

Un indice sintetico non compensativo per la misura della dotazione infrastrutturale: un'applicazione in ambito sanitario¹

Matteo Mazziotta² e Adriano Pareto³

Sommario

Il presente lavoro si propone di fornire uno strumento innovativo per la misura della dotazione infrastrutturale sanitaria, nell'ipotesi che ciascuna componente della dotazione non sia sostituibile con le altre (i valori non possono compensarsi). Il criterio proposto, denominato "metodo delle penalità per coefficiente di variazione", standardizza gli indicatori in modo da depurarli sia dall'unità di misura che dalla loro variabilità e utilizza, come funzione di aggregazione, una media aritmetica corretta mediante un coefficiente di penalità che dipende, per ciascuna unità, dalla variabilità degli indicatori rispetto al valor medio. L'indice ottenuto è di semplice determinazione ed è facilmente interpretabile e comparabile nel tempo. La metodologia di sintesi è stata applicata, a titolo di esempio, agli indicatori di dotazione delle apparecchiature ospedaliere ed extraospedaliere ad alta specialità ed elevata intensità organizzativa.

Abstract

The aim of this work is to provide a tool for the measurement of the health infrastructure endowment based on the assumption of "non-substitutability" of the indicators (a compensation among them is not allowed). The proposed approach, called "Method of Penalties by Coefficient of Variation", normalizes the indicators by a specific criterion that deletes the unit of measurement and the variability effect and uses, as aggregation function, an adjusted mean by a penalty coefficient that is function, for each unit, of the indicators' variability in relation to the mean. The obtained index is easily computable, interpretable and comparable over time. As an example of application, we consider a set of indicators of endowment of advanced medical equipment.

Parole chiave: indici sintetici, infrastrutture, sanità

1. Introduzione

La misura del grado di infrastrutturazione di un generico territorio è un obiettivo complesso e ambizioso che pone rilevanti problemi di carattere metodologico; oltre alle difficoltà relative al reperimento dei dati, si presentano, infatti, diversi problemi di aggregazione e interpretazione dei risultati. La complessità principale risiede nella

¹ Sebbene il lavoro sia frutto dell'opera di entrambi gli autori, i paragrafi 1, 2, 4.1, 4.3 e 6 vanno attribuiti a Matteo Mazziotta e i paragrafi 3, 4.2, 4.4 e 5 vanno attribuiti ad Adriano Pareto.

² Ricercatore (Istat), e-mail: mazziott@istat.it.

³ Ricercatore (Istat), e-mail: pareto@istat.it.

multidimensionalità del fenomeno, la misurazione del quale richiede, inizialmente, il superamento di ostacoli di natura concettuale e definitoria legati alla peculiarità del fenomeno stesso e, successivamente, la scelta tra l'adozione di una misura analitica, rappresentata da un sistema di indicatori elementari, e la costruzione di una misura sintetica che, mediante un'opportuna funzione di aggregazione, sia capace di raccogliere i molteplici aspetti del fenomeno oggetto di studio.

Considerato che il sistema di indicatori elementari fornisce sempre una informazione completa ed esaustiva, è convinzione degli autori che la multidimensionalità possa rendere eccessivamente gravosa la lettura e l'analisi del fenomeno in osservazione. L'obiettivo di poter disporre, per ciascuna area geografica, di una quantificazione univoca (unidimensionale) che raccolga in sé "tutte" le informazioni, in modo da renderle immediatamente visibili e interpretabili, può semplificare notevolmente l'analisi territoriale dei dati, completando e non sostituendo quanto già emerso dall'analisi dei singoli indicatori. Inoltre, una singola misurazione può costituire un valido ausilio per il *policy maker* che, dovendo trasformare le informazioni in decisioni, può risultare particolarmente favorito dalla immediata fruibilità propria di tali indici.

L'ampio confronto esistente in letteratura relativamente alla validità e affidabilità degli indici sintetici deve indurre tutti gli addetti ai lavori, *in primis* il *policy maker*, alla massima cautela. E' pertanto opportuno sottolineare le notevoli limitazioni di queste misure: da una parte spiccano le numerose componenti di arbitrarietà che necessariamente si introducono, in particolare per ciò che riguarda la selezione degli indicatori elementari, dall'altra emergono tutti gli aspetti metodologici connessi ai criteri di normalizzazione, standardizzazione e sintesi dei dati (Brunini *et al.*, 2002). Il rischio di un utilizzo "non consapevole" di queste misure può portare a trarre conclusioni eccessivamente semplicistiche in quanto, tali misure, sono frequentemente utilizzate dai decisori, allo scopo di formare la graduatoria delle unità territoriali oggetto di studio. Rischiosa può essere anche la realizzazione di confronti temporali: in tal senso è necessario utilizzare con estrema attenzione i vettori "obiettivo" e, più in generale, l'analisi multivariata, cercando, comunque, di mantenere il controllo delle numerose variabili coinvolte.

In sostanza, implementare un indice sintetico significa percorrere una strada con numerosi ostacoli, il superamento dei quali può richiedere decisioni difficili e arbitrarie, con il rischio di perdere lungo il tragitto informazioni preziose che evidentemente caratterizzano le aree geografiche. Si pensi, da un lato, agli ostacoli riguardanti la disponibilità dei dati, la scelta degli indicatori più rappresentativi e il loro trattamento per renderli confrontabili (standardizzazione) e, dall'altro, alla definizione della funzione di sintesi; in quest'ultima fase, forse la più critica, l'arbitrio del ricercatore assume un ruolo fondamentale; infatti, le scelte possibili per giungere a un indice sintetico sono numerose e spaziano dagli strumenti di statistica descrittiva alle tecniche di analisi multivariata, dall'adozione di misure di distanza fino all'applicazione di funzioni lineari e non.

Nonostante i limiti metodologici accennati, gli indici sintetici sono ampiamente utilizzati da numerosi organismi internazionali per misurare fenomeni di natura economica, ambientale e sociale (Saisana e Tarantola, 2002) e per questo costituiscono uno strumento quanto mai attuale e in corso di evoluzione.

In questo lavoro, si propone un metodo per il calcolo di un indice sintetico non compensativo, basato sulla proprietà di "non sostituibilità" delle componenti.

2. Il quadro concettuale di riferimento

Gli autori che, nel passato, hanno fatto ricorso a indici sintetici per misurare la dotazione infrastrutturale sono numerosi e autorevoli. In Europa, l'esperienza apripista di questo approccio risale ai primi anni Ottanta con la pubblicazione del documento della Commissione Europea che proponeva uno studio sul contributo delle infrastrutture allo sviluppo regionale. A tale studio si legano, direttamente e indirettamente, tutti i lavori realizzati successivamente in Italia dal mondo accademico e da qualificati istituti di ricerca. Questo approccio, descritto da D. Biehl (1991) in numerosi lavori, fornisce una misura della dotazione infrastrutturale di un'area in termini fisici, utilizzando quindi una versione semplificata del metodo dell'inventario comune, del quale si evita la fase di determinazione del prezzo dei singoli beni capitali (Mazziotta, 2005). Mediante tale approccio⁴ si giunge alla formulazione di un set di indicatori che esprimono la dotazione di infrastrutture nel territorio. Il gruppo della Commissione Europea opta per una tecnica di sintesi articolata in due fasi che vedono dapprima l'applicazione della media aritmetica e successivamente della media geometrica. Questa stessa tecnica è stata riproposta in numerosi studi italiani per più di un decennio; solo successivamente sono stati pubblicati, da fonti ufficiali, indici di infrastrutturazione calcolati mediante un approccio diverso che vede anche l'applicazione dell'analisi multivariata (Istituto Tagliacarne e Unioncamere, 2001).

In tale contesto, si inserisce il "Sistema di indicatori di dotazione e funzionalità delle infrastrutture", pubblicato dall'Istat nel corso del 2006, nato nell'ambito del Progetto "Informazione statistica territoriale e settoriale per le politiche strutturali 2001-2008" cofinanziato dal Dipartimento per le Politiche di Sviluppo e Coesione del Ministero dello Sviluppo Economico. Il prodotto, supportato da un *software* per la navigazione dei dati e contenente circa 500 variabili e 450 indicatori, calcolati dal 1996 e articolati secondo i diversi livelli territoriali, a partire da quello provinciale, ha il pregio di fornire agli studiosi uno strumento ufficiale e completo per la determinazione di misure analitiche di infrastrutturazione. L'esperienza critica maturata in Istat in materia di tecniche di standardizzazione e di sintesi è stata oggetto, negli ultimi anni, da parte dei ricercatori impegnati nella realizzazione del "Sistema di indicatori di dotazione e funzionalità delle infrastrutture", di ampi studi che hanno messo in evidenza le caratteristiche e gli effetti che la loro applicazione produce sull'output finale (Brunini *et al.*, 2002; Paradisi e Brunini, 2006). Negli ultimi anni, la letteratura sull'argomento si è popolata di numerosi studi e ricerche applicate a diversi contesti scientifici (tra gli altri, Palazzi, 2004). Queste analisi hanno persuaso i ricercatori dell'inesistenza di un metodo che produca risultati oggettivamente e universalmente validi e che, al contrario, debbano essere i dati e gli obiettivi contingenti a condurre, di volta in volta, all'individuazione di un criterio in grado di produrre soluzioni robuste, attendibili e coerenti con gli obiettivi proposti. Per tale motivo, nel processo di creazione di una misura sintetica della dotazione di infrastrutture sanitarie, vengono ripercorse in modo analitico tutte le fasi, ponderando con attenzione le implicazioni di ciascuna rispetto ai risultati finali.

⁴ E' il caso di notare che questo approccio non è il solo presente in letteratura per misurare la dotazione infrastrutturale. Numerosi studiosi preferiscono, infatti, ricorrere al metodo dell'inventario permanente che fornisce una stima dello stock di capitale pubblico. Il dibattito sulla contrapposta validità dei due metodi è tuttora molto vivace, tuttavia non mancano autori che considerano i due approcci complementari (Picci, 2001).

3. La sintesi degli indicatori

Com'è noto, la metodologia per la costruzione di un indice sintetico prevede le seguenti fasi: a) definizione del fenomeno oggetto di studio; b) selezione degli indicatori elementari; c) standardizzazione degli indicatori elementari; d) ponderazione e aggregazione degli indicatori standardizzati in uno o più indici sintetici (OECD, 2008).

Nel caso della misura della dotazione infrastrutturale, i passi costitutivi di tale procedura possono sintetizzarsi come segue:

- a) *definizione del fenomeno oggetto di studio*. Il concetto da misurare deve essere chiaro e univoco; in particolare, occorre stabilire se s'intende misurare la dotazione sulla base di dati fisici (si veda l'applicazione del par. 5) o valutarla in termini monetari. Tutti gli aspetti costitutivi devono essere esplicitati;
- b) *selezione degli indicatori elementari*. Generalmente, nasce dal compromesso tra l'esigenza di non sostituibilità e rappresentatività di ogni aspetto essenziale del concetto e la disponibilità dei dati che può condizionare sia il dettaglio delle categorie infrastrutturali da quantificare, sia il livello delle aree territoriali da prendere in considerazione;
- c) *standardizzazione degli indicatori elementari*. Spesso, gli indicatori elementari non sono comparabili tra loro, poiché risultano espressi in unità di misura diverse (per esempio, "Percentuale di Asl con dipartimento di salute mentale" e "Camere iperbariche extraospedaliere per 100 mila abitanti"). La standardizzazione è il procedimento che consente di convertire gli indicatori elementari in numeri puri o adimensionali. I principali metodi di standardizzazione consistono nel trasformare gli indicatori elementari in:
 - ranghi (si sostituiscono i valori assoluti con le posizioni);
 - numeri indici (si dividono i valori assoluti per una "base" di riferimento, per esempio la media o il massimo);
 - indici relativi rispetto al campo di variazione (si riportano i valori assoluti a un intervallo comune, per esempio 0-1);
 - scarti standardizzati (si riportano i valori assoluti a una scala con media e varianza prefissate, per esempio media 0 e varianza pari a 1);
- d) *ponderazione e aggregazione degli indicatori standardizzati*. Consiste nella definizione di un sistema di "pesi" con cui ponderare gli indicatori a seconda della loro importanza nel descrivere il fenomeno e nella scelta della funzione o metodologia di sintesi. Esistono, infatti, procedure tecnicamente semplici, di natura prevalentemente soggettiva, e metodologie più complesse, che richiedono l'uso dell'analisi multivariata. Per quanto riguarda le funzioni di aggregazione, il procedimento più consueto consiste nel ricorso a una qualche forma di media, spesso identificata nella media aritmetica per l'aggregazione degli indicatori elementari all'interno di categorie e nella media geometrica per la sintesi delle

categorie.⁵ Tra le procedure più complesse ricordiamo il metodo tassonomico di Wroclaw e l'Analisi in Componenti Principali.

4. Il metodo delle penalità per coefficiente di variazione

4.1 Generalità

Il *metodo delle penalità per coefficiente di variazione* consente di costruire una misura sintetica della dotazione infrastrutturale di un insieme di unità territoriali, nell'ipotesi che ciascuna componente della dotazione non sia sostituibile con le altre o lo sia solo in parte.⁶ Tale approccio, detto anche non compensativo, richiede una dotazione bilanciata di tutte le componenti elementari (Mazziotta e Pareto, 2007).

L'indice ottenuto si basa sui seguenti requisiti:

- 1) standardizzazione degli indicatori mediante un criterio di trasformazione che consenta di liberarli sia dall'unità di misura che dalla loro variabilità (Delvecchio, 1995);
- 2) sintesi indipendente da un'unità "ideale", in quanto la definizione di un insieme di valori obiettivo è soggettiva, non è univoca e può variare nel tempo (Aureli Cutillo, 1996);
- 3) semplicità di calcolo;
- 4) facilità di interpretazione.

Tali requisiti possono essere soddisfatti sulla base delle seguenti considerazioni.

Com'è noto, distribuzioni di indicatori diversi, misurati in modo diverso, possono essere confrontate, al netto della ponderazione implicita che la diversa variabilità induce sull'indice sintetico, mediante la trasformazione in scarti standardizzati. Pertanto è possibile riproporzionare gli indicatori elementari, in modo che oscillino tutti entro la medesima scala, trasformando ciascun indicatore in una variabile standardizzata con media 100 e scostamento quadratico medio pari a 10: i valori così ottenuti saranno compresi, all'incirca, nell'intervallo (70; 130).⁷

La standardizzazione rispetto alla media e allo scostamento quadratico medio, inoltre, non richiede la definizione di un vettore di valori obiettivo, in quanto sostituisce tale vettore con l'insieme dei valori medi. In tal modo, risulta agevole individuare le unità territoriali che hanno un livello di dotazione delle infrastrutture superiore a quello medio (valori maggiori di 100) e le unità che hanno un livello di dotazione inferiore (valori minori di 100).

In questo contesto, è possibile "correggere" la funzione di aggregazione (media aritmetica delle variabili standardizzate) mediante un coefficiente di penalità che dipende, per ciascuna unità territoriale, dalla variabilità degli indicatori rispetto al valor medio

⁵ Il ricorso a due diverse medie assume, per implicito, che vi sia una certa compensazione tra le componenti elementari appartenenti a una stessa categoria e una minore sostituibilità tra le diverse categorie che concorrono a determinare l'indice sintetico complessivo (Mazziotta *et al.*, 2010).

⁶ Generalmente, nell'ipotesi di non sostituibilità delle componenti elementari, si utilizza la media geometrica (Biehl, 1991). Tuttavia, la media geometrica presuppone che la grandezza da sintetizzare sia di natura moltiplicativa, anziché additiva, e assegna un peso maggiore ai valori più bassi. Inoltre, non può essere calcolata in presenza di valori negativi o nulli.

⁷ In base al teorema di Bienaymé-Cebycev, i termini della distribuzione interni all'intervallo (70; 130) costituiscono almeno l'89 per cento del totale dei termini della distribuzione.

(“variabilità orizzontale”). Tale variabilità, misurata attraverso il coefficiente di variazione, consente di penalizzare il punteggio delle unità che presentano un maggiore squilibrio tra i valori degli indicatori e, quindi, una dotazione sbilanciata.

L’uso degli scarti standardizzati nel calcolo dell’indice sintetico, infine, permette di costruire una misura robusta e poco sensibile all’eliminazione di un singolo indicatore elementare (Mazziotta *et al.*, 2010).

Nella tavola 1 è riportato un esempio di standardizzazione degli indicatori mediante: a) trasformazione in numeri indici con base uguale alla media e b) calcolo degli scarti standardizzati con media 100 e scostamento quadratico medio pari a 10.

Si noti che il calcolo dei numeri indici consente di liberare gli indicatori dall’unità di misura, ma non di svincolarli dalla loro variabilità. Ciò comporta un maggiore peso sulla media aritmetica degli indicatori che, in termini di numeri indici, hanno una variabilità più grande. Infatti, utilizzando i numeri indici, I3 ha un peso maggiore di I1 nel calcolo della media e l’unità A ottiene un punteggio maggiore dell’unità E (107,9 contro 101,6); mentre con le variabili standardizzate le due unità assumono lo stesso punteggio (103,7).

Quindi, volendo attribuire uguale importanza a ogni variabile, è necessario ricorrere a un criterio di trasformazione degli indicatori che consenta di depurarli, oltre che dall’unità di misura, anche dalla loro variabilità.

Tavola 1 - Confronto tra metodi di standardizzazione degli indicatori

UNITA'	Indicatori			Numeri indici (base=media)				Var. standardizzate			
	X1	X2	X3	I1	I2	I3	Media	Z1	Z2	Z3	Media
A	3	200	1.000	42,9	114,3	166,7	107,9	85,9	111,2	114,1	103,7
B	5	150	800	71,4	85,7	133,3	96,8	92,9	88,8	107,1	96,3
C	7	175	600	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
D	9	150	400	128,6	85,7	66,7	93,7	107,1	88,8	92,9	96,3
E	11	200	200	157,1	114,3	33,3	101,6	114,1	111,2	85,9	103,7
Media	7	175	600	100	100	100		100	100	100	
S.q.m.	2,8	22,4	282,8	40,4	12,8	47,1		10	10	10	

4.2 Il calcolo dell’indice sintetico

Il metodo per il calcolo dell’indice sintetico prevede i seguenti passi.

1) Standardizzazione degli indicatori

Sia $\mathbf{X}=\{x_{ij}\}$ una matrice di n righe (unità territoriali) ed m colonne (indicatori elementari). Indicando con:

$$M_{x_j} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n} \quad \text{e} \quad S_{x_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - M_{x_j})^2}{n}}$$

si costruisce la matrice $Z = \{z_{ij}\}$ in cui:

$$z_{ij} = 100 \pm \frac{(x_{ij} - M_{x_j})}{S_{x_j}} 10 \quad (1)$$

dove x_{ij} è il valore del j -esimo indicatore nell' i -esima unità e \pm è il segno della relazione tra il j -esimo indicatore e il fenomeno da misurare (nel nostro caso, tutti gli indicatori elementari sono concordanti con il fenomeno della dotazione infrastrutturale e quindi si assume il segno +).

2) Calcolo della "variabilità orizzontale"

Data la matrice $Z = \{z_{ij}\}$, si calcola il vettore dei coefficienti di variazione $CV = \{cv_i\}$ in cui:

$$cv_i = \frac{S_{z_i}}{M_{z_i}}$$

dove:

$$M_{z_i} = \frac{\sum_{j=1}^m z_{ij}}{m} \quad \text{e} \quad S_{z_i} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - M_{z_i})^2}{m}}$$

3) Costruzione dell'indice sintetico

L'indice sintetico dell' i -esima unità $MPcv_i$ si ottiene mediante la formula:

$$MPcv_i = M_{z_i} (1 - cv_i^2) = M_{z_i} - S_{z_i} cv_i$$

in cui si corregge la media aritmetica degli indicatori standardizzati sottraendo una quantità (il prodotto $S_{z_i} cv_i$) proporzionale allo scostamento quadratico medio e funzione diretta del coefficiente di variazione.⁸ In tal modo, le unità con valori standardizzati simili tra loro, ossia in analoga proporzione rispetto al vettore delle medie, sono meno penalizzate.

Il metodo delle penalità per coefficiente di variazione si basa su un modello additivo e non richiede, come la media geometrica, che l'intensità totale del fenomeno (la dotazione infrastrutturale) sia uguale al prodotto delle singole componenti.

Tale proprietà rende l'indice $MPcv$ facilmente interpretabile, in quanto è possibile scomporre il punteggio di ciascuna unità in due componenti:

- l'effetto medio (ammontare della dotazione rispetto alle altre unità);
- l'effetto penalità ("variabilità orizzontale" o della dotazione).

⁸ L'uso del quadrato del coefficiente di variazione nel calcolo dell'indice sintetico consente di limitare l'effetto "scavalco" tra due unità con medie aritmetiche diverse solo ai casi in cui l'unità con media aritmetica più alta ha una variabilità sensibilmente maggiore dell'altra.

La sintesi degli indicatori mediante il metodo proposto consente di realizzare, in modo semplice e immediato, analisi descrittive finalizzate a confronti temporali, oltre che spaziali, dello stato di fenomeni complessi.

Infatti, l'incremento dell'indice MPcv di una generica unità corrisponde all'aumento della dotazione infrastrutturale e/o alla diminuzione della "variabilità orizzontale" rispetto al contesto territoriale in cui essa si colloca. Ciò significa che se la dotazione complessiva dell'unità rimane costante nel tempo, ma il livello medio delle unità diminuisce, l'indice risulterà crescente, al netto della "variabilità orizzontale".

Nella tavola 2 è riportato un esempio di sintesi degli indicatori mediante: a) media aritmetica e b) indice MPcv. Come si può notare, le unità B e D, pur registrando una dotazione complessiva pari a quella dell'unità C, hanno una dotazione più sbilanciata e, quindi, nella graduatoria secondo l'indice MPcv occupano una posizione inferiore (il rango passa dalla seconda alla terza posizione), a causa della maggiore "variabilità orizzontale".

Tavola 2 - Confronto tra metodi di sintesi degli indicatori

UNITA'	Indicatori			Var. standardizzate			Media aritmetica		Indice MPcv	
	X1	X2	X3	Z1	Z2	Z3	Valore	Rango	Valore	Rango
A	3	100	1.000	85,9	84,2	114,1	94,7	5	92,7	5
B	5	300	800	92,9	100,0	107,1	100,0	2	99,7	3
C	7	300	600	100,0	100,0	100,0	100,0	2	100,0	2
D	9	300	400	107,1	100,0	92,9	100,0	2	99,7	3
E	11	500	200	114,1	115,8	85,9	105,3	1	103,5	1
Media	7	300	600	100	100	100				
S.q.m.	2,8	126,5	282,8	10	10	10				

4.3 Un indice sintetico generalizzato

L'indice sintetico basato sul metodo delle penalità per coefficiente di variazione può essere scritto, in forma generalizzata, nel seguente modo:⁹

$$MPI_i^{+/-} = M_{z_i} \pm S_{z_i} cv_i,$$

dove il segno \pm dipende dal tipo di fenomeno considerato e, quindi, dal verso degli indicatori elementari (Istat, 2009).

Se l'indicatore è di tipo *crescente* o *positivo*, ossia se a variazioni crescenti dell'indicatore corrispondono variazioni positive del fenomeno (per esempio, lo sviluppo di un'area geografica), si utilizza la versione con penalità negativa:

$$MPI_i^- = M_{z_i} - S_{z_i} cv_i$$

⁹ MPI è l'acronimo di Mazziotta-Pareto Index.

Viceversa, se l'indicatore è di tipo *decescente* o *negativo*, ossia se a variazioni crescenti dell'indicatore corrispondono variazioni negative del fenomeno (per esempio, la povertà di un'area geografica), si ricorre alla formula con penalità positiva:

$$MPI_i^+ = M_{z_i} + S_{z_i} cv_i.$$

Nel primo caso, il coefficiente di penalità corregge la media degli indicatori standardizzati "spingendola" verso il basso, mentre nel secondo la corregge "spingendola" verso l'alto.

In questo lavoro si assume:

$$MPcv_i = MPI_i^- = M_{z_i} - S_{z_i} cv_i$$

essendo MPcv una misura sintetica della dotazione infrastrutturale nella sanità (indicatore *crescente* o *positivo*).

4.4 Proprietà e osservazioni

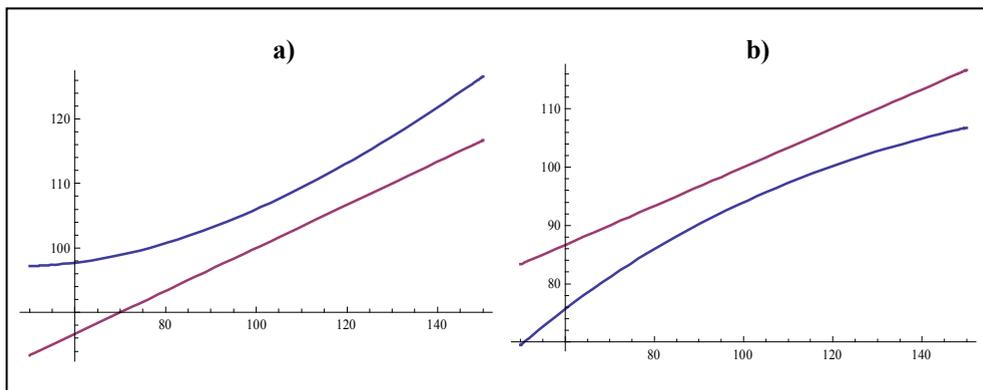
L'indice generalizzato può essere scritto, in forma compatta, nel seguente modo:

$$MPI_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^m z_{ij}^2}{\sum_{j=1}^m z_{ij}} \quad \text{e} \quad MPI_i^- = \frac{2}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij} - \frac{\sum_{j=1}^m z_{ij}^2}{\sum_{j=1}^m z_{ij}}$$

dove z_{ij} è dato dalla (1).

La figura 1 mostra un esempio dell'andamento degli indici MPI^+ (figura 1a) e MPI^- (figura 1b) al variare del generico valore z_{ik} . Nei due grafici è rappresentata anche la retta corrispondente alla media dei valori standardizzati in funzione di z_{ik} . Come si può notare, l' MPI^+ è una funzione *concava*, rispetto alla direzione positiva dell'asse delle ordinate, mentre l' MPI^- è una funzione *convessa*. Tuttavia, entrambe le funzioni possono essere considerate monotone crescenti nell'intervallo di riferimento.

Figura 1 - Esempio di funzione MPI^+ e MPI^-



Dall'esame dei grafici risulta chiaro l'effetto della penalità; infatti, maggiore è la distanza dal punto in cui la "variabilità orizzontale" è minima (nell'esempio $z_{ik}=100$), tanto più grande è la penalità e, quindi, la differenza tra l'indice MPI e la media aritmetica dei valori standardizzati.

Sulla base di quanto visto in precedenza, data una matrice $\mathbf{X}=\{x_{ij}\}$, è possibile ricavare le seguenti proprietà dell'indice MPI.

- 1) L'indice MPI_i^+ dell' i -ma unità è maggiore o uguale all'indice MPI_i^- della medesima unità, ovvero:

$$MPI_i^+ \geq MPI_i^-$$

In particolare, si ha $MPI_i^+ = MPI_i^-$ se e solo se $S_{z_i} = 0$

- 2) L'indice MPI_i^+ e l'indice MPI_i^- dell' i -ma unità sono legati dalla seguente relazione:

$$MPI_i^- = 2M_{z_i} - MPI_i^+$$

- 3) Date due unità i e h , con $M_{z_i} = M_{z_h}$, si ha:

$$MPI_i^- > MPI_h^- \text{ se e solo se } S_{z_i} < S_{z_h}$$

$$MPI_i^+ > MPI_h^+ \text{ se e solo se } S_{z_i} > S_{z_h}$$

- 4) Date due unità i e h , con $M_{z_i} > M_{z_h}$, si ha:

$$MPI_i^- > MPI_h^- \text{ se e solo se } M_{z_i} - M_{z_h} > S_{z_i} cv_i - S_{z_h} cv_h$$

$$MPI_i^+ > MPI_h^+ \text{ se e solo se } M_{z_i} - M_{z_h} > S_{z_h} cv_h - S_{z_i} cv_i$$

- 5) Sia r_{x_j, x_k} il coefficiente di correlazione lineare tra il j -mo e il k -mo indicatore; se $r_{x_j, x_k} = 1$, per ogni j e k con $j \neq k$, allora:

$$MPI_i^+ = MPI_i^- = M_{z_i}.$$

Tale risultato è dovuto al fatto che, per l' i -ma unità, si ottiene $z_{ij} = z_{ik}$ per $j \neq k$.

La proprietà 5 è molto interessante, in quanto mette in evidenza il legame tra il comportamento dell'indice MPI e la struttura delle correlazioni esistenti tra gli indicatori elementari.

Consideriamo il caso in cui $m = 2$.

Se tra gli indicatori c'è massima correlazione positiva, tutte le unità hanno scostamento quadratico medio S_{z_i} pari a 0 e l'MPI dipende esclusivamente dalla media M_{z_i} .

Se tra gli indicatori c'è massima correlazione negativa, tutte le unità hanno media M_{z_i} pari a 100 e l'MPI dipende esclusivamente dallo scostamento quadratico medio S_{z_i} .

Pertanto, nel primo caso, l'MPI ordina le unità secondo il valor medio; mentre nel secondo le ordina in base alla variabilità. In tutti gli altri casi, si ottiene una combinazione dell'effetto medio e dell'effetto penalità ("variabilità orizzontale").

In generale, tanto più gli indicatori elementari sono discordanti tra loro e maggiore è la variabilità orizzontale "indotta" in ciascuna unità, con conseguente aumento della penalità e, quindi, della differenza tra MPI e media aritmetica.

5. Un'applicazione a dati reali

In questo paragrafo sono illustrati i risultati relativi all'applicazione del metodo proposto agli indicatori di dotazione delle apparecchiature sanitarie ad alta specialità ed elevata intensità organizzativa, in Italia, a livello regionale.¹⁰

Gli indicatori utilizzati riguardano il numero di apparecchiature disponibili in relazione al bacino di utenza potenziale (popolazione residente) e si riferiscono all'anno 2005. I dati sono riportati nella tavola 3 e comprendono le apparecchiature disponibili presso strutture ospedaliere ed extraospedaliere.¹¹

Tavola 3 - Apparecchiature ospedaliere ed extraospedaliere ad alta specialità ed elevata intensità organizzativa per regione - Anno 2005 (indici per 100.000 abitanti)

REGIONI	Camere iperbariche	Tac	Apparecchi per emodialisi	Tomografi a risonanza magnetica	Acceleratori lineari	Gamma camere computerizzate
Piemonte	0,02	2,47	26,75	1,87	0,51	0,71
Valle d'Aosta	0,00	2,43	29,98	1,62	0,00	2,43
Lombardia	0,15	2,54	25,80	1,46	0,56	0,82
Bolzano	0,21	1,88	23,34	1,88	0,42	0,83
Trento	0,00	1,80	41,60	0,60	0,80	0,20
Veneto	0,17	1,91	18,39	1,46	0,49	0,95
Friuli-Venezia Giulia	0,08	2,07	25,86	1,41	0,99	0,75
Liguria	0,06	2,19	28,79	1,50	0,56	1,12
Emilia-Romagna	0,10	2,18	21,90	1,22	0,41	0,74
Toscana	0,28	2,08	23,77	1,47	0,55	0,97
Umbria	0,00	2,90	38,34	1,27	0,81	0,69
Marche	0,07	2,49	30,78	2,10	0,59	1,31
Lazio	0,06	3,22	31,00	1,78	0,53	1,34
Abruzzo	0,00	2,23	25,34	1,38	0,54	1,00
Molise	0,31	4,67	32,04	2,49	0,62	2,18
Campania	0,40	3,89	9,79	1,26	0,31	1,90
Puglia	0,12	2,31	27,13	1,13	0,29	1,40
Basilicata	0,00	2,35	27,38	0,84	0,34	1,85
Calabria	0,15	3,69	22,47	1,25	0,40	1,54
Sicilia	0,28	3,07	28,87	1,22	0,52	2,33
Sardegna	0,61	2,36	28,80	1,39	0,12	1,21
Media	0,146	2,606	27,053	1,457	0,493	1,251
S.q.m.	0,154	0,716	6,409	0,404	0,217	0,584
C.V. (%)	105,3	27,5	23,7	27,7	43,9	46,7

Fonte: Istat, 2009

¹⁰ Si tratta di un esercizio di calcolo, per evidenziare le proprietà e il potenziale utilizzo dell'indice proposto.

¹¹ In molte realtà regionali la dotazione di alcune apparecchiature risulta elevata nelle strutture extraospedaliere e contenuta in quelle ospedaliere e viceversa. Pertanto, nel computo degli indicatori, sono state considerate le apparecchiature di alta specialità ed elevata intensità organizzativa complessive (Istat, 2009).

Tra i dispositivi considerati, gli apparecchi per emodialisi sono i più numerosi, con una dotazione particolarmente elevata nella provincia autonoma di Trento, dove se ne registrano 41,6 ogni 100 mila abitanti, e in Umbria; mentre in Campania ne risultano 9,8 ogni 100 mila abitanti. Tuttavia, tale indicatore ha il coefficiente di variazione più basso (23,7%), contro una variabilità relativa quasi doppia per gli acceleratori lineari (43,9%) e le gamma camere computerizzate (46,7%).

Per quanto riguarda le camere iperbariche, invece, si passa dalla dotazione nulla di Valle d'Aosta, Trento, Umbria, Abruzzo e Basilicata ad una quota di 0,4 ogni 100 mila abitanti della Campania, con un coefficiente di variazione del 105,3%.

Gli indicatori elementari sono stati standardizzati mediante la formula (1) e la sintesi è stata condotta secondo i seguenti criteri:

- media aritmetica* degli indicatori standardizzati (Ma);
- media geometrica* degli indicatori standardizzati (Mg);
- mediana* degli indicatori standardizzati (Me);
- metodo delle penalità per coefficiente di variazione* (MPcv).

Nella tavola 4 sono riportati i quattro indici sintetici e le corrispondenti graduatorie delle regioni italiane, con le differenze di rango tra il metodo delle penalità per coefficiente di variazione e gli altri metodi.

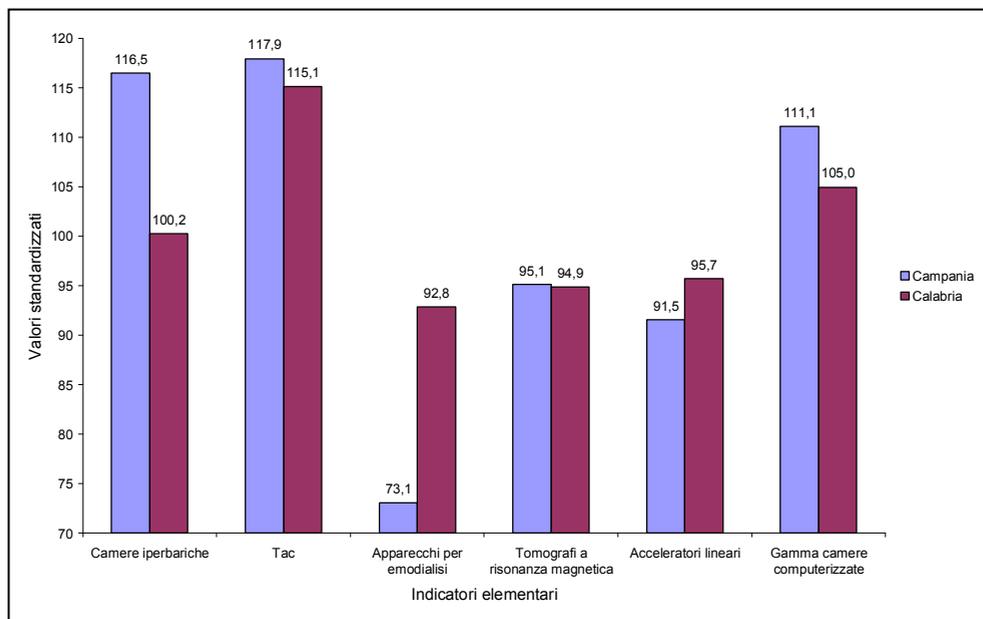
Tavola 4 - Graduatorie delle regioni italiane secondo la dotazione di apparecchiature ospedaliere ed extraospedaliere ad alta specialità ed elevata intensità organizzativa per metodo di sintesi - Anno 2005

Regioni	Ma		Mg		Me		MPcv		Differenza di rango		
	Valore	Rango	Valore	Rango	Valore	Rango	Valore	Rango	MPcv-Ma	MPcv-Mg	MPcv-Me
Piemonte	98,5	14	98,3	13	98,8	11	98,1	13	-1	0	2
Valle d'Aosta	99,0	11	98,1	14	100,8	6	97,2	15	4	1	9
Lombardia	98,9	13	98,8	11	99,6	8	98,8	10	-3	-1	2
Bolzano	98,0	15	97,8	15	95,4	18	97,5	14	-1	-1	-4
Trento	96,1	18	94,8	20	89,6	21	93,3	21	3	1	0
Veneto	95,5	20	95,3	19	97,3	14	95,2	19	-1	0	5
Friuli-Venezia Giulia	99,9	9	99,4	9	96,9	16	98,8	8	-1	-1	-8
Liguria	98,9	12	98,8	12	99,4	9	98,7	11	-1	-1	2
Emilia-Romagna	94,1	21	94,1	21	94,1	20	94,0	20	-1	-1	0
Toscana	99,1	10	98,9	10	97,8	13	98,8	9	-1	-1	-4
Umbria	102,1	5	101,5	5	99,7	7	100,9	5	0	0	-2
Marche	103,4	3	103,2	4	102,7	5	103,0	4	1	0	-1
Lazio	103,4	4	103,3	3	103,9	3	103,2	3	-1	0	0
Abruzzo	96,4	17	96,4	17	96,5	17	96,3	17	0	0	0
Molise	115,8	1	115,4	1	113,3	1	115,1	1	0	0	0
Campania	100,9	7	99,5	8	103,1	4	98,3	12	5	4	8
Puglia	96,6	16	96,5	16	97,1	15	96,4	16	0	0	1
Basilicata	95,9	19	95,6	18	94,7	19	95,2	18	-1	0	-1
Calabria	100,6	8	100,3	7	98,0	12	100,0	6	-2	-1	-6
Sicilia	105,3	2	105,0	2	104,7	2	104,8	2	0	0	0
Sardegna	101,6	6	100,7	6	98,8	10	99,7	7	1	1	-3
Differenza											
media assoluta									1,3	0,7	2,8
Indice di											
cograduazione									0,952	0,983	0,786

I risultati più simili all'indice MPCv sono quelli ottenuti con la media geometrica, a cui corrisponde una differenza media assoluta di rango pari a 0,7 posizioni. Ciò è dovuto alla capacità intrinseca della media geometrica di "penalizzare" le distribuzioni con valori sbilanciati degli indicatori.¹² Nel complesso, infatti, 10 regioni mantengono la stessa posizione, 10 regioni si spostano di una posizione e solo una regione (la Campania) registra un incremento di 4 posizioni. Segue la media aritmetica che si pone, rispetto all'indice MPCv, in una posizione intermedia tra la media geometrica e la mediana (differenza media assoluta di rango pari a 1,3). In questo caso, solo 5 regioni mantengono la stessa posizione, mentre 4 presentano una differenza di rango di almeno 3 posizioni. Infine, la mediana fornisce risultati sensibilmente diversi (differenza media assoluta di rango pari a 2,8), con spostamenti, verso l'alto o verso il basso, anche di 8-9 posizioni. Infatti, se da una parte il calcolo della mediana consente di costruire un indice robusto e meno sensibile ai valori eccezionali, tale caratteristica non permette di valutare in maniera adeguata la qualità del bilanciamento della dotazione infrastrutturale. In generale, le maggiori differenze di rango tra l'indice MPCv e i metodi tradizionali tendono a essere positive, poiché tali metodi non penalizzano o penalizzano solo in parte eventuali squilibri tra i valori degli indicatori.

Consideriamo, a titolo di esempio, la dotazione infrastrutturale della Campania e della Calabria. Nella figura 2 è illustrato il diagramma a barre corrispondente ai valori standardizzati degli indicatori elementari di queste regioni.

Figura 2 - Indicatori di dotazione di apparecchiature ospedaliere ed extraospedaliere ad alta specialità ed elevata intensità organizzativa - Anno 2005



¹² Si noti che la media geometrica è minore o uguale alla media aritmetica. In particolare, la media geometrica e la media aritmetica coincidono se i valori degli indicatori sono uguali, mentre assumono valori diversi tanto più i valori degli indicatori differiscono tra di loro.

La Campania presenta un forte squilibrio nella dotazione di apparecchiature ospedaliere ed extraospedaliere, rispetto alla media, con un valore massimo di 117,9 per le tac e un valore minimo di 73,1 per gli apparecchi per emodialisi (campo di variazione uguale a 44,8). Al contrario, la Calabria ha una dotazione più equilibrata, con un valore leggermente inferiore per le tac, pari a 115,1, e un valore sensibilmente superiore per gli apparecchi per emodialisi, pari a 92,8 (campo di variazione uguale a 22,3).

In tal caso:

- la *media aritmetica* (Ma), basandosi sulla completa sostituibilità delle componenti, compensa la carenza di apparecchi per emodialisi con il surplus di tac, collocando la Campania al settimo posto e la Calabria all'ottavo;
- la *media geometrica* (Mg) penalizza, anche se in modo leggero, la presenza di un valore particolarmente basso per gli apparecchi di emodialisi, collocando la Campania all'ottavo posto e la Calabria al settimo;
- la *mediana* (Me) ignora i valori estremi (tac e apparecchi per emodialisi) e considera soltanto i valori centrali della distribuzione, particolarmente elevati nella Campania, collocando tale regione al quarto posto e la Calabria al dodicesimo;
- il *metodo delle penalità per coefficiente di variazione* (MPcv) penalizza il forte sbilanciamento della Campania, collocandola al dodicesimo posto, e al contempo valorizza il maggiore equilibrio della Calabria, classificandola in sesta posizione.

Pertanto, nell'ipotesi di non sostituibilità delle singole dotazioni, l'indice MPcv può costituire una valida soluzione, in grado di premiare le unità territoriali con una dotazione bilanciata delle infrastrutture.

6. Conclusioni

Valutare il grado di infrastrutturazione di un'area geografica, attraverso una misura unidimensionale, presenta numerosi rischi di errore; l'utilità di queste misurazioni in ambito sociale ed economico ha spinto, nel tempo, diversi studiosi a svilupparne di nuove e ad approfondirne gli aspetti strettamente metodologici, al fine di ottenere degli indici sintetici in grado di "conservare" il maggior numero di informazioni.

L'accesso dibattito all'interno della comunità scientifica, negli anni, sembra convergere verso l'idea che non esista un indice universalmente valido per tutti gli ambiti di applicazione e che, quindi, la sua validità dipenda dagli obiettivi strategici della ricerca.

Il *metodo delle penalità per coefficiente di variazione*, proposto dagli autori all'interno di un vasto programma di studi sull'argomento promosso dall'Istat, si propone di arricchire il panorama già esistente di un nuovo strumento di analisi che possa, da un lato, rispettare il più possibile le caratteristiche desiderabili di un indice dal punto di vista metodologico e, dall'altro, essere validamente applicato a più contesti scientifici.

Il difficile raggiungimento di tali obiettivi, durante la fase di implementazione dell'indice, ha spinto gli autori a limitare al massimo le fasi di arbitrarietà del ricercatore puntando, per la standardizzazione degli indicatori elementari, su strumenti statistici di semplice applicazione e comprensione che potessero eliminare unità di misura e variabilità. Inoltre, la funzione di aggregazione (media aritmetica) è stata

corretta con una quantità proporzionale allo scostamento quadratico medio e funzione diretta del coefficiente di variazione, in modo da premiare le unità territoriali che presentano minore variabilità tra gli indicatori elementari (“variabilità orizzontale”).

I risultati dell’applicazione alle apparecchiature ospedaliere (si veda, anche, Istat, 2009) mostrano una sostanziale uniformità di comportamento tra il metodo proposto, la media aritmetica e la media geometrica che, come noto, è la funzione di aggregazione maggiormente usata in letteratura per la misurazione della dotazione infrastrutturale. Tuttavia, il metodo delle penalità, basandosi su un modello additivo “corretto”, supera i problemi di compensazione insiti nella media aritmetica e, rispetto alla media geometrica, non richiede che l’intensità totale del fenomeno (la dotazione infrastrutturale) sia pari al prodotto delle singole componenti.

Concludendo sembra emergere che, al di là dei considerevoli rischi di appiattimento dell’informazione di base, gli indici sintetici offrano un contributo di chiarezza insostituibile. A tal proposito, risulta fondamentale la selezione e l’interpretazione degli indicatori elementari e si ritiene, pertanto, “...*assolutamente indispensabile, per ottenere risultati validi e affidabili, sostenere la fase di scelta della batteria di indicatori di base con una impalcatura teorica che definisca la realtà sociale in ciascuna delle sue dimensioni*” (Delvecchio, 1995).

Riferimenti bibliografici

- Aureli Cutillo E. (1996), *Lezioni di statistica sociale. Parte seconda, sintesi e graduatorie*, C.I.S.U., Roma.
- Biehl D. (1991), “Il ruolo delle infrastrutture nello sviluppo regionale”, in: Boscacci F., Gorla G. (a cura di), *Economie locali in ambiente competitivo*, Franco Angeli, Milano.
- Brunini C., Messina A., Paradisi F. (2002), “L’infrastrutturazione delle province italiane: metodi e sperimentazioni”, in: *VI Conferenza Nazionale di Statistica*, Istat, Roma.
- Delvecchio F. (1995), *Scale di misura e indicatori sociali*, Cacucci editore, Bari.
- Istat (2009), *La dotazione di infrastrutture e servizi nella sanità. Anni 2004-2005*, Informazioni, 8, Roma.
- Istituto G. Tagliacarne, Unioncamere (2001), *La dotazione di infrastrutture nelle province italiane 1997-2000*, Roma.
- Mazziotta C. (2005), “La stima del capitale pubblico a livello regionale: una riflessione di metodo”, in: Carlucci M., Esposito G. (a cura di), *Statistica economica e strumenti di analisi. Studi in memoria di Antonino Giannone*, ISCONA, Roma.
- Mazziotta C., Mazziotta M., Pareto A., Vidoli F. (2010), “La sintesi di indicatori territoriali di dotazione infrastrutturale: metodi di costruzione e procedure di ponderazione a confronto”, *Rivista di Economia e Statistica del Territorio*, vol. 1, pp. 7-33.
- Mazziotta M., Pareto A. (2007), “Un indicatore sintetico di dotazione infrastrutturale: il metodo delle penalità per coefficiente di variazione”, in: *Lo sviluppo regionale nell’Unione Europea - Obiettivi, strategie, politiche, Atti della XXVIII Conferenza Italiana di Scienze Regionali*, AISRe, Bolzano.
- OECD (2008), *Handbook on Constructing Composite Indicators. Methodology and user guide*, OECD Publications, Paris.
- Palazzi P. (2004), “Lo sviluppo come fenomeno multidimensionale. Confronto tra l’ISU e un indice di sviluppo sostenibile”, *Moneta e Credito*, vol. 227, pp. 279-309.
- Paradisi F., Brunini C. (2006), “Una tecnica alternativa per la determinazione di una misura sintetica di infrastrutturazione”, *Rivista di Statistica Ufficiale*, vol. 2, pp. 33-65.
- Picci L. (2001), “Le infrastrutture in Italia. Le differenze territoriali e l’efficienza della spesa”, in: Baldassarri M., Galli G., Piga G. (a cura di), *L’Italia nella competizione globale – Regole di mercato*, Edizioni Il Sole 24ore, Milano, 2001.
- Saisana M., Tarantola, S. (2002), *State-of-the-art report on current methodologies and practices for composite indicator development*, EUR 20408 EN, Commissione Europea-JRC, Ispra.