALIANI

4.1 I prodotti selezionati dal paniere dell’indice NIC per l’analisi delle PPA

L’analisi dei differenziali del potere d’acquisto è stata condotta per i comuni di Milano, Firenze, Napoli e Palermo, quattro città che per distanza geografica ed economica ben si prestano a rappresentare diverse realtà del paese,²⁶ e sono basati su un “paniere ristretto” costituito da ventidue²⁷ prodotti le cui informazioni derivano dal database dell’indice nazionale dei prezzi al consumo per l’intera collettività (NIC), rilevati nel 2002.

Nella tabella seguente è riportato l’elenco dei ventidue prodotti scelti dal paniere nazionale:

²⁶ Nord Italia, Centro Italia, Sud Italia ed Isole

Tab.1 I 22 prodotti selezionati dal paniere NIC.

N° ORDINALE PRODOTTO	PRODOTTO
1	Pasta di semola di grano duro
2	Pasta all'uovo
3	Piatto pronto surgelato
4	Pizza surgelata
5	Tortellini
6	Ammorbidente
7	Detersivo stoviglie a mano
8	Detersivo lavatrice in polvere
9	Detersivo bucato a mano liquido
10	Detersivo per lavastoviglie
11	Detersivo per biancheria delicata
12	Detersivo pulizia casa
13	Varechina
14	Cappuccino al bar
15	Caffè espresso al bar
16	Aperitivo al bar
17	Bevanda di essenza al bar
18	Pasta lievitata al bar
19	Spremuta al bar
20	Analcolico al bar
21	Tè al bar
22	Birra al bar

I prodotti selezionati si possono dividere in tre gruppi che per facilità di notazioni li definiamo come:

- “Paste alimentari” costituito da cinque posizioni rappresentative appartenenti al capitolo di spesa “Prodotti alimentari e Bevande non alcoliche” (n° ordinale prodotto: 1, 2, 3, 4, 5);
- “Detersivi” costituito da otto posizioni rappresentative appartenenti al capitolo di spesa “Mobili, Articoli e Servizi per la casa” (n° ordinale prodotto: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13);
- “Consumazioni al bar” costituito da nove posizioni rappresentative appartenenti al capitolo di spesa “Alberghi, Ristoranti e Pubblici esercizi”, (n° ordinale prodotto: 14,15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22).

²⁷ Nell’articolazione del campione dei prodotti del NIC, i ventidue articoli riportati nella tabella 1, coincidono con le posizioni rappresentative o le voci elementari di prodotto.

4.2 La “ricodifica” dei prodotti

Nel calcolo dell'indice temporale dei prezzi, ogni Ufficio Comunale di Statistica²⁸ definisce un campione dei punti di vendita in cui si rilevano i prezzi dei prodotti più “più venduti” tra quelli che corrispondono alla descrizione sopra riportata.

Le referenze, così campionate, possono essere tra loro diverse in termini di marca, di dimensione, di confezione e di unità di rilevazione, ma tali differenze non influenzano il calcolo dell'indice, essendo rispettata la condizione che la rilevazione del prezzo sia sempre basata sullo stesso bene.

Le caratteristiche relative alla marca ed alla varietà prescelti sono codificate da ogni comune in modo diverso, ma tale aspetto, di natura prettamente tecnica, ininfluenza ai fini del confronto temporale, complica, invece, quello spaziale.

Per ottenere un confronto territoriale del livello dei prezzi, è necessario invece individuare e distinguere per ogni quotazione, le caratteristiche qualitative che influenzano i prezzi dei prodotti, attraverso un'analisi preliminare della struttura dei dati rilevati,

Il primo passo da compiere è un lavoro di “ricodifica” condotta a livello di singola quotazione, in cui l'informazione di ogni marca e di ogni varietà presente nel database del NIC con codici diversi tra i vari comuni, sia trascritta in modo uguale per tutte le città esaminate.

Il lavoro di ricodifica delle marche e delle varietà costituisce una delle fasi più importanti e delicate per ottenere una valida analisi dei differenziali dei prezzi a livello spaziale, in quanto oltre a individuare un'omogeneità dei prodotti posti a confronto, definisce le variabili qualitative che, insieme ai comuni, costituiscono i regressori del modello CPD, (versione di Kokoski, Moulton e Zieschang), utilizzato nel calcolo delle parità elementari.

Relativamente ai quattro comuni e ai ventidue prodotti selezionati, il lavoro di ricodifica delle marche e delle varietà è stato condotto su più di tremila rilevazioni dei prezzi. Dal database iniziale, sono state aggiunte:

- le definizioni delle marche e delle varietà per ogni quotazione, spesso riportate con vari errori di trascrizione o con nomi simili all'originale;
- nuovi codici corrispondenti ad ogni marca e ogni varietà, assegnati uguali nelle quattro città.

Non tutti i modelli CPD includono il gruppo di variabili corrispondenti alle varietà, in quanto non influiscono sul livello del prezzo²⁹ del prodotto. Per esempio, nel gruppo di prodotti

²⁸ I comuni che partecipano all'indagine della rilevazione dei prezzi sono i capoluoghi di provincia.

²⁹ Il riferimento alle varietà che non influenzano il livello del prezzo dei prodotti, è relativo alle sole caratteristiche individuate nel database.

appartenenti alle “Paste alimentari”, le stesse confezioni di pasta di tipo “spaghetti” o “bavette” o “penne”, hanno un prezzo uguale se appartengono alla stessa marca. Inoltre, nei prodotti di tale gruppo, per migliorare i risultati della regressione³⁰, si è resa necessaria, la creazione di un marchio “label” che include sia le etichette delle catene di distribuzione e sia le marche poco conosciute, in quanto hanno una poca diffusione nazionale o una scarsa pubblicità.

In molti prodotti appartenenti al gruppo dei “Detersivi”, è stato possibile distinguere diversi tipi di confezione del prodotto, espressa in termini di quantità. Per gli ammorbidenti, per esempio, si è reso necessario definire in modo specifico le varie tipologie di confezioni (da un litro, da due litri, eccetera) strettamente variabili con i prezzi, mentre per altri prodotti è stato sufficiente definire i *range* delle dimensioni della confezione (grande, media, piccola).

Per prodotti come il caffè, il cappuccino, la *brioche*, la spremuta d’arancia e il tè, serviti al bar, dove non è nota né la marca né la varietà, si è preferito scegliere rispetto ai risultati del modello CPD, le stime dirette delle parità elementari, ottenute attraverso il rapporto delle medie dei prezzi tra due comuni.

4.3 Il Modello CPD per stimare le parità elementari

Una volta definite le caratteristiche qualitative, sono state costruite, per ogni prodotto, le matrici di variabili *dummy* corrispondenti ai comuni, alle marche ed alle varietà.

La formulazione generica del modello CPD utilizzato per il calcolo delle parità elementari tra i quattro comuni è la seguente:

$$\ln P = \alpha + \pi_1 D_1 + \pi_2 D_2 + \pi_3 D_3 + \pi_4 D_4 + \gamma_1 M_1 + \gamma_2 M_2 + \gamma_3 M_3 + \gamma_4 M_4 + \varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \varphi_4 V_4 + u \quad (C.1)$$

ove: $\ln P$ rappresenta il vettore dei logaritmi dei prezzi di un prodotto, α è la costante del modello; D_i è il “vettore *dummy*” relativo all’ i -esimo comune ($i=1, \dots, I$, e nel caso specifico di quattro comuni $I=4$), M_j e V_k rappresentano i “vettori *dummy*” rispettivamente per le marca j e la varietà k , ($j=1, \dots, J$, $k=1, \dots, K$) e u è l’elemento di disturbo casuale del modello distribuito normalmente con media nulla e varianza costante.

Per motivi di multicollinearità, in presenza di tre gruppi di variabili *dummy*, devono essere esclusi tre regressori, uno corrispondente ad un comune, uno ad una marca e l’altro ad una varietà.

³⁰ L’inserimento del marchio “label” nel gruppo dei prodotti “Paste alimentari” al posto di alcune marche a basso costo, ha migliorato i risultati della regressione, aumentando il numero di stime significative corrispondenti alle parità elementari.

Le variabili escluse rappresentano il riferimento base rispetto al quale sono interpretati i risultati delle stime dei parametri e per tale motivo, si preferiscono scegliere quelle a cui corrispondono un maggior numero di osservazioni.

Per ciascun prodotto, la stima del coefficiente $\hat{\pi}_i$, rappresenta il logaritmo naturale del livello del prezzo nel comune i rispetto al livello del prezzo del comune base, e quindi $\exp(\hat{\pi}_i)$ definisce la PPA elementare al netto delle influenze di marca e varietà; la stima di $\hat{\gamma}_j$ e $\hat{\phi}_k$ rappresentano rispettivamente i logaritmi delle parità economiche tra la marca j e la marca base e tra la varietà k e la varietà base, al netto delle differenze di prezzo tra i comuni e al netto delle influenze di varietà per $\hat{\gamma}_j$ e di marca per $\hat{\phi}_k$.

Le uniche stime necessarie per il calcolo delle PPA sono i coefficienti $\hat{\pi}_i$, (per $i=1,2,3$), i cui confronti binari tra ogni coppia di comuni si possono sintetizzare in questa tabella, ove il 4° comune ($i=4$) è stato scelto come il “comune base”:

Tab.2 Matrice delle PPA elementari per 4 comuni, ottenute dalle stime dei coefficienti del modello CPD, base=4° Comune.

	1° Comune	2° Comune	3° Comune	4° Comune
1° Comune	1	$\exp(\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2)$	$\exp(\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_3)$	$\exp(\hat{\pi}_1)$
2° Comune	$\exp(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_1)$	1	$\exp(\hat{\pi}_2 - \hat{\pi}_3)$	$\exp(\hat{\pi}_2)$
3° Comune	$\exp(\hat{\pi}_3 - \hat{\pi}_1)$	$\exp(\hat{\pi}_3 - \hat{\pi}_2)$	1	$\exp(\hat{\pi}_3)$
4° Comune	$\exp(-\hat{\pi}_1)$	$\exp(-\hat{\pi}_2)$	$\exp(-\hat{\pi}_3)$	1

Il generico valore $\exp(\hat{\pi}_j - \hat{\pi}_z)$ è una stima del livello dei prezzi del comune j rispetto al livello dei prezzi del comune z : $(\frac{P_j}{P_z})$.

4.4 Le parità elementari

Dalle stime dei coefficienti dei comuni, sono state ottenute le seguenti parità elementari per l'anno 2002.

Tab. 3 Parità elementari per i prodotti del gruppo “Paste alimentari”. Fonte ISTAT, anno 2002

Prodotti	MI/MI	FI/MI	NA/MI	PA/MI	MI/FI	FI/FI	NA/FI	PA/FI
Pasta di semola	100,0	107,5	85,9	84,4	93,0	100,0	79,9	78,5
Pasta all'uovo	100,0	88,7	86,8	87,0	112,8	100,0	97,9	98,2
Piatto surgelato	100,0	-	-	-	-	100,0	-	-
Pizza sugelata	100,0	-	113,3	109,2	-	100,0	-	-
Tortellini	100,0	-	86,2	90,3	-	100,0	-	-
Prodotti	MI/NA	FI/NA	NA/NA	PA/NA	MI/PA	FI/PA	NA/PA	PA/PA
Pasta di semola	116,4	125,1	100,0	98,2	118,5	127,4	101,8	100,0
Pasta all'uovo	115,2	102,1	100,0	100,3	114,9	101,9	99,7	100,0
Piatto surgelato	-	-	100,0	-	-	-	-	100,0
Pizza sugelata	88,3	-	100,0	96,3	91,6	-	103,8	100,0
Tortellini	116,0	-	100,0	104,7	110,7	-	95,5	100,0

Tab.4 Parità elementari per i prodotti del gruppo “Detersivi”, Fonte ISTAT, anno 2002

Prodotti	MI/MI	FI/MI	NA/MI	PA/MI	MI/FI	FI/FI	NA/FI	PA/FI
Ammorbidente	100,0	-	77,4	92,5	-	100,0	-	-
Deter. Stoviglie	100,0	104,9	85,4	95,9	95,3	100,0	81,4	91,4
Deter. Lavatrice in polvere	100,0	108,1	84,0	77,7	92,5	100,0	77,7	71,9
Deter. Bucato liquido	100,0	95,6	79,6	94,3	104,6	100,0	83,2	98,6
Deter. lavastoviglie	100,0	-	89,8	111,8	-	100,0	-	-
Deter. Biancheria delicata	100,0	-	55,2	84,3	-	100,0	-	-
Deter. Pulizia casa	100,0	94,4	104,4	106,0	105,9	100,0	110,6	112,2
Varecchina	100,0	95,9	82,4	84,9	104,3	100,0	85,9	88,6
Prodotti	MI/NA	FI/NA	NA/NA	PA/NA	MI/PA	FI/PA	NA/PA	PA/PA
Ammorbidente	129,2	-	100,0	119,5	108,1	-	83,7	100,0
Deter. Stoviglie	117,1	122,9	100,0	112,3	104,3	109,4	89,0	100,0
Deter. Lavatrice in polvere	119,1	128,7	100,0	92,5	128,8	139,1	108,1	100,0
Deter. Bucato liquido	125,7	120,2	100,0	118,6	106,0	101,4	84,3	100,0
Deter. lavastoviglie	111,4	-	100,0	124,5	89,5	-	80,3	100,0
Deter. Biancheria delicata	181,3	-	100,0	152,9	118,6	-	65,4	100,0
Deter. Pulizia casa	95,7	90,4	100,0	101,4	94,4	89,1	98,6	100,0
Varecchina	121,4	116,4	100,0	103,1	117,7	112,9	97,0	100,0

Tab 5 Parità elementari per i prodotti del gruppo “Consumazioni al bar”. Fonte ISTAT, anno 2002

Prodotti	MI/MI	FI/MI	NA/MI	PA/MI	MI/FI	FI/FI	NA/FI	PA/FI
Cappuccino	100,0	61,2	72,1	104,9	163,5	100,0	117,9	171,5
Caffè	100,0	98,4	81,1	81,1	101,7	100,0	82,5	82,5
Aperitivo	100,0	75,5	52,5	-	132,4	100,0	69,5	-
Bevanda di essenza	100,0	80,6	52,4	66,9	124,0	100,0	64,9	83,0
Pasta lievitata	100,0	107,3	96,8	88,7	93,2	100,0	90,2	82,7
Spremuta	100,0	82,9	69,7	76,0	120,7	100,0	84,1	91,8
Analcolico	100,0	71,6	58,3	80,1	139,6	100,0	81,4	111,8
Tè	100,0	66,9	65,2	98,8	149,6	100,0	97,5	147,7
Birra	100,0	75,4	53,2	65,0	132,7	100,0	70,6	86,3
Prodotti	MI/NA	FI/NA	NA/NA	PA/NA	MI/PA	FI/PA	NA/PA	PA/PA
Cappuccino	138,7	84,8	100,0	145,4	95,4	58,3	68,8	100,0
Caffè	123,3	121,3	100,0	100,0	123,2	121,2	100,0	100,0
Aperitivo	190,4	143,8	100,0	-	-	-	-	100,0
Bevanda di essenza	191,0	154,0	100,0	127,8	149,4	120,5	78,2	100,0
Pasta lievitata	103,3	110,8	100,0	91,6	112,8	121,0	109,2	100,0
Spremuta	143,5	118,9	100,0	109,1	131,5	109,0	91,6	100,0
Analcolico	171,4	122,8	100,0	137,3	124,8	89,4	72,8	100,0
Tè	153,3	102,5	100,0	151,5	101,2	67,7	66,0	100,0
Birra	188,1	141,7	100,0	122,3	153,8	115,9	81,8	100,0

Nei prodotti del gruppo “Paste alimentari”, i risultati del modello di regressione hanno fornito stime statisticamente non significative, secondo i risultati del test T-Student³¹, per i seguenti prodotti: “piatto pronto surgelato” in ogni confronto binario tra i quattro comuni; “pizza surgelata” e “tortellini” per i confronti binari con il comune di Firenze.

Di conseguenza per la voce “piatto pronto surgelato” non sono note le parità elementari e inoltre, non può partecipare al calcolo dei differenziali del potere d’acquisto nel livello successivo di aggregazione “Paste alimentari”.

Si è ritenuto opportuno calcolare gli indici di confronto spaziale “EKS”, qualora i *missing* si riferiscono a prodotti che hanno un peso relativo non rilevante rispetto al gruppo a cui appartengono. Il “piatto pronto surgelato” ha un peso molto basso rispetto all’intero gruppo di “Paste alimentari”, mentre non potevano mancare informazioni per la “pasta di semola” il cui peso nel gruppo è circa del 60%.

Inizialmente il modello CPD era stato formulato con un regressore corrispondente ad ogni marca distinta, ma i risultati delle stime corrispondenti alla parità elementari fornivano valori

statisticamente non significativi in corrispondenza di prodotti fondamentali, come appunto, la pasta di semola.

Nella fase successiva di aggregazione, per ottenere le PPA a livello di gruppo³², i pesi devono essere ripartiti soltanto per i prodotti, le cui stime delle parità siano risultate statisticamente significative, modificando quindi il sistema di ponderazione dei numeri indici.

Per non escludere i prodotti con un “peso importante”, si è cercato di migliorare i risultati del modello CPD, creando una nuova variabile qualitativa “Label”, che include i marchi delle catene di distribuzione e le marche poco note a livello nazionale. I prodotti “Label” sono di fatti quelli che hanno registrato i prezzi più bassi rispetto alle “Paste alimentari” delle altre marche.

Per il gruppo “Detersivi”, si è preferito lasciare tutte le marche distinte in quanto l’inserimento del marchio “Label”, con gli stessi criteri usati per i prodotti della pasta, non ha fornito risultati migliori. Comunque le parità dei prodotti che hanno un peso rilevante nel gruppo dei “Detersivi” sono risultate significative per tutti i comuni, come per esempio il “detersivo in polvere per la lavatrice”, con peso oltre il 40%, e il “detersivo per la pulizia della casa”, con peso pari al 13%.

Per le voci : “ammorbidenti”, “detersivo per la lavastoviglie” e “detersivo per la biancheria delicata” non sono risultate statisticamente significative le stime delle parità calcolate per il comune di Firenze.

Le parità elementari relative alle “Consumazioni al bar” sono state ottenute in due modi diversi, a seconda della presenza di marche e/o varietà nel prodotto.

Per il cappuccino, il caffè, la *brioche*, la spremuta d’arancia e il tè le parità sono state calcolate direttamente rapportando la media dei prezzi di ciascun prodotto, tra ogni coppia di comuni, in quanto per tali voci, non esistono informazioni sulle loro caratteristiche qualitative e quindi non si possono calcolare le influenze delle specifiche di marca o di varietà.

Quindi, tra la stima indiretta del modello CPD, basata in alcuni casi su pochi dati, e la stima diretta del rapporto tra i prezzi, si è preferito optare per questa ultima.

Nelle tabelle delle parità elementari, sono riportati per ogni prodotto, il livello del prezzo tra la città base (posta al denominatore) e la città di riferimento (posta al numeratore).

Per la pasta di semola, il livello del prezzo di Firenze rispetto a quello di Milano (FI/MI), pari a 107,5 al netto delle differenze delle specifiche di marca, implica che il costo di tale prodotto è

³¹ Sono state considerate significative le stime dei parametri del modello relativi ai comuni, alle marche e alle varietà, qualora la $\text{Prob } >|t|$ sia inferiore al 10%.

³² Gli indici EKS calcolati a livello di gruppo di prodotti, sono ottenuti a partire dagli indici di Laspeyres, di Paasche e di Fisher.

superiore nel comune di Firenze del 7,5%; mentre tra Napoli e Firenze (NA/FI) l'indice è uguale a 79,9 ossia Firenze risulta più cara del 20% circa.

A livello di analisi per ogni singolo prodotto, ciò che emerge dai risultati delle parità elementari è il maggiore livello dei prezzi per i comuni di Milano e di Firenze rispetto a quello di Napoli e di Palermo, soprattutto per i prodotti delle "Pasta alimentari" e dei "Detersivi", anche se ci sono "casi particolari", come il detersivo per la pulizia della casa il detersivo per la lavastoviglie, che risultano più costosi nelle città di Napoli Palermo.

Le differenze di livello di prezzo sono molto pronunciate per un particolare prodotto dei "Detersivi", che è quello per la biancheria delicata, in cui l'indice assume valori pari a 181,3 per Milano su Napoli (MI/NA) e 152,9 per Palermo su Napoli (PA/NA), e per alcune voci delle "Consumazioni al bar", quali l'aperitivo, la bevanda, il cappuccino e la birra.

Da una prima lettura degli indici di prezzo a livello delle singole voci elementari, emerge che le maggiori differenze del livello di prezzo a livello territoriale si riscontrano sui prodotti che rientrano nel capitolo di spesa dei Servizi, quale "Alberghi, Ristoranti e Pubblici Esercizi", i cui prezzi non sono determinati dalle politiche commerciali e aziendali dei prodotti di "largo consumo", come i detersivi o come i prodotti delle paste industriali.

3.5 Le PPA per gruppi di prodotto

Nelle fasi successive di aggregazione delle posizioni rappresentative, le stime delle parità elementari sono state inserite nelle formule degli indici dei prezzi di Laspeyres, di Paasche e di Fisher, per ottenere "l'indice transitivo" EKS e poter derivare i differenziali del potere d'acquisto per ogni gruppo di prodotti e per il paniere totale formato dai tre gruppi.

Il sistema di ponderazione dell'indice NIC distinto per ogni comune, è stato proporzionato in base ai prodotti le cui parità sono risultate significative dal modello CPD.

Nell'indice di Laspeyres, la variazione dei prezzi è ponderata con il sistema dei pesi del comune base, mentre nell'indice di Paasche i pesi si riferiscono al comune posto al numeratore e, in regime di prezzi crescenti, con inflazione positiva, un numero calcolato con la formula dell'indice di Laspeyres risulta più elevato di un numero indice dei prezzi di Paasche. Entrambi gli indici sono calcolati come medie aritmetiche ponderate.

Dalla media geometrica dei due indici, si ottiene l'indice di Fisher, che soddisfa la condizione di reversibilità delle basi, e per tale motivo viene definito come "l'indice ideale".

Per i confronti multilaterali si è scelto l'indice EKS, che viene adottato da Eurostat per i confronti delle PPA di trentuno paesi europei. L'indice è ottenuto da una trasformazione degli indici di Fisher, risolvendo un problema di ottimizzazione.³³

Le matrici degli indici dei prezzi sono riportate nelle tavole seguenti:

Tav.C1.-Matrice degli indici di Laspeyers, di Fisher e gli indici EKS per i 4 comuni di Milano, Firenze, Napoli e Palermo calcolati sul gruppo di prodotti "Paste alimentari. Fonte : ISTAT . Anno 2002

matrice indici di Laspeyres					matrice indici di Paasche				
città base					città base				
	MI	FI	NA	PA		MI	FI	NA	PA
MI	100,0	97,1	113,7	115,4	MI	100,0	96,0	109,4	111,4
FI	104,2	100,0	120,4	122,9	FI	103,0	100,0	119,5	121,1
NA	91,4	83,7	100,0	101,4	NA	87,9	83,1	100,0	101,4
PA	89,7	82,6	98,6	100,0	PA	86,7	81,4	98,6	100,0

matrice indici di Fisher					matrice indici EKS				
città base					città base				
	MI	RM	FI	PA		MI	FI	NA	PA
MI	100,0	96,5	111,6	113,4	MI	100,0	94,1	112,1	113,9
FI	103,6	100,0	119,9	122,0	FI	106,2	100,0	119,1	121,0
NA	89,6	83,4	100,0	101,4	NA	89,2	84,0	100,0	101,6
PA	88,2	82,0	98,6	100,0	PA	87,8	82,6	98,4	100,0

Tav.C2.-Matrice degli indici di Laspeyers, di Fisher e gli indici EKS per i 4 comuni di Milano, Firenze, Napoli e Palermo calcolati sul gruppo di prodotti "Detersivi". Fonte : ISTAT . Anno 2002

matrice indici di Laspeyres					matrice indici di Paasche				
città base					città base				
	MI	FI	NA	PA		MI	FI	NA	PA
MI	100,0	97,2	120,3	115,4	MI	100,0	97,0	114,7	113,7
FI	103,1	100,0	119,1	122,4	FI	102,9	100,0	117,1	117,5
NA	87,2	85,4	100,0	96,6	NA	83,1	84,0	100,0	94,1
PA	88,0	85,1	106,3	100,0	PA	86,7	81,7	103,5	100,0

matrice indici di Fisher					matrice indici EKS				
città base					città base				
	MI	FI	NA	PA		MI	FI	NA	PA
MI	100,0	97,1	117,5	114,5	MI	100,0	97,2	117,8	114,6
FI	103,0	100,0	118,1	119,9	FI	102,8	100,0	121,2	117,9
NA	85,1	84,7	100,0	95,3	NA	84,9	82,5	100,0	97,3
PA	87,3	83,4	104,9	100,0	PA	87,3	84,8	102,8	100,0

³³ L'indice EKS è presentato nel paragrafo 3.2.

Tav.C3.-Matrice degli indici di Laspeyres, di Fisher e gli indici EKS per i 4 comuni di Milano, Firenze, Napoli e Palermo calcolati sul gruppo di prodotti “Consumazioni al bar”. Fonte : ISTAT. Anno 2002

matrice indici di Laspeyres					matrice indici di Paasche				
città base					città base				
	MI	FI	NA	PA		MI	FI	NA	PA
MI	100,0	120,7	139,1	120,4	MI	100,0	116,0	134,3	118,4
FI	86,2	100,0	116,9	105,2	FI	82,8	100,0	114,1	102,6
NA	74,5	87,6	100,0	90,3	NA	71,9	85,5	100,0	87,5
PA	84,4	97,5	114,3	100,0	PA	83,0	95,0	110,7	100,0

matrice indici di Fisher					matrice indici EKS				
città base					città base				
	MI	FI	NA	PA		MI	FI	NA	PA
MI	100,0	118,3	136,7	119,4	MI	100,0	117,5	136,1	120,5
FI	84,5	100,0	115,5	103,9	FI	85,1	100,0	115,9	102,6
NA	73,2	86,6	100,0	88,9	NA	73,5	86,3	100,0	88,6
PA	83,7	96,3	112,5	100,0	PA	83,0	97,4	112,9	100,0

Ogni matrice corrispondente ad un indice, riporta in fiancata la città posta a confronto in testata la città base.

Prima di analizzare i risultati dell'indice EKS, è interessante interpretare i dati degli indici di Laspeyres e di Paasche secondo un'analisi economica e sociale data da Luigi Campiglio, docente di Politica Economica presso l'università di Milano, nel suo libro “Il costo del vivere”.

Entrambi gli indici esprimono le variazioni del costo della vita che percepisce un emigrante che si trasferisce dalla città base alla città posta al numeratore.

L'indice di Laspeyres rispecchia la situazione “dell'emigrante conservatore”, ossia colui che tende a conservare le sue abitudini di consumo acquisite nella città base, mentre l'indice di Paasche riflette la tipologia “dell'emigrante innovativo”, ossia colui che si adatta velocemente alle nuove abitudini di consumo della città in cui si è trasferito³⁴.

In riferimento ad un numero limitato di prodotti rispetto al paniere nazionale dell'indice dei prezzi, le variazioni del costo della vita sono qui interpretate su un “paniere ideale” formato soltanto dai prodotti “Paste alimentari”, o dai “Detersivi” o dalle “Consumazioni al bar”, oppure dai ventidue prodotti insieme.

Dalla tavola C1, per esempio, nella prima riga della matrice degli indici di Laspeyres, in cui la città di trasferimento è Milano, i valori dell'indice rappresentano le variazioni del costo della vita percepite da chi si sposta nel capoluogo lombardo, ma intende mantenere le sue abitudini di

³⁴ Tale interpretazione riflette il sistema di ponderazione dei due indici.

consumo relativamente ai prodotti delle “Paste alimentari” acquisite nella città base. Se si proviene da Firenze, si percepisce una diminuzione del costo della vita in termini del 3% circa, se si proviene da Napoli si percepisce invece, un aumento del costo della vita del +13,7%, mentre se si giunge da Palermo, l’aumento del costo della vita arriva al +15,4%.

Nella prima riga della matrice degli indici di Paasche, le variazioni del livello dei prezzi, sono percepite da chi intende trasferirsi a Milano ed è in grado di acquisire le abitudini di consumo dei milanesi relativamente ai prodotti appartenenti al gruppo di “Paste alimentari”. In tal modo, l’aumento del costo della vita percepito dai napoletani e dai palermitani risulta essere più basso, rispetto ai valori dell’indice di Laspeyres, e rispettivamente del +9,4% e del +11,4%, così come per i fiorentini risulta più bassa la diminuzione del costo della vita, (-4%).

Dagli indici EKS, si può stilare una graduatoria delle città in base al loro potere d’acquisto, prendendo come riferimento una colonna o una riga qualsiasi della matrice dei confronti binari.

Relativamente ai prodotti della pasta, Firenze risulta la città con il più alto potere d’acquisto, seguita da Milano, da Napoli e infine da Palermo. I valori dell’indice EKS esprimono un differenziale delle PPA non molto alto tra Milano e Firenze (6 % circa,) e basso tra Napoli e Palermo (1,6%); viceversa, esiste un differenziale più elevato tra Milano e Palermo (14% circa), tra Milano e Napoli (12 % circa), tra Firenze e Napoli (19% circa) e infine tra Firenze e Palermo (21%).

Il gruppo dei prodotti dei “Detersivi” presenta una situazione molto simile al gruppo delle “Paste alimentari”, in cui Firenze risulta la città con il più alto potere d’acquisto, anche se la sua distanza con Milano è minima (2,8%), seguono poi Palermo e Napoli, (rispettivamente circa 18% e 15% in meno rispetto a Milano).

Una situazione differente si presenta invece, per le voci relative alle “Consumazioni al bar”.

Secondo l’interpretazione economica di Campiglio, un trasferimento nella città di Milano, mantenendo le stesse abitudini di consumo per il gruppo di prodotti “Consumazioni al bar”, implica un aumento del costo della vita molto elevato se si proviene dagli altri tre comuni: Firenze e Palermo +20% circa, Napoli quasi + 39%. Tali variazioni sono più basse, se si acquisiscono le abitudini di consumo dei milanesi.

Per quanto riguarda i differenziali del livello dei prezzi tra i quattro comuni, Milano risulta la città con il più alto potere d’acquisto, a seguire con più del 17% di differenza Firenze e il 20% Palermo, mentre a Napoli risulta la più distante, con un distacco del 36% rispetto a Milano.

Tav.C4.-Matrice degli indici di Laspeyres, di Fisher e gli indici EKS per 4 comuni di Milano, Firenze, Napoli e Palermo calcolati su 22 posizioni rappresentative. Fonte : ISTAT, Anno 2002

matrice indici di Laspeyres					matrice indici di Paasche				
città base					città base				
	MI	FI	NA	PA		MI	FI	NA	PA
MI	100,0	111,7	128,6	119,8	MI	100,0	106,9	124,5	115,7
FI	93,5	100,0	118,2	111,5	FI	105,3	100,0	115,6	104,7
NA	80,3	86,5	100,0	96,0	NA	73,3	84,6	100,0	92,2
PA	86,5	95,5	108,5	100,0	PA	84,1	89,7	104,2	100,0

matrice indici di Fisher					matrice indici EKS				
città base					città base				
	MI	FI	NA	PA		MI	FI	NA	PA
MI	100,0	109,3	126,5	117,7	MI	100,0	106,6	118,0	113,6
FI	91,5	100,0	116,9	108,1	FI	93,8	100,0	110,6	106,5
NA	79,0	85,6	100,0	94,1	NA	84,8	90,4	100,0	96,3
PA	84,9	92,5	106,3	100,0	PA	88,0	93,9	103,8	100,0

Nella tavola C4, sono stati calcolati gli indici dei prezzi per i prodotti appartenenti ai tre gruppi, proporzionando nuovamente il sistema di ponderazione calcolato su 22 prodotti.

In un paniere ristretto composto da ventidue prodotti, quelli appartenenti alle “Consumazioni al bar” contribuiscono con quasi il 55% nel determinare la struttura dei consumi dei quattro comuni, seguiti dai detersivi (25%) e dalle Paste alimentari (20%).

Secondo tale struttura di ponderazione, i risultati degli indici riflettono il più alto costo della vita registrato a Milano rispetto agli altri comuni, così come è avvenuto per il gruppo delle “Consumazioni al bar”, attenuato però dalla presenza degli altri prodotti.

Così se un fiorentino decide di trasferirsi a Milano mantenendo le sue abitudini di consumo, vedrà il suo costo della vita aumentare dell'11,7%, se è un napoletano l'aumento sarà del 28,6%, e infine per un palermitano sarà pari al 19,8%.

Se la struttura dei consumi fosse idealmente rappresentata dai ventidue prodotti scelti per il calcolo delle PPA, il costo della vita di Milano sarebbe più alto del 7% circa rispetto a Firenze, del 18% rispetto a Napoli e quasi del 14% rispetto a Palermo, evidenziando quindi una differenza del potere d'acquisto tra le città del Nord e Centro Italia con quelle del Sud Italia.

Il modello CPD permette di conoscere i differenziali del potere d'acquisto tra un insieme di prodotti che non possono essere confrontati direttamente a causa delle diverse specifiche di marca o di varietà, a condizione che:

- 1) sia possibile individuare tali specifiche;

2) i risultati delle stime del modello CPD siano significative, almeno per quei prodotti che hanno un peso importante nel paniere dei consumi.

Per alcune voci elementari, risulta quasi impossibile distinguere le referenze di ciascun articolo (come ad esempio tutte le voci relative all'abbigliamento e alle calzature) e in tal caso, l'unica soluzione è il ricorso ad indagini specifiche, che può essere condotta su un campione di prodotti per i quali non è possibile confrontare i prezzi a livello spaziale attraverso il *database* dell'indice NIC.

Un ulteriore sviluppo di questo modello potrebbe essere la sua applicazione per ripartizioni geografiche più grandi, quali ad esempio le regioni. Se i quattro capoluoghi fossero considerati rappresentativi delle loro regioni e se venisse adottato il sistema di ponderazione ripartito a livello regionale, i risultati ottenuti sarebbero una stima dei differenziali del potere d'acquisto tra la Lombardia, la Toscana, la Campania e la Sicilia.

Riferimenti bibliografici

ATEN B, -MENEZES T. (2002), "Poverty Price Levels: an application to brazilian metropolitan areas", paper presentato alla *Conference on the international comparison program, World Bank*, Washington, 11-15 Marzo 2002. http://www.econ.upenn.edu/papers/ba_tatwb.pdf

ATEN B. – HESTON A. (2003) "Regional Output Differences in International Perspective", University of Pennsylvania, Paper, Febbraio.
<http://www.upenn.edu/papers/revisionLSE0103.pdf>

ATEN B. – HESTON A. (2002), "Linking Country Groups in International Real Product and Purchasing Power Comparisons", paper presentato alla *Conference on the international comparison program, World Bank*, Washington, 11-15 Marzo 2002.
<http://www.econ.upenn.edu/papers/heston-aten.pdf>

BALL A. – ALLEN A., (2003) "The Introduction of Hedonic Regression Techniques for the quality adjustment of computing equipment in the Producer Price Index (PPI) and Harmonised Index of Consumer Prices (HICP)", *UK Bureau of Statistics, ONS*.

CAMPIGLIO L. (1996) "Il costo del vivere", Il Mulino.

COONDOO D. – MAJUMDER A. – RAY R., (2001) "On a Method of Calculating Regional Price Differentials with Illustrative Evidence from India" *Working Paper n.2001/06, ASARC, RSPAS, ANU, Maggio*. <http://www.eprints.anu.edu.au/archive/00001727/>

CUTHBERT J.R. – M.CUTHBERT (1989), "On Aggregation Method for Purchasing Power Parities", *Working paper n°56, OECD Department of Economics and Statistics, Parigi*

DIEWERT W.E. (2002) "Weighted Country Product Dummy Variable Regression and Index Number Formulae", *Discussion paper 02-15, University British of Columbia, Vancouver, Canada, Settembre*

ENGEL C. – ROGERS J.H. – WANG S.,(2003) “Revisiting the border: an assessment of the law of one price using very disaggregated consumer price data”, *Board of Governor of the Federal Reserve System, International Finance Discussion Papers, n° 777*, Settembre.
<http://www.federalreserve.gov/pubs/ifdp/>

EUROSTAT (1983), “Vergleich der aggregate des ESGV in realen werten. 1980 – Confronto in valori reali degli aggregati del SEC. 1980”, Luxembourg

EUROSTAT (2002) “ICP 2002-2005,” *Meeting of the working party on Purchasing Power Parities*, Doc. PPP02-P1-7, 12-13, Giugno

GUARINI R. – TASSINARI F. (1993) “Statistica Economica”, Il Mulino.

HERAVI S. – SILVER. M. (2002) “Quality Adjustment for PPP: Principles and an empirical study”, paper presentato alla *Conference on the international comparison program, World Bank*, Washington, 11-15 Marzo 2002.

IACOBACCI T. (2001), “Le indagini internazionali sui prezzi per la stima delle parità del potere, d’acquisto”, Doc. ISTAT, n.8/2001.

ILO - International Labor of Organization (2003) “Annex 4: Spatial Comparison of Consumer Prices, Purchasing Power Parities and the International Comparison Program”, *Bureau of Statistics*. <http://www.ilo.org/public/english/bureau/stat/download/spatial.pdf>

ILO - International Labor of Organization (2002) “Quality change and hedonics”, Bureau of Statistics. <http://www.ilo.org/public/english/bureau/stat/guides/cpi/>

ISTAT (1999), “Il nuovo sistema degli indici dei prezzi al consumo”, Note Rapide, 15 Marzo 1999, anno 4 numero 2

KOKOSKI M.F. - MOULTON B.R. - ZIESCHANG K. (1996), “Interarea Price Comparison for Heterogeneous Goods and Several Levels of Commodity Aggregation”, *Working paper 291, Bureau of Labor Statistics, Washington*, Settembre

KOKOSKI M.F. – WAEHRER K. – ROZAKLIS P. (2001), “Using Hedonic Methods for Quality Adjustment in the CPI: the Consumer Audio Products Component” *Working paper 344, Bureau of Labor Statistics*. <http://bls.gov./ore/pdf/ec010120.pdf>

MOULTON B.R. (2001), “The Expanding Role of Hedonic Methods in the Official Statistics of the United States”, *Bureau of Economic Analysis U.S. Department of Commerce, Washington Paper*, Giugno

PRASADA RAO (2001) “Weighted EKS and Generalised CPD methods for Aggregation at Basic Heading Level and above Basic Heading Level”, paper presentato al *Joint-World Bank – OECD Seminar on Purchasing Power Parities*, Washington 30 Gennaio-2 Febbraio 2001.

PRASADA RAO (2001), “Integration of CPI and PPP: methodological issue, feasibility and recommendations”, paper presentato al *Joint-World Bank – OECD Seminar on Purchasing Power Parities*, Washington 30 Gennaio-2 Febbraio 2001.

QUARANTA V. – DI IORIO F. (2000), “La riforma del programma di comparazioni europee e parità del potere d’acquisto internazionale ed intranazionale”, *Atti della XL Riunione Scientifica SIS*, Firenze 26-28/04/2000.

QUARANTA V. (1989) “I raffronti internazionali del prodotto interno lordo”, *Rassegna di Statistiche sul Lavoro*, nuova serie, anno 40, n°1, gen-mar 1989

QUARANTA V. (1996) “A quality Control Approach in Price Survey for PPPs Estimates”, atti del Seminario Internazionale di Firenze – Improving the Quality of Price Indices- CPI & PPP , 18-20 dic. 1995.

SUMMERS R. (1973) “International Price Comparisons based upon Incomplete Data”, *Review of Income and Wealth*, n°1, 1988 pag. 1-16

UNITED NATIONS (1992), “Handbook of the international programme” *Department of economic and social development, Studies in method*, series F, n°162.

WASCHKA A., - MILNE W. - KHOO J-QUIREY T. – ZHAO S. (2003) “Comparing Living Costs in Australian Capital Cities”, paper presentato alla 32nd *Conference of Economists, Australian National University*, 29 Settembre-1 Ottobre 2003

INDICE

1. Introduzione

2 PPA internazionali

2.1 PPP internazionali - concetti generali e finalità

2.2 Le condizioni imposte al raffronto

2.3 Principali metodi di aggregazione per i confronti spaziali

2.3.1 Metodi di calcolo a livello delle posizioni elementari

2.3.2 Metodi di aggregazione per livelli successivi

3 Il modello CPD per le PPA intranazionali

3.1 PPA intranazionali: finalità di utilizzo ed esperienze internazionali

3.2 Un approccio stocastico nella teoria dei confronti spaziali dei prezzi

3.3 Il modello di regressione derivante dalla teoria probabilistica dei prezzi:

il *Country Product Dummy model*

3.4 Gli usi del modello CPD nelle analisi dei prezzi

4 Un'applicazione del modello CPD per quattro comuni italiani

4.1 I prodotti scelti dal paniere dell'indice NIC per le stime delle PPA

4.2 La ricodifica dei prodotti

4.3 Il Modello CPD per stimare le parità elementari

4.4 Le parità elementari

4.5 Le parità per gruppi di prodotto

Allegato I

Allegato II

Riferimenti bibliografici