

VARIABILITA'

Esercizi in versione stampabile

Scuola Second 1° grado; Argomento: Leggiamo
- Variabilità; (30.10.14); Pacchetto: S1.A.4

Esercizio 1

In una scuola di 25 alunni gli insegnanti hanno effettuato una rilevazione sul peso dei ragazzi, espresso in Kg. Gli insegnanti hanno riportato nell'elenco qui sotto i valori osservati.

Calcola la media, gli scostamenti (chiamati anche scarti o differenze) dalla media, il quadrato degli scostamenti dalla media, lo scarto quadratico medio (deviazione standard) e il campo di variazione.

	x_i	$(x_i - M)$ scarti dalla media	$(x_i - M)^2$ scarti dalla media al quadrato
alunno 1	58,7		
alunno 2	49,4		
alunno 3	63,6		
alunno 4	82,5		
alunno 5	78		
alunno 6	68,1		
alunno 7	73,6		
alunno 8	66,3		
alunno 9	70,8		
alunno 10	63		
alunno 11	73,3		
alunno 12	82,5		
alunno 13	94,2		
alunno 14	70,9		
alunno 15	80,4		
alunno 16	69,2		
alunno 17	71,1		
alunno 18	70,5		
alunno 19	54,2		
alunno 20	88,1		
alunno 21	82,4		
alunno 22	64,3		
alunno 23	77,6		
alunno 24	68,3		
alunno 25	56,5		
Totale			

Media

Somma scostamenti dalla media

Somma dei quadrati degli scostamenti dalla media

Scarto quadratico medio

Campo di variazione

Esercizio 2

In una scuola di 50 alunni gli insegnanti hanno effettuato una rilevazione sul peso dei ragazzi, espresso in Kg. Gli insegnanti hanno riportato nell'elenco qui sotto i valori osservati, ma la bilancia era mal tarata in eccesso ed aumentava di 2 Kg, tutte le misurazioni.

La variabile Y rappresenta i valori corretti del peso dei ragazzi, calcola la media, gli scostamenti (o scarti) dalla media, e il quadrato degli scostamenti dalla media, e lo scarto quadratico medio di Y.

Completa la tabella con i risultati, ricopia i valori calcolati per la variabile X nell'esercizio 1, e scopri importanti proprietà della media aritmetica e dello scarto quadratico medio.

	x_i	$y_i = x_i - 2$	$(y_i - M)$	$(y_i - M)^2$
alunno 1	58,7	56,7		
alunno 2	49,4	47,4		
alunno 3	63,6	61,6		
alunno 4	82,5	80,5		
alunno 5	78	76		
alunno 6	68,1	66,1		
alunno 7	73,6	71,6		
alunno 8	66,3	64,3		
alunno 9	70,8	68,8		
alunno 10	63	61		
alunno 11	73,3	71,3		
alunno 12	82,5	80,5		
alunno 13	94,2	92,2		
alunno 14	70,9	68,9		
alunno 15	80,4	78,4		
alunno 16	69,2	67,2		
alunno 17	71,1	69,1		
alunno 18	70,5	68,5		
alunno 19	54,2	52,2		
alunno 20	88,1	86,1		
alunno 21	82,4	80,4		
alunno 22	64,3	62,3		
alunno 23	77,6	75,6		
alunno 24	68,3	66,3		
alunno 25	56,5	54,5		
Totale				

Media

Somma scostamenti dalla media

Somma dei quadrati degli scostamenti dalla media

Scarto quadratico medio

Campo di variazione

Lo s.q.m. risente dell'errore della bilancia?

☐

SI

☐

NO

X	Y

Esercizio 3

A partire dalla serie ordinata costruisci la tabella di frequenze assolute.

Calcola per i dati in tabella la media e lo scarto quadratico medio della variabile Y peso corretto dei 25 studenti. Infine confronta i tuoi risultati con quelli dell'esercizio 2 e scopri importanti proprietà su i dati in forma di tabella.

	y_i
alunno 2	47,4
alunno 19	52,2
alunno 25	54,5
alunno 1	56,7
alunno 10	61
alunno 3	61,6
alunno 22	62,3
alunno 8	64,3
alunno 6	66,1
alunno 24	66,3
alunno 16	67,2
alunno 18	68,5
alunno 9	68,8
alunno 14	68,9
alunno 17	69,1
alunno 11	71,3
alunno 7	71,6
alunno 23	75,6
alunno 5	76
alunno 15	78,4
alunno 21	80,4
alunno 4	80,5
alunno 12	80,5
alunno 20	86,1
alunno 13	92,2
Totale	

Classe	Valore centrale della classe y_c	frequenza assoluta n_j	$y_c * n_j$	$(y_c - M)^2 * n_j$
45,0-49,99	47,5			
50,0-54,99	52,5			
55,0-59,99	57,5			
60,0-64,99	62,5			
65,0-69,99	67,5			
70,0-74,99	72,5			
75,0-79,99	77,5			
80,0-84,99	82,5			
85,0-89,99	87,5			
90,0-94,99	92,5			
Totale				

Media

Scarto quadratico medio

Dati in serie	Dati in tabella

Come avrai notato i risultati sono leggermente diversi, i dati in serie sono maggiormente rappresentativi della realtà, perché nella tabella di frequenza è necessario assumere l'ipotesi che tutte le unità della classe presentino lo stesso valore pari al valore centrale della classe.

Esercizio 4

Calcola media, varianza e scarto quadratico medio dei seguenti dati in serie relativi alle temperature medie giornaliere

Temperature medie annuali e precipitazioni nella stazione meteorologica di Milano - Decenni 1871-2009 (temperatura in gradi centigradi)

ANNI	Temperatura media giornaliera in gradi centigradi	Differenze dalla media	Differenze dalla media al quadrato
1871	12,7		
1881	13,1		
1891	12,5		
1901	13,0		
1911	14,1		
1921	13,8		
1931	13,1		
1941	12,4		
1951	14,2		
1961	15,2		
1971	13,5		
1981	14,4		
1991	12,3		
2001	14,7		
2009	14,7		
Totale			

Media

Scarto quadratico medio

Varianza

Esercizio 5

La relazione che lega le temperature espresse in gradi Fahrenheit alla scala in gradi centigradi è $^{\circ}\text{F} = ^{\circ}\text{C} \times 1,8 + 32$.

Trasforma la tabella seguente in gradi Fahrenheit e osserva se esiste una relazione che lega gli indici calcolati.

Calcola la media, la varianza e lo scarto quadratico medio, confronta i risultati ottenuti in gradi centigradi e quelli in gradi Fahrenheit della seguente serie di temperature medie giornaliere.

Temperature medie annuali e precipitazioni nella stazione meteorologica di Milano - Decenni 1871-2009 (temperatura in gradi centigradi)

ANNI	Temperatura media giornaliera in gradi centigradi	Temperatura media giornaliera in gradi Fahrenheit	Differenze dalla media	Differenze dalla media al quadrato
1871	12,7			
1881	13,1			
1891	12,5			
1901	13,0			
1911	14,1			
1921	13,8			
1931	13,1			
1941	12,4			
1951	14,2			
1961	15,2			
1971	13,5			
1981	14,4			
1991	12,3			
2001	14,7			
2009	14,7			
Totale				

Media
Scarto quadratico medio
Varianza

Temperatura in gradi centigradi	Temperatura in gradi Fahrenheit

Dai risultati avrai notato che la media aritmetica è invariante per trasformazioni lineari dei dati quindi Media in °F = Media in °C × 1,8 + 32. Mentre lo s.q.m. non risente delle traslazioni ma solo del coefficiente quindi s.q.m. in °F = s.q.m. in °C × 1,8

Esercizio 6

Per confrontare la variabilità di fenomeni con medie diverse è utile un indice di variabilità relativo come il coefficiente di variazione, che si ottiene come rapporto tra lo s.q.m. e la media moltiplicato per cento.

Calcola la media aritmetica, la varianza, lo scarto quadratico medio, e il coefficiente di variazione CV dei seguenti dati in serie.

Deflusso annuo dei principali corsi d'acqua - Anni 1921-2010 (Portata media annua in metri cubi al secondo)

ANNI	Fiume Po (stazione di Pontelagoscuro)	Fiume Adige (stazione di Boara Pisani)	Fiume Arno (stazione di S. Giovanni alla Vena)	Fiume Tevere (stazione di Ripetta)
1921	1218,3	195,1
1931	1183,9	264,8	97,7	251,9
1941	1864,8	269,7	153,0	403,8
1951	2210,8	381,1	138,4	284,3
1961	1329,9	204,7	93,1	245,1
1971	1387,8	185,0	52,8	169,1
1981	1563,3	202,1	76,4	225,3
1991	1359,2	187,1	98,7	234,6
2001	1737,2	74,5	167,1
2010	1920,0	230,5	152,0	245,0

Fonte: Elaborazioni Istat sui dati del Servizio Idrografico Nazionale

	Fiume Po	Fiume Adige	Fiume Arno	Fiume Tevere
Media				
Varianza				
s.q.m.				
CV				

Per effettuare confronti di variabilità tra distribuzioni diverse conviene fare riferimento al coefficiente di variazione (CV) piuttosto che allo scarto quadratico medio (o deviazione standard), poiché il coefficiente di variazione tiene conto della media della distribuzione. Il coefficiente di variazione risulta particolarmente utile quando si vuole confrontare la variabilità di dati aventi differenti unità di misura o campi di variazione (range). Il fiume che presenta il valore più alto del coefficiente di variazione è quello con la portata più variabile.

Esercizio 7

Per calcolare la varianza esiste anche una formula "calcolatoria" così chiamata perché agevola i calcoli così definita: **MEDIA dei QUADRATI - QUADRATO della MEDIA**

La **MEDIA dei QUADRATI** è la media dei valori osservati elevati al quadrato ponderati con le frequenze.

Il **QUADRATO della MEDIA** è la media M elevata al quadrato, la differenza di queste due quantità è la varianza.

Segui le intestazioni delle colonne, completa la tabella.

Famiglie residenti per ampiezza al censimento 2001 (dati in migliaia)

Numero dei componenti	Famiglie
1	5.428
2	5.905
3	4.706
4	4.136
5	1.266
6 e più*	369
Totale	21.810

Fonte: Istat, Censimento generale della popolazione 2001

x_j	frequenze assolute n_j	$x_j * n_j$	$x_j^2 * n_j$	$(x_j - M)^2 * n_j$
1	5.428			
2	5.905			
3	4.706			
4	4.136			
5	1.266			
6,5	369			
Totale	21.810			

* Per la classe aperta 6 e più si può ritenere che approssimativamente la dimensione media per le famiglie di questa classe sia circa 6,5

Media

Varianza

Media dei quadrati

Quadrato della media

Varianza

	meno
	=