

La dotazione di infrastrutture e servizi nella sanità

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Matteo Mazziotta e Adriano Pareto

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Problema

Misurare il livello di un fenomeno complesso, non direttamente misurabile, come la dotazione di infrastrutture e servizi nella sanità.

La misurazione di fenomeni multidimensionali presenta due aspetti principali:

1. la scelta delle informazioni rilevanti (base informativa);
2. l'aggregazione delle informazioni (trattamento dei dati).

Soluzione

Costruire un *indice sintetico*, mediante l'applicazione di una opportuna combinazione di indicatori elementari.

Il metodo per la sintesi degli indicatori

I problemi

- ✓ Reperimento dei dati
- ✓ Arbitrarietà del ricercatore per:
 - ✓ selezione degli indicatori elementari
 - ✓ standardizzazione e ponderazione
 - ✓ scelta della funzione di sintesi

Rischi

- ✓ Perdita di informazioni
- ✓ Trattamento dei dati
- ✓ Conclusioni semplicistiche (graduatorie)

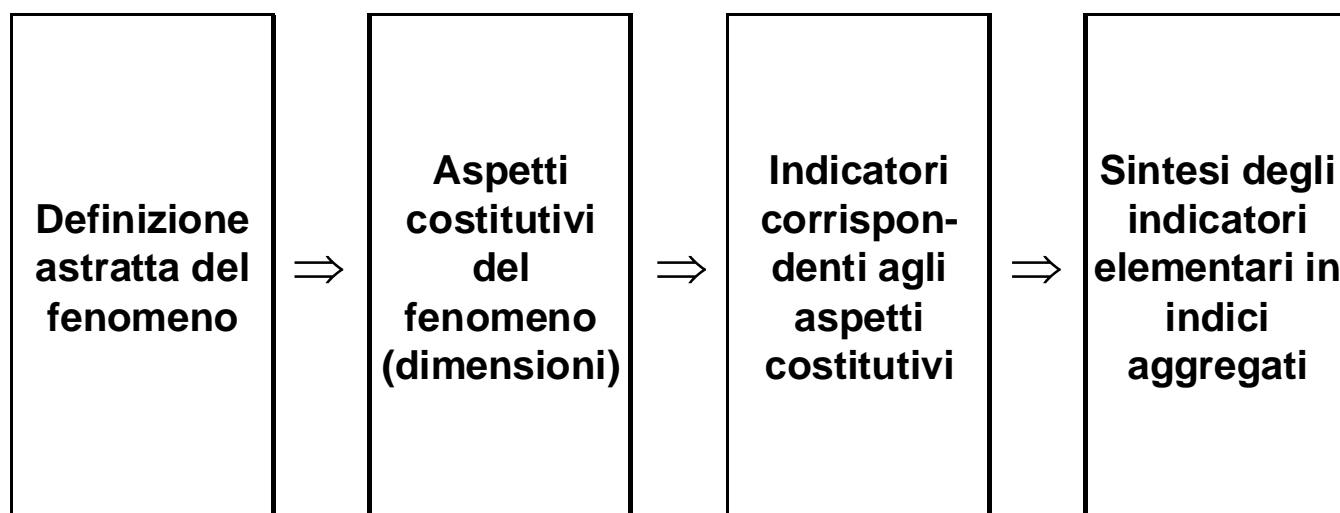
Vantaggi

- ✓ Misurazione unidimensionale del fenomeno
- ✓ Immediata fruibilità
- ✓ Semplificazione dell'analisi territoriale dei dati

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Fasi del processo

Le fasi del processo di passaggio dal concetto all'indice sintetico sono le seguenti:



Il metodo per la sintesi degli indicatori

Esempio: dotazione di infrastrutture e servizi nella sanità

Assistenza di base

Medici generici per 10.000 ab.

Pediatri di base per 10.000 ab.

Medici di guardia per 100.000 ab.

Assistenza clinico-diagnostica extraospedaliera

Camere iperbariche extraospedaliere per 100.000 ab.

Tac extraospedaliere per 100.000 ab.

.....

Assistenza territoriale

Consultori materno-infantili per 100.000 ab.

.....

Assistenza ospedaliera pubblica

.....

Assistenza ospedaliera privata accreditata

.....

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Implementazione di un indice sintetico

Il problema della sintesi degli indicatori, schematicamente, si compone dei seguenti aspetti:

- ✓ *Standardizzazione* degli indicatori in modo da renderli comparabili tra loro;
- ✓ *Ponderazione* degli indicatori in modo da applicare a ciascuno un peso proporzionale all'importanza che esso riveste nella determinazione dell'indice sintetico;
- ✓ *Aggregazione* degli indicatori mediante la costruzione di opportuni indici sintetici.

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Standardizzazione

Gli indicatori elementari, per poter essere aggregati, devono essere espressi tutti nella stessa unità di misura.

La standardizzazione è il procedimento che consente di convertire gli indicatori elementari in numeri puri o adimensionali.

I principali metodi di standardizzazione consistono nel trasformare gli indicatori elementari in:

- ✓ *Ranghi* (si sostituiscono i valori assoluti con le posizioni);
- ✓ *Numeri indici* (si dividono i valori assoluti per una 'base' di riferimento, per es. la media o il massimo);
- ✓ *Indici relativi rispetto al campo di variazione* (si riportano i valori assoluti a un'intervallo comune, per es. 0-1);
- ✓ *Scarti standardizzati* (si riportano i valori assoluti a una scala con media e s.q.m. prefissati, per es. media=0 e s.q.m.=1).

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Ponderazione

E' la selezione di un sistema di "pesi" con cui ponderare i singoli indicatori elementari in funzione della loro diversa importanza nel descrivere il fenomeno.

La definizione del sistema di ponderazione si basa su due possibili approcci.

- ✓ *Approccio soggettivo*: i pesi vengono assegnati in base ad un giudizio soggettivo dell'esperto (esempio: indice di sviluppo umano);
- ✓ *Approccio oggettivo*: i pesi vengono calcolati matematicamente mediante l'applicazione di particolari metodologie statistiche (esempio: Analisi in Componenti Principali).

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Aggregazione

E' la tecnica adottata per ridurre la molteplicità degli indicatori (funzione di aggregazione o metodologia di sintesi).

Esistono procedure tecnicamente semplici, di natura prevalentemente soggettiva, e procedure più complesse, che richiedono l'uso dell'analisi multivariata.

Esempi:

- ✓ *Funzione di aggregazione:* somma dei ranghi, media aritmetica, geometrica, di potenze dei valori standardizzati, ecc.;
- ✓ *Metodologia di sintesi:* metodo tassonomico di Wroclaw, Analisi in Componenti Principali (ACP), Scaling Multi-dimensionale (MDS), ecc..

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Il metodo delle penalità per coefficiente di variazione

Si propone di fornire una misura sintetica della dotazione dei servizi sanitari di un insieme di unità territoriali, nell'ipotesi che ciascuna componente non sia sostituibile o lo sia solo in parte.

Ciò comporta l'introduzione di una "penalità" per le unità che non presentano dei valori "bilanciati" degli indicatori.

Requisiti dell'indice

- ✓ Indipendenza dalla variabilità degli indicatori originari, oltre che dall'unità di misura
- ✓ Svincolo da un'unità "ideale", poiché la definizione di un insieme di valori "obiettivo" è soggettiva, non è univoca e può variare nel tempo
- ✓ Semplicità di calcolo
- ✓ Facilità di interpretazione

Il metodo per la sintesi degli indicatori

La standardizzazione

Si trasforma ciascun indicatore in una variabile standardizzata con media=100 e s.q.m.=10; i valori così ottenuti saranno compresi, all'incirca, nell'intervallo 70-130.

Ciò consente di liberare gli indicatori sia dall'unità di misura che dalla loro variabilità e non richiede la definizione di un vettore di valori obiettivo (unità "ideale"), in quanto si sostituisce tale vettore con l'insieme dei valori medi.

In tal modo, risulta agevole individuare le unità territoriali che hanno un livello di dotazione al di sopra di quello medio (valori maggiori di 100) e le unità che hanno un livello di dotazione al di sotto della media (valori minori di 100).

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Esempio: confronto tra metodi di standardizzazione

Unità	Indicatori			Numeri indici (b=media)				Var. standardizzate			
	X1	X2	X3	I1	I2	I3	Media	Z1	Z2	Z3	Media
A	3	200	1.000	42,9	114,3	166,7	107,9	85,9	111,2	114,1	103,7
B	5	150	800	71,4	85,7	133,3	96,8	92,9	88,8	107,1	96,3
C	7	175	600	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
D	9	150	400	128,6	85,7	66,7	93,7	107,1	88,8	92,9	96,3
E	11	200	200	157,1	114,3	33,3	101,6	114,1	111,2	85,9	103,7
Media	7	175	600	100	100	100		100	100	100	
S.q.m.	2,8	22,4	282,8	40,4	12,8	47,1		10	10	10	

Il calcolo dei numeri indici consente di liberare gli indicatori dall'unità di misura, ma non di svincolarli dalla loro variabilità.

Ciò comporta un maggior peso sulla media aritmetica degli indicatori che, in termini di numeri indici, hanno una variabilità più grande.

Il metodo per la sintesi degli indicatori

La penalità

La funzione di aggregazione (media aritmetica dei valori standardizzati) viene “corretta” mediante un coefficiente di penalità che dipende, per ciascuna unità, dalla variabilità degli indicatori rispetto al valor medio (“variabilità orizzontale”).

Tale variabilità, misurata attraverso il *coefficiente di variazione* (CV), consente di penalizzare il punteggio delle unità che, a parità di media aritmetica, hanno un maggiore squilibrio tra i valori degli indicatori.

La penalità può essere sommata o sottratta, a seconda del tipo di fenomeno studiato (povertà o sviluppo).

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Il calcolo dell'indice sintetico

1) Standardizzazione degli indicatori

Data una matrice $\mathbf{X} = \{x_{ij}\}$ di n righe (unità territoriali) e m colonne (indicatori), si passa alla matrice $\mathbf{Z} = \{z_{ij}\}$ in cui:

$$z_{ij} = \frac{(x_{ij} - M_{x_j})}{S_{x_j}} 10 + 100$$

dove x_{ij} è il valore dell'indicatore j nell'unità i e si ha:

$$M_{x_j} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n} \quad \text{e} \quad S_{x_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - M_{x_j})^2}{n}} .$$

Il metodo per la sintesi degli indicatori

2) Calcolo della variabilità “orizzontale”

Data la matrice $\mathbf{Z} = \{z_{ij}\}$, si calcola il vettore dei coefficienti di variazione $\mathbf{CV} = \{cv_i\}$ in cui:

$$cv_i = \frac{S_{z_i}}{M_{z_i}}$$

dove:

$$M_{z_i} = \frac{\sum_{j=1}^m z_{ij}}{m} \quad \text{e} \quad S_{z_i} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - M_{z_i})^2}{m}} .$$

Il metodo per la sintesi degli indicatori

3) *Costruzione dell'indice sintetico*

L'indice sintetico dell'i-esima unità si ottiene mediante la formula:

$$MPcv_i = M_{z_i} (1 - cv_i^2) = M_{z_i} - S_{z_i} cv_i.$$

In tal modo, si corregge la media aritmetica degli indicatori standardizzati sottraendo una quantità proporzionale allo scostamento quadratico medio e funzione diretta del coefficiente di variazione.

L'indice ottenuto è tanto maggiore quanto più grande è la media aritmetica degli indicatori standardizzati e quanto più piccolo è lo scostamento quadratico medio.

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Esempio: confronto tra metodi di sintesi

Unità	Indicatori			Var. standardizzate			Media		MPcv	
	X1	X2	X3	Z1	Z2	Z3	Valore	Rango	Valore	Rango
A	3	1	10	85,9	84,2	114,1	94,7	5	92,7	5
B	5	3	8	92,9	100,0	107,1	100,0	2	99,7	3
C	7	3	6	100,0	100,0	100,0	100,0	2	100,0	2
D	9	3	4	107,1	100,0	92,9	100,0	2	99,7	3
E	11	5	2	114,1	115,8	85,9	105,3	1	103,5	1
Media	7	3	6	100	100	100				
S.q.m.	2,8	1,3	2,8	10	10	10				

Le unità B e D, pur registrando una dotazione complessiva pari a quella dell'unità C, hanno una dotazione più sbilanciata e, quindi, nella graduatoria secondo l'indice MPcv occupano una posizione inferiore (il rango passa dalla seconda alla terza posizione), a causa della maggiore "variabilità orizzontale".

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Osservazioni

Il *metodo delle penalità per coefficiente di variazione* si basa su un modello additivo e non richiede, come la media geometrica, che l'intensità totale del fenomeno (la dotazione infrastrutturale) sia uguale al prodotto delle singole componenti.

Tale proprietà rende l'indice MPcv facilmente interpretabile, in quanto è possibile scomporre il punteggio di ciascuna unità in due componenti:

- *effetto medio* (ammontare della dotazione rispetto alle altre unità);
- *effetto penalità* ("variabilità orizzontale" o della dotazione).

La sintesi degli indicatori mediante il metodo illustrato consente di realizzare, in modo semplice e immediato, analisi descrittive finalizzate a confronti temporali, oltre che spaziali, dello stato di fenomeni complessi.

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Un indice sintetico generalizzato

L'indice sintetico basato sul *metodo delle penalità per coefficiente di variazione* può essere scritto, in forma generalizzata, nel seguente modo:

$$MPI_i^{+/-} = M_{z_i} \pm S_{z_i} cv_i$$

dove il segno \pm dipende dal tipo di fenomeno considerato e, quindi, dal verso degli indicatori elementari.

Nel caso della dotazione di infrastrutture e servizi nella sanità, l'indice sintetico è di tipo *crescente* o *positivo* e si assume:

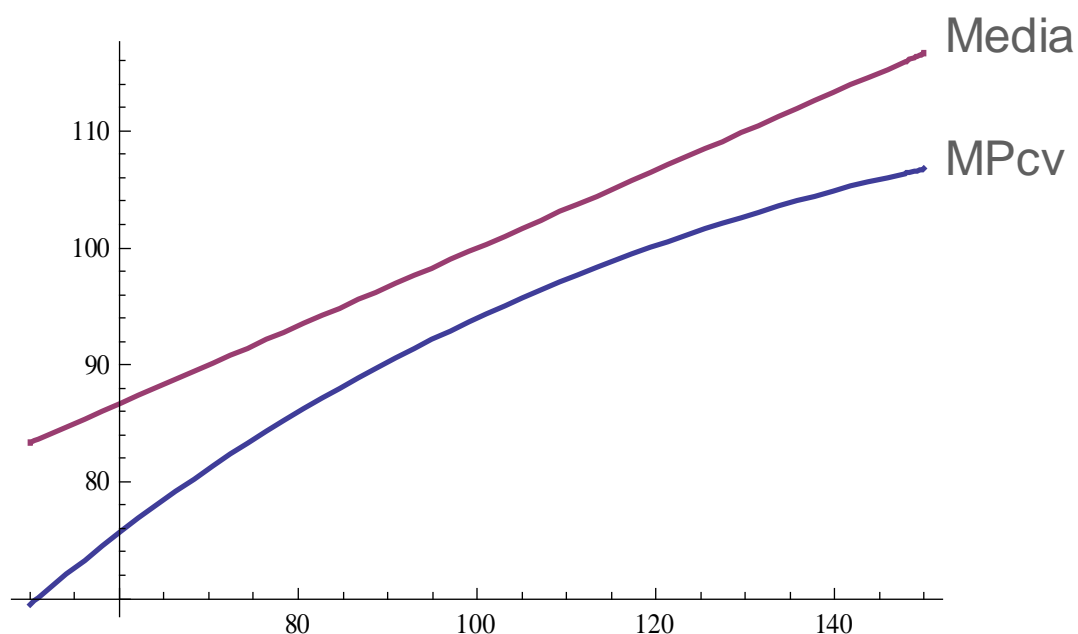
$$MPcv_i = MPI_i^- = M_{z_i} - S_{z_i} cv_i$$

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Studio della funzione MPcv

L'indice MPcv è una funzione *convessa* del generico valore z_{ik} ($k = 1, \dots, m$) e nell'intervallo di riferimento (70-130) può essere considerata *monotona crescente*.

Esempio: $MPcv_i(z_{ik}; 70, 130)$



Il metodo per la sintesi degli indicatori

Principali proprietà dell'indice MPcv

- 1) Date due unità i e h, con $M_{z_i} = M_{z_h}$, si ha:

$$MPcv_i > MPcv_h \quad \text{se e solo se} \quad S_{z_i} < S_{z_h}$$

- 2) Date due unità i e h, con $M_{z_i} > M_{z_h}$, si ha:

$$MPcv_i > MPcv_h \quad \text{se e solo se} \quad M_{z_i} - M_{z_h} > S_{z_i} cv_i - S_{z_h} cv_h$$

- 3) Sia $r(X_j, X_k)$ il coefficiente di correlazione lineare tra il j-mo e il k-mo indicatore; se $r(X_j, X_k)=1$, per ogni j e k con $j \neq k$, allora:

$$MPcv_i = M_{z_i}.$$

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Esempio: $r(X_1, X_2)=1$ (massima correlazione positiva)

Unità	Indicatori		V. standardizzate		Media	S.q.m.	CV	MPcv
	X1	X2	Z1	Z2				
A	11	100	114,1	114,1	114,1	0,0	0,000	114,1
B	9	80	107,1	107,1	107,1	0,0	0,000	107,1
C	7	60	100,0	100,0	100,0	0,0	0,000	100,0
D	5	40	92,9	92,9	92,9	0,0	0,000	92,9
E	3	20	85,9	85,9	85,9	0,0	0,000	85,9
Media	7	60	100	100				
S.q.m.	2,8	28,3	10	10				

Se tra gli indicatori c'è massima correlazione positiva, tutte le unità hanno scostamento quadratico medio pari a 0 e l'indice MPcv dipende esclusivamente dalla media.

In tal caso, l'MPcv ordina le unità in base alla *media* della dotazione.

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Esempio: $r(X_1, X_2) = -1$ (massima correlazione negativa)

Unità	Indicatori		V. standardizzate		Media	S.q.m.	CV	MPcv
	X1	X2	Z1	Z2				
A	3	100	85,9	114,1	100,0	14,1	0,141	98,0
B	5	80	92,9	107,1	100,0	7,1	0,071	99,5
C	7	60	100,0	100,0	100,0	0,0	0,000	100,0
D	9	40	107,1	92,9	100,0	7,1	0,071	99,5
E	11	20	114,1	85,9	100,0	14,1	0,141	98,0
Media	7	60	100	100				
S.q.m.	2,8	28,3	10	10				

Se tra gli indicatori c'è massima correlazione negativa, tutte le unità hanno media pari a 100 e l'indice MPcv dipende esclusivamente dallo scostamento quadratico medio.

In tal caso, l'MPcv ordina le unità in base alla *variabilità* della dotazione.

Il metodo per la sintesi degli indicatori

Esempio: $r(X_1, X_2)=0$ (correlazione nulla)

Unità	Indicatori		V. standardizzate		Media	S.q.m.	CV	MPcv
	X1	X2	Z1	Z2				
A	11	100	88,4	114,1	101,3	12,9	0,127	99,6
B	16	80	110,7	107,1	108,9	1,8	0,017	108,9
C	14	60	101,8	100,0	100,9	0,9	0,009	100,9
D	16	40	110,7	92,9	101,8	8,9	0,087	101,0
E	11	20	88,4	85,9	87,1	1,3	0,015	87,1
Media	13,6	60,0	100	100				
S.q.m.	2,2	28,3	10	10				

Nei casi intermedi tra la massima correlazione positiva e la massima correlazione negativa, l'indice MPcv è una “combinazione” dell'effetto medio e dell'effetto penalità.

In tal caso, l'MPcv ordina le unità in base alla *media* e alla *variabilità* della dotazione.

Conclusioni

Misurare il grado di dotazione di infrastrutture e servizi di un'area geografica, attraverso una misura unidimensionale, presenta senza dubbio numerosi rischi dovuti all'arbitrarietà del ricercatore nel trattamento dei dati.

Il metodo delle penalità per coefficiente di variazione, applicato in via sperimentale all'insieme degli indicatori di ciascun ambito sanitario, si propone di ottenere una misura sintetica della dotazione infrastrutturale e di servizi nell'ipotesi che: (i) tutte le componenti elementari abbiano la stessa importanza e (ii) nessuna sia sostituibile con le altre.

Pertanto, la misura ottenuta tiene conto sia del livello medio della dotazione di un'area geografica, che della sua variabilità, riducendo al minimo la perdita di informazione dovuta al processo di sintesi degli indicatori.

Riferimenti bibliografici

Aureli Cutillo E. (1996). *Lezioni di statistica sociale. Parte seconda, sintesi e graduatorie*. C.I.S.U., Roma

Mazziotta C., Mazziotta M., Pareto A., Vidoli F. (2010). “La sintesi di indicatori territoriali di dotazione infrastrutturale: metodi di costruzione e procedure di ponderazione a confronto”. *Rivista di Economia e Statistica del Territorio*, 1, pp. 7-33

Mazziotta M., Pareto A. (2007). “Un indicatore sintetico di dotazione infrastrutturale: il metodo delle penalità per coefficiente di variazione”. In: *Lo sviluppo regionale nell'Unione Europea - Obiettivi, strategie, politiche*. Atti della XXVIII Conferenza Italiana di Scienze Regionali. AISRe, Bolzano

OECD (2008). *Handbook on Constructing Composite Indicators. Methodology and user guide*. OECD Publications, Paris